

# ТОНКА СТРУКТУРА ЕНЕРГЕТИЧНОГО СПЕКТРУ $E(J)$ ПАРНО-ПАРНИХ ЯДЕР В АДАБАТИЧНІЙ ТРИЧАСТИНКОВІЙ МОДЕЛІ

**Р.М. Плекан, В.Ю. Пойда, І.В. Хімич**

Ужгородський національний університет, кафедра теоретичної фізики  
вул. Капітульна, 9а, Ужгород, 88000, e-mail: nphys@univ.uzhgorod.ua

У рамках адиабатичної тричастинкової моделі ядра проведено теоретичний опис стаціонарних станів парно-парних ядер, середнє самоузгоджене поле яких моделюється потенціалом Вудса-Саксона. Ефективність адиабатичного підходу проілюстрована на прикладі чисельних розрахунків енергетичного спектру низьколежачих збуджених станів цілого ряду парно-парних ядер та відповідних енергій спарювання валентних нуклонів. З'ясовано, що за рахунок залишкової взаємодії валентних нуклонів має місце тонка структура енергетичного спектру  $E(J)$  по сумарному кутовому моменту ядра.

*Ключові слова:* тричастинкова модель ядра, рівняння Шредінгера, парно-парні ядра, адиабатичне наближення, кутові і радіальні кореляції нуклонів, енергія спарювання.

## Вступ

Кінцевою метою теорії ядра є пояснення і теоретичний опис спостережуваних на експерименті характеристик і властивостей ядра на основі знань про взаємодію між нуклонами, з яких складається ядро. При теоретичному дослідженні властивостей ядра ми зустрічаємося з рядом особливостей, які відсутні в теорії атома. Зокрема, відсутня точна інформація про нуклон-нуклонну взаємодію всередині ядра. На відміну від атома, в ядрі не існує силового центру. З одного боку нуклонів в ядрі досить багато, що не дозволяє сподіватись на точний розв'язок динамічних рівнянь, які описують ядро, а з іншого – мало, щоб можна було коректно застосувати статистичні методи.

Отже, труднощі математичного характеру, які виникають при розв'язку рівняння Шредінгера для стаціонарних станів атомних ядер, змушують до пошуку різноманітних наближених методів і модельних підходів його розв'язання. Найбільш відомі з них: метод оболонки [1], метод Хартрі-Фока [2], метод сильного зв'язку каналів [3], метод К-гармонік [4], варіаційний підхід [5], метод рівнянь Фаддєєва [6] та інші. Загальним для всіх цих методів є використання розкладу повної хвильової функції

ядра по власним функціям деякого оператора, який, як правило, є певною частиною повного гамільтоніана. Таке виділення гамільтоніана підсистеми та подальша редукція повного гамільтоніана в простір меншої розмірності істотно спрощує розв'язок багатонуклонної задачі і зводить її в кінцевому рахунку до розв'язку одонуклонної задачі.

Однак, врахування ефектів спарювання нуклонів, обумовлених залишковою взаємодією нуклонів одного сорту, які відіграють важливу роль у формуванні збуджених станів парно-парних ядер і проявляються, зокрема, у наявності щілини у енергетичних спектрах збуджених станів парно-парних ядер та її відсутності у спектрах непарних і непарно-непарних ядер, призводить до гострої необхідності мати методи розрахунку хвильових функцій та енергетичного спектру стаціонарних станів парно-парних ядер, які виходять за рамки одонуклонних наближень типу Хартрі-Фока. Іншими словами, виникає необхідність у теоретичному описі двонуклонних зв'язаних станів ядра.

До дослідження двонуклонних стаціонарних станів ядра спонукають також і наступні причини. По-перше, відомо, що положення максимуму гігантського дипольного резонансу визначається одонуклон-

ними збудженнями в ядрі, однак ширина гігантського дипольного резонансу визначається двонуклонними збудженнями. По-друге, до сих пір не отримало належного теоретичного обґрунтування питання про детальну структуру нейтронного гало, наявність якого експериментально встановлено для ряду легких ядер  ${}^6\text{He}$ ,  ${}^{11}\text{Li}$ ,  ${}^{14}\text{Be}$ . Характерною рисою гало-ядер є аномально великі середньоквадратичні радіуси розподілу валентних нуклонів, а розподіл нуклонів всього ядра не підлягає закону  $A^{1/3}$ . Тому теоретичні розробки у цьому напрямку є зараз дуже доречними і актуальними. По-третє, відомо, що парні кореляції нуклонів одного сорту призводять до існування надплинних станів ядер. Першим на можливість надплинності ядерної матерії вказав Боголюбов [7]. Найбільш послідовно парні кореляції нуклонів одного сорту враховуються в надплинній моделі ядра [8, 9] на основі формалізму вторинного квантування.

