

УДК 539.12.01

PACS 03.65.Nk, 13.88.+e, 21.45.Bc

DOI: 10.24144/2415-8038.2017.42.191-195

В.І. Жаба

Ужгородський національний університет, 88000, Ужгород, вул. Волошина, 54
e-mail: viktorzh@meta.ua

ДЕЙТРОН: АНАЛІТИЧНІ ФОРМИ ХВИЛЬОВОЇ ФУНКЦІЇ ТА РОЗПОДІЛ ГУСТИНИ

По отриманим раніше коефіцієнтам чотирьох аналітичних форм хвильової функції дейтрона в координатному представленні для нуклон-нуклонного потенціалу Reid93 розраховано розподіл густини в дейтроні та густину переходу. Такі розрахунки допомагають оцінити коректність вибору аналітичної форми для апроксимації хвильової функції, а також одержати інформацію про такі характеристики дейтрона як зарядовий формфактор, тензорна поляризація та розподіл імпульсів.

Ключові слова: дейтрон, хвильова функція, аналітична форма, апроксимація, розподіл густини, густина переходу.

Вступ

Дейтрон є найпростішим ядром. Він складається з двох елементарних частинок - протона і нейтрона. Простота і наочність будови дейтрона робить його зручною лабораторією для вивчення і моделювання нуклон-нуклонних сил. На сьогодні дейтрон добре вивчений експериментально і теоретично. Експериментально визначені значення статичних характеристик дейтрона добре узгоджуються з експериментальними даними. Однак незважаючи на це, існують певні теоретичні неузгодженості і проблеми. Наприклад, в деяких роботах хвильова функція дейтрона (ХФД) в координатному представленні має вузли поблизу початку координат [1]. Існування таких вузлів основного і єдиного стану дейтрона свідчить про неузгодженості і неточності в реалізації чисельних алгоритмів в розв'язанні подібних задач або про особливості потенціальних моделей дейтрона.

Також слід відмітити, що такі потенціали NN взаємодії, як Боннський, Парижський, Московський, потенціали Неймегенської групи [2], Argonne v18, NLO, NNLO та N³LO, Idaho N³LO чи Oxford мають досить непросту структуру і доволі громіздкий запис. Оригінальний потенціал Reid68 був параметризований Неймегенською групою на

основі фазового аналізу і отримав назву Reid93.

Крім того, ХФД може бути представлена таблично: через відповідні масиви значень радіальних хвильових функцій. Іноді при чисельних розрахунках оперувати такими масивами чисел доволі складно і взагалі незручно. І текст програм для чисельних розрахунків є громіздкий, перевантажений і нечитабельним. Тому є доцільним отримання більш простих аналітичних форм представлення ХФД. У подальшому по них можна розрахувати формфактори і тензорну поляризацію, що характеризують структуру дейтрона.

ХФД у зручній формі необхідні для використання у розрахунках як поляризаційних характеристик дейтрона, так і для оцінки теоретичних значень спінових спостережуваних в *dp*- розсіянні.

У даній роботі розглядається вплив вибору аналітичних форм при апроксимації на величини розподілу густини та густину переходу в дейтроні.

Аналітичні форми ХФД

В 2000-х рр. були запропоновані нові аналітичні ХФД в координатному представленні. Серед них слід відмітити

параметризації Дубовиченко і Бережного-Корда-Гах [3], а також параметризацію у виді [4]

$$\begin{cases} u(r) = r \sum_{i=1}^N A_i e^{-a_i r^2}, \\ w(r) = r \sum_{i=1}^N B_i e^{-b_i r^2}; \end{cases} \quad (1)$$

У роботі [5] наявна ще така апроксимація із застосуванням функцій Лагерра ψ_{3n}

$$\begin{cases} u(r) = \sum_{n=0}^N A_n \psi_{3n}(r), \\ w(r) = \sum_{n=0}^N B_n \psi_{3n}(r), \end{cases} \quad (2)$$