Парні кореляції між тотожними нуклонами запропоновано враховувати в потенціальному підході в рамках адіабатичної тричастинкової моделі ядра [10-17], в якій парно-парне сферичне (або деформоване) ядро розглядається як система, що складається із відповідного остова і двох валентних нуклонів. В основі запропонованої моделі лежить припущення про розділення руху ядра у просторі  $R^6$  на швидкий рух по кутових змінних на гіперсфері  $S^5(\Omega)$  і адіабатичний (повільний) вздовж гіперрадіусу  $R$  та введення зручного для опису поняття потенціального терму нуклонів ядра  $U_\mu(R)$ .

Зауважимо, що адіабатична тричастинкова модель ядра базується також на припущенні про існування середнього ядерного поля, але в ній враховується також короткодіюча залишкова взаємодія валентних нуклонів у формі потенціалу з нульовим радіусом дії із врахуванням відштовхування нуклонів на малих відстанях.

### Математичний формалізм адіабатичної тричастинкової моделі

У випадку сферичного (деформованого) ядра  ${}^A_ZX$  з двома валентними нуклонами опис ядра в адіабатичній тричастинковій

моделі проводиться в термінах колективних змінних, роль яких відіграють гіперрадіус  $R$  і гіперкут  $\alpha$

$$R = (r_1^2 + r_2^2)^{1/2}, \quad \alpha = \arctg(r_2 / r_1) \quad (1)$$

та звичайні сферичні кути  $\hat{r}_i = \{\varphi_i, \theta_i\}$  ( $i = 1, 2$ ) валентних нуклонів.

Хвильова функція ядра  ${}^A_ZX$  представляється у вигляді добутку хвильової функції  $A-2 \Psi(\xi)$  відповідного парно-парного остова та хвильової функції  $\Psi(r_1, r_2)$  валентних нуклонів, тобто у вигляді

$${}^A \Psi(\xi, r_1, r_2) = {}^{A-2} \Psi(\xi) \Psi(r_1, r_2). \quad (2)$$

Для простоти подальших міркувань для довільного сферичного ядра  ${}^A_ZX$  ефективне середнє поле моделюється статичним сферично-симетричним потенціалом Вудса-Саксона [16]

$$U_i(r_i) = -V_0 \left( 1 \pm 0.63 \frac{N-Z}{A} \right) \left( 1 + \exp\left(\frac{r_i - R_0}{a_0}\right) \right)^{-1} + V_k, \quad (3)$$

де “ $\pm$ ” у формулі (3): “+” – відповідно для протона, “-” – для нейтрона;  $R_0 = r_0 A^{1/3}$ ,  $V_k$  - потенціал кулонівської взаємодії.

Спін-орбітальна взаємодія  $i$ -ого нуклона має вигляд

$$V_{l_i s_i}(r_i) = W_i(r_i)(\vec{l}_i, \vec{s}_i), \quad W_i(r_i) = -\chi \frac{1}{r_i} \frac{\partial U_i(r_i)}{\partial r_i}, \quad (4)$$

а залишкова взаємодія валентних нуклонів між собою моделюється у вигляді [15]

$$V_{\text{зал}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -4\pi V_{12} [1 - g\rho(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2})] \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2). \quad (5)$$

Відносний внесок відштовхування нуклонів на малих відстанях визначається константою  $g > 0$ . Такий вибір залишкової взаємодії спрощує надалі алгоритм розрахунку енергетичного спектру, бо дозволяє в явному аналітичному вигляді обчислити її матричні елементи і в той же час, мабуть, не спотворює реальної ситуації, хоча в майбутньому можна буде

розглянути і більш реалістичні моделі взаємодії.