Крім форм (1) і (2), у роботах [6] та [7] використано такі аналітичні форми відповідно

$$\begin{cases} u(r) = r^{3/2} \sum_{i=1}^N A_i e^{-a_i r^3}, \\ w(r) = r \sum_{i=1}^N B_i e^{-b_i r^3}. \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} u(r) = r \sum_{i=1}^N A_i e^{-a_i r}, \\ w(r) = r^3 \sum_{i=1}^N B_i e^{-b_i r}. \end{cases} \quad (4)$$

Причому вибір останньої зумовлений асимптотиками ХФД: $\chi_l(r) \propto r^{l+1}$ на малих відстанях та $\chi_l(r) \propto e^{-ar}$ при $r \rightarrow \infty$.

Незважаючи на громіздкі і довготривалі розрахунки і мінімізації χ^2 (до величини менших за 10^{-4}), за допомогою формул (1)-(4) проводилась апроксимація чисельних значень ХФД для потенціалів Неймегенської групи (в тому числі і для Reid93). Масиви чисел становили 839x2 значень для радіальних ХФД в інтервалі $r=0-25$ fm.

Коефіцієнти аналітичних форм (1)-(4) для потенціалу Reid93 приведені в [4, 6-8] відповідно. Розраховані ХФД не містять надлишкових вузлів поблизу початку координат. Отримані по ХФД статичні

параметри і поляризаційні характеристики добре узгоджуються з літературними теоретичними й експериментальними даними.

Розподіл густини в дейтроні

ХФД є двокомпонентною [9]:

$$\Psi_d^{M_d}(r) = R_0(r)Y_{011}^{M_d} + R_2(r)Y_{211}^{M_d}, \quad (5)$$

де $R_0=u/r$; $R_2=w/r$ – радіальні функції S- та D- станів; $Y_{LSJ}^{M_d}$ – спін-кутові функції.

У короткому діапазоні структура дейтрона наочно описується розподілом густини [9] (або нуклонним розподілом густини речовини в дейтроні [3]) $\rho_d^{M_d}(r', \theta)$, який залежить від проекції M_d повного кутового моменту, відстані r' від центра мас і полярного кута θ до r' . Стандартне нормування залежить від міжчастинкової відстані $r = 2r'$

$$\int_0^\infty r^2 [R_0^2(r) + R_2^2(r)] dr = 1;$$

$$\int \rho_d^{M_d}(r') d^3 r' = 2.$$

Використовуючи (5), для проекцій $M_d=0; \pm 1$ отримують розподіл густини $\rho_d^{M_d}$ у виді [9]

$$\begin{cases} \rho_d^0 = \frac{4}{\pi} [C_0(2r') - 2C_2(2r')P_2(\cos \theta)]; \\ \rho_d^{\pm 1} = \frac{4}{\pi} [C_0(2r') + C_2(2r')P_2(\cos \theta)]; \end{cases} \quad (6)$$

де $C_0 = R_0^2 + R_2^2$; $C_2 = \sqrt{2}R_0R_2 - \frac{1}{2}R_2^2$ – компоненти розподілу густини; P_2 – поліном Лежандра. При кутах $\theta_1 = 0$ і $\theta_2 = \pi/2$ очевидно, що справедлива тотожність $\rho_d^0(r', \theta_2 = \pi/2) = \rho_d^{\pm 1}(r', \theta_1 = 0)$. Крім розподілу густини $\rho_d^{M_d}$, внутрішня структура дейтрона описується також і густиною переходу $\rho_{rr}^{\pm 1}$ [9]

$$\rho_{tr}^{\pm 1}(r') = \frac{2}{\pi} \left\{ R_0^2(2r') - \frac{1}{2} R_2^2(2r') - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left[\sqrt{2} R_0(2r') R_2(2r') + R_2^2(2r') \right] P_2(\cos \theta) \right\}. \quad (7)$$

На Рис. 1-4 приведено величини розподілу густини (з компонентами C_0 , C_2) та густини переходу, отримані по ХФД (1)-(4) для потенціалу Reid93. У залежності від вибору апроксимації ХФД розраховані величини $\rho_d^{M_d}$ і $\rho_{tr}^{\pm 1}$ відрізняються тільки в області 0-0.25 fm. Фактично це говорить про те, яка із застосованих апроксимацій є «кращою» біля початку координат, незважаючи на відсутність надлишкового вузла ХФД. Для порівняння на Рис. 5 приведені величини $\rho_d^{M_d}$ і $\rho_{tr}^{\pm 1}$, розраховані по ХФД для Московського потенціалу [10], яка містить надлишковий вузол для S- хвилі (при $r=0.65$ fm). Тому спостерігається зсув вправо вузлів та максимумів величин ρ_i .