Отже, в рамках адіабатичної тричастинкової моделі ядра потенціальна енергія  $V(R, \Omega)$  розглядуваного ядра в термінах колективних змінних (1) має вигляд

$$V(R, \Omega) = U_1(R \cos \alpha) + W_1(R \cos \alpha) (\vec{l}_1, \vec{s}_1) + U_2(R \sin \alpha) + W_2(R \sin \alpha) (\vec{l}_2, \vec{s}_2) + V_{\text{зал}} + V_k. \quad (6)$$

Зауважимо, що використання гамільтоніана з центральною двочастинковою і одночастинковою спіно-орбітальною взаємодією відповідає так званому наближенню проміжного зв'язку.

Як показано в роботах [10-13], задача на знаходження енергетичного спектру сферичних атомних ядер в рамках адіабатичної тричастинкової моделі ядра зводиться до розв'язання наступних двох послідовних задач. По-перше, до задачі знаходження адіабатичних потенціальних термів нуклонів ядра  $U_\mu(R)$  та відповідних базисних функцій  $\Phi_\mu(R, \Omega)$  шляхом чисельного розв'язку системи диференціальних рівнянь по змінній  $\alpha$

$$\left[ \frac{d^2}{d\alpha^2} - \frac{l_1(l_1+1)}{\cos^2 \alpha} - \frac{l_2(l_2+1)}{\sin^2 \alpha} + U_\mu(R) \right] \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) + R^2 \sum_{j_1' j_2' l_1' l_2'} V_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_1' j_2' l_1' l_2'}(R, \alpha) \Phi_{j_1' j_2' l_1' l_2'}^{(\mu)}(R, \alpha) = 0, \quad (7)$$

для коефіцієнтів

$$\Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha). \quad (8)$$

Система (7) доповнюється відповідними граничними умовами, які забезпечують обмеженість функції  $\Phi_\mu(R, \alpha)$  в нулі і виконання принципу Паулі.

Розклад повної хвильової функції системи  $\Psi(R, \Omega)$  за гіперсферичним адіабатичним базисом  $\{\Phi_\mu(R, \Omega)\}$  [10-13] має вигляд

$$\Psi(R, \Omega) = R^{-5/2} \sum_\mu F_\mu(R) \Phi_\mu(R, \Omega). \quad (9)$$

По-друге, до задачі знаходження радіальних функцій  $F_\mu(R)$  та енергетичного спектру  $E$  стаціонарних станів нуклонів

на основі чисельного розв'язку системи диференціальних рівнянь по змінній  $R$

$$\left\{ -\frac{d^2}{dR^2} - \frac{1}{4R^2} + U_\mu(R) - 2E \right\} F_\mu(R) + \sum_{\mu'} H_{\mu\mu'}(R) F_{\mu'}(R) + Q_{\mu\mu'}(R) \frac{d}{dR} F_{\mu'}(R) + \frac{d}{dR} [Q_{\mu\mu'}(R) F_{\mu'}(R)] = 0. \quad (10)$$

Радіальні функції  $F_\mu(R)$  задовольняють граничні умови обмеженості в нулі та на нескінченності.

Адіабатичне наближення, якому відповідає збереження в розкладі (9) тільки одного члена і відповідно тільки діагональних матричних елементів, зводить систему (10) до одного рівняння. Явний вигляд величин у (7) і (10) приведений в [10-13]. Методика знаходження енергетичного спектру та відповідних хвильових функцій для деформованих ядер приведена у роботах [15-17].

### Чисельні розрахунки енергетичного спектру парно-парних ядер

У рамках адіабатичної тричастинкової моделі приведемо нижче основні моменти чисельного розрахунку енергетичного спектру та відповідних енергій спарювання валентних нуклонів на прикладі детального розрахунку дводіркових збуджених станів парно-парних ядер  $^{36}\text{Ar}$ ,  $^{38}\text{Ca}$ ,  $^{46}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{50}\text{Cr}$ ,  $^{52}\text{Fe}$ ,  $^{82}\text{Se}$ ,  $^{86}\text{Sr}$ ,  $^{88}\text{Zr}$ , у котрих до заповнення зовнішніх оболонок не вистачає двох тотожних нейтронів. Для спрощення розрахунків сильну взаємодію валентних нуклонів з остовом ядра моделюємо сферично-симетричним потенціалом Вудса-Саксона, залишкову взаємодію – потенціалом нульового радіусу дії у вигляді контактної дельта-взаємодії.