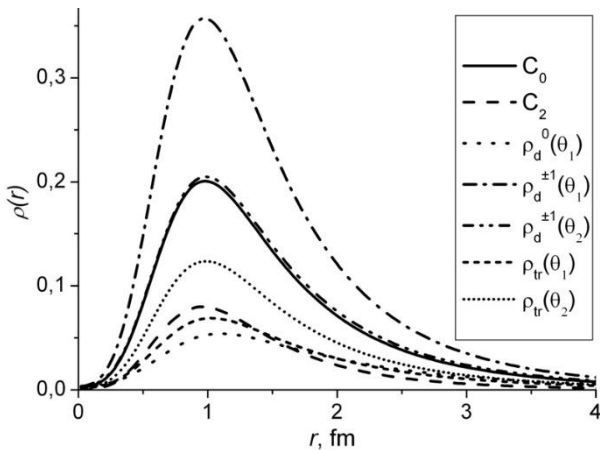


Рис. 1. ρ_i для потенціалу Reid93. ХФД (1)

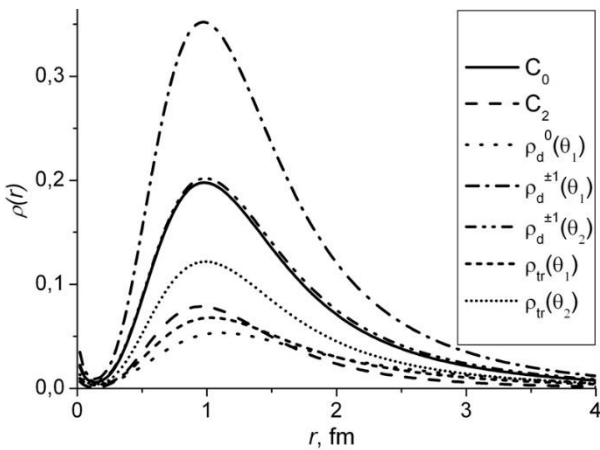


Рис. 2. ρ_i для потенціалу Reid93. ХФД (2)

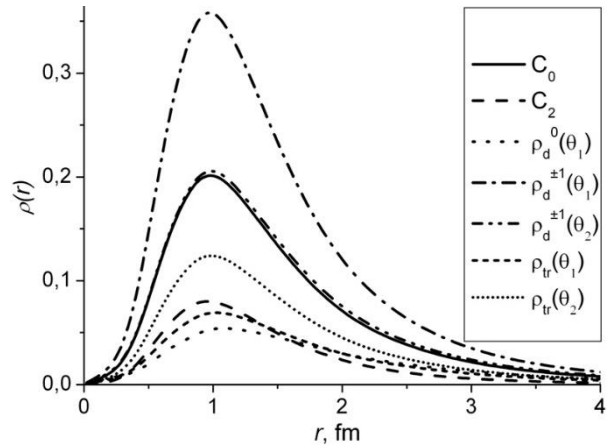


Рис. 3. ρ_i для потенціалу Reid93. ХФД (3)