Розрахунки енергетичного спектру парно-парних ядер у припущенні сферично-симетричного поля ядра проводились в такій послідовності. У відповідності з асимптотичною поведінкою потенціальних адіабатичних термів параметри потенціалу Вудса-Саксона підбирались таким чином, щоб потенціальні терми  $U_\mu(R)/R^2$  нуклонів на асимптотиці при  $R \rightarrow \infty$  виходили на відповідні рівні ізотопів з масовим числом, меншим на одиницю. Визначені у та-

кий спосіб значення параметрів потенціалу Вудса-Саксона приведені в табл. 1. Далі, з визначеними параметрами із включенням потенціалу міжнуклонної взаємодії за схемою робіт [10-13] в наближенні Борна-Оппенгеймера знаходились спектри рівнів  $\epsilon_{nJ}$  і відповідні їм хвильові функції стаціонарних станів. За нуль було прийнято

енергії відриву двох нуклонів з відповідних оболонки.

Результати розрахунків енергетичного спектру  $\epsilon_{nJ}$  дводіркових збуджених станів ядер у припущенні сферично-симетричного поля приведені в табл. 2.

Таблиця 1

**Набори параметрів потенціалів для досліджуваних ядер**

| Ядро             | $V_0$ , MeV | $V_{12}$ , MeV | $r_0$ , фм | $a_0$ , фм | $\chi$ , фм <sup>2</sup> |
|------------------|-------------|----------------|------------|------------|--------------------------|
| <sup>36</sup> Ar | 47.9        | 30.0           | 1.28       | 0.63       | 0.263                    |
| <sup>38</sup> Ca | 50.3        | 30.0           | 1.24       | 0.63       | 0.29068                  |
| <sup>46</sup> Ca | 50.0        | 34.0           | 1.26       | 0.63       | 0.32144                  |
| <sup>48</sup> Ti | 52.0        | 34.0           | 1.27       | 0.63       | 0.30683                  |
| <sup>50</sup> Cr | 51.6        | 30.0           | 1.28       | 0.63       | 0.28404                  |
| <sup>52</sup> Fe | 50.5        | 34.0           | 1.27       | 0.63       | 0.28248                  |
| <sup>82</sup> Se | 48.5        | 30.0           | 1.27       | 0.63       | 0.3528                   |
| <sup>86</sup> Sr | 48.8        | 30.0           | 1.27       | 0.63       | 0.32416                  |
| <sup>88</sup> Zr | 49.3        | 30.0           | 1.26       | 0.63       | 0.31818                  |

Таблиця 2

**Результати розрахунків енергетичного спектру станів досліджуваних парно-парних ядер та відповідних енергій спарювання**