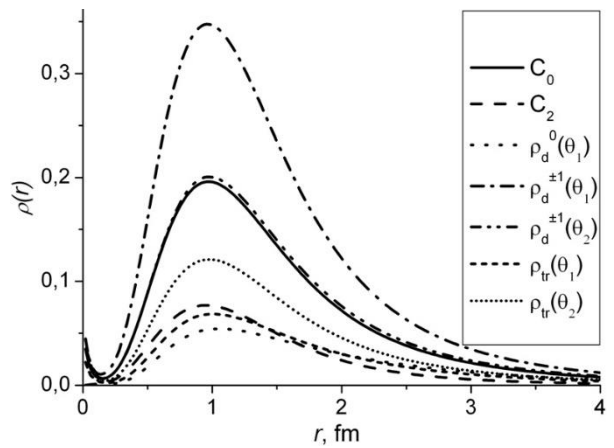


Рис. 4. ρ_i для потенціалу Reid93. ХФД (4)

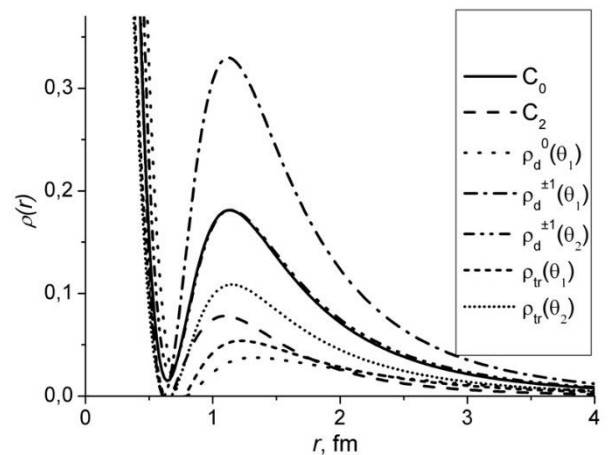


Рис. 5. ρ_i для потенціалу для Московського потенціалу

Висновки

По отриманим раніше коефіцієнтам чотирьох аналітичних форм ХФД (1)-(4) в координатному представленні для нуклон-нуклонного потенціалу Reid93 розраховано

величини розподілу густини $\rho_d^{M_d}$ та густина переходу $\rho_{tr}^{\pm 1}$.

Розрахунок величин розподілу густини в дейтроні та густина переходу може слугувати для оцінки коректності вибору аналітичної форми при апроксимації ХФД. Зрештою знання розподілу густини в дейтроні дозволяє отримати інформацію [9]

про його зарядовий формфактор і тензорну поляризацію. Спін-фліп частина магнітного формфактору та розподіл імпульсів можуть бути одержані з густини переходу. Це також забезпечить незалежну оцінку просторових розмірів тороїдальної структури в дейтроні та перерізу $d(e,e'p)n$ - реакції в одно фотонному обмінному наближенні.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Zhaba V.I. Deuteron: properties and analytical forms of wave function in coordinate space // arXiv:nucl-th/1706.08306
2. Stoks V.G.J. et al. Construction of high quality NN potential models // Phys. Rev. C – 1994. – Vol. 49, Iss. 6. – P. 2950–2962.
3. Berezhnoy Yu.A. et al. Deuteron Form Matter-Density Distribution in Deuteron and Diffraction Deuteron-Nucleus Interaction // Intern. Jour. Mod. Phys. E – 2005. – Vol. 14, Iss. 7. – P. 1073–1085.
4. Zhaba V.I. Parameterization of the deuteron wave functions and form factors // World Scientific News – 2017. – Vol. 87. – P. 222–232.
5. Cap F. et al. New method for the solution of the deuteron problem, and its application to a regular potential // Nuovo Cimento – 1955. – Vol. 1, No. 6. – P. 1211–1222.
6. Zhaba V.I. New analytical forms of wave function in coordinate space and tensor polarization of deuteron // Mod. Phys. Lett. A – 2016. – Vol. 31, No. 25. – P. 1650139.
7. Zhaba V.I. New parametrization of the deuteron wave function and calculations of the tensor polarization // arXiv:nucl-th/1603.05174
8. Zhaba V.I. New analytical forms through Laguerre functions for wave function in coordinate space and tensor polarization of deuteron // Electr. Journ. Theor. Phys. – 2016. – Vol. 13, No. 36. – P. 161–170.
9. Forest J.L. et al. Femtometer toroidal structures in nuclei // Phys. Rev. C – 1996. – Vol. 54, Iss. 2. – P. 646–667.
10. Kukulkin V.I. et al. Symmetry in the Nucleon-Nucleon Interaction and the Model of Moscow Potential // Prog. Theor. Phys. – 1992. – Vol. 88, No. 2. – P. 159–209.

Стаття надійшла до редакції 13.11.2017.

В.И. Жаба

Ужгородский национальный университет, 88000, Ужгород, ул. Волошина, 54

ДЕЙТРОН: АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФОРМЫ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ

По полученным ранее коэффициентам четырех аналитических форм волновой функции дейтрона в координатном представлении для нуклон-нуклонного потенциала Reid93 рассчитано распределение плотности в дейтроне и плотность перехода. Такие расчеты помогают оценить корректность выбора аналитической формы для аппроксимации волновой функции, а также получить информацию о таких характеристиках дейтрона как зарядовый форм-фактор, тензорная поляризация и распределение импульсов.

Ключевые слова: дейтрон, волновая функция, аналитическая форма, аппроксимация, распределение плотности, плотность перехода.

PACS 03.65.Nk, 13.88.+e, 21.45.Bc

DOI: 10.24144/2415-8038.2017.42.191-195

V.I. Zhaba

Uzhhorod National University, 88000, Uzhhorod, Voloshin Str., 54

DEUTERON: ANALYTICAL FORMS OF WAVE FUNCTION AND DENSITY DISTRIBUTION

Introduction: The deuteron wave function can be presented as the table through the respective massifs of numerically values of radial wave functions. In calculations such arrays of numbers in the texts of programs to operate quite difficult. Therefore a used simpler analytical forms is expedient.

Purpose: In the received analytical forms of deuteron wave function in coordinate representation it is necessary to calculate density distribution in the deuteron and transition density and compare them among themselves.

Results: On the received coefficients of the four analytical forms for deuteron wave function for the nucleon-nucleon potential Reid93 are calculated density distribution and transition density. For comparison, similar results are given for Moscow potential.

Conclusion: Such calculations help to evaluate the correctness of the choice of the analytical form for approximation of the wave function, and also to obtain information about such characteristics of the deuteron as charge form factor, tensor polarization and momentum distribution.

Keywords: deuteron, wave function, analytical form, approximation, density distribution, transition density.

REFERENCES

1. Zhaba, V.I. (2017), "Deuteron: properties and analytical forms of wave function in coordinate space", arXiv:nucl-th/1706.08306
2. Stoks, V.G.J. et al. (1994), "Construction of high quality NN potential models", Phys. Rev. C, No. 49, pp. 2950-2962.
3. Berezhnoy, Yu.A. et al. (2005), "Deuteron Form Matter-Density Distribution in Deuteron and Diffraction Deuteron-Nucleus Interaction", Intern. Jour. Mod. Phys. E, No. 14, pp. 1073-1085.
4. Zhaba, V.I. (2017), "Parameterization of the deuteron wave functions and form factors", World Scientific News, No. 87, pp. 222-232.
5. Cap, F. et al. (1955), "New method for the solution of the deuteron problem, and its application to a regular potential", Nuovo Cimento, No. 1, pp. 1211-1222.
6. Zhaba, V.I. (2016), "New analytical forms of wave function in coordinate space and tensor polarization of deuteron", Mod. Phys. Lett. A, No. 31, pp. 1650139.
7. Zhaba, V.I. (2016), "New parametrization of the deuteron wave function and calculations of the tensor polarization", arXiv:nucl-th/1603.05174
8. Zhaba, V.I. (2016), "New analytical forms through Laguerre functions for wave function in coordinate space and tensor polarization of deuteron", Electr. Journ. Theor. Phys., No. 13, pp. 161-170.
9. Forest, J.L. et al. (1996), Femtometer toroidal structures in nuclei // Phys. Rev. C, No. 54, pp. 646-667.
10. Kukulín, V.I. et al. (1992), "Symmetry in the Nucleon-Nucleon Interaction and the Model of Moscow Potential", Prog. Theor. Phys., No. 88, pp. 159-209.