| Ядро <sup>A</sup> X | Конфігурація дірок         | $J^\pi$        | $\epsilon_{теор}$ , MeV | $\epsilon_{експ}$ [18], MeV | $E_J - E_{V=0}$ , MeV | $E_{спар}$ , MeV |
|---------------------|----------------------------|----------------|-------------------------|-----------------------------|-----------------------|------------------|
| <sup>36</sup> Ar    | $(1d_{3/2} 1d_{3/2})^{-1}$ | 0 <sup>+</sup> | 0                       | 0                           | 0.2731                | -                |
|                     | $(1d_{3/2} 1d_{3/2})^{-1}$ | 2 <sup>+</sup> | 1.52830                 | 1.97039                     | 0.4259                | 1.560            |
|                     | $(2s_{1/2} 2s_{1/2})^{-1}$ | 0 <sup>+</sup> | 0.98132                 | -                           | 0.2409                | -                |
|                     | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | 0 <sup>+</sup> | 1.60193                 | -                           | 0.3200                | -                |
|                     | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | 2 <sup>+</sup> | 0.78960                 | -                           | 0.3170                | 0.991            |
|                     | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | 4 <sup>+</sup> | 1.63195                 | -                           | 0.4012                | 1.254            |
| <sup>38</sup> Ca    | $(1d_{3/2} 1d_{3/2})^{-1}$ | 0 <sup>+</sup> | 0                       | 0                           | 0.3299                | -                |
|                     | $(1d_{3/2} 1d_{3/2})^{-1}$ | 2 <sup>+</sup> | 2.9537                  | 2.2060                      | 0.6252                | 1.895            |
|                     | $(2s_{1/2} 2s_{1/2})^{-1}$ | 0 <sup>+</sup> | 1.2686                  | -                           | 0.3432                | -                |
|                     | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | 0 <sup>+</sup> | 1.3364                  | -                           | 0.4519                | -                |
|                     | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | 2 <sup>+</sup> | 1.7431                  | -                           | 0.4112                | 0.91             |
|                     | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | 4 <sup>+</sup> | 1.5159                  | -                           | 0.7371                | 1.631            |
| <sup>46</sup> Ca    | $(1f_{7/2} 1f_{7/2})^{-1}$ | 0 <sup>+</sup> | 0                       | 0                           | 0.368                 | -                |
|                     | $(1f_{7/2} 1f_{7/2})^{-1}$ | 2 <sup>+</sup> | 0.0791                  | 1.3460                      | 0.447                 | 1.215            |
|                     | $(1f_{7/2} 1f_{7/2})^{-1}$ | 4 <sup>+</sup> | 0.2507                  | 2.5747                      | 0.619                 | 1.682            |
|                     | $(1f_{7/2} 1f_{7/2})^{-1}$ | 6 <sup>+</sup> | 0.4714                  | 2.9739                      | 0.840                 | 2.283            |
|                     | $(2s_{1/2} 2s_{1/2})^{-1}$ | 0 <sup>+</sup> | 5.6674                  | 4.7580                      | 0.396                 | -                |
|                     | $(1d_{3/2} 1d_{3/2})^{-1}$ | 0 <sup>+</sup> | 8.3905                  | 7.2332                      | 0.824                 | -                |
|                     | $(1d_{3/2} 1d_{3/2})^{-1}$ | 2 <sup>+</sup> | 8.1128                  | 7.4900                      | 1.101                 | 1.336            |
|                     | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | 0 <sup>+</sup> | 8.3664                  | 7.2670                      | 0.566                 | -                |
|                     | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | 2 <sup>+</sup> | 8.1146                  | 7.6680                      | 0.817                 | 1.443            |
|                     | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | 4 <sup>+</sup> | 7.7445                  | -                           | 1.187                 | 2.097            |

| Ядро ${}^A_ZX$     | Конфігурація дірок         | $J^\pi$ | $\epsilon_{\text{теор}}$ , MeV | $\epsilon_{\text{експ}}$ [18], MeV | $E_j - E_{V=0}$ , MeV | $E_{\text{спар}}$ , MeV |
|--------------------|----------------------------|---------|--------------------------------|------------------------------------|-----------------------|-------------------------|
| ${}^{48}\text{Ti}$ | $(1f_{7/2} 1f_{7/2})^{-1}$ | $0^+$   | 0                              | 0                                  | 0.2826                | -                       |
|                    | $(1f_{7/2} 1f_{7/2})^{-1}$ | $2^+$   | 0.48801                        | 0.98352                            | 0.3314                | 1.173                   |
|                    | $(1f_{7/2} 1f_{7/2})^{-1}$ | $4^+$   | 1.43501                        | 2.29563                            | 0.4261                | 1.508                   |
|                    | $(1f_{7/2} 1f_{7/2})^{-1}$ | $6^+$   | 2.46269                        | 3.33318                            | 0.5288                | 1.871                   |
|                    | $(2s_{1/2} 2s_{1/2})^{-1}$ | $0^+$   | 7.30485                        | -                                  | 0.1181                | -                       |
|                    | $(1d_{3/2} 1d_{3/2})^{-1}$ | $0^+$   | 5.41460                        | -                                  | 0.4427                | -                       |
|                    | $(1d_{3/2} 1d_{3/2})^{-1}$ | $2^+$   | 4.10737                        | 4.07448                            | 0.5734                | 1.295                   |
|                    | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | $0^+$   | 7.65592                        | 7.57404                            | 0.3692                | -                       |
|                    | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | $2^+$   | 6.88804                        | 6.8080                             | 0.4460                | 1.208                   |
|                    | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | $4^+$   | 5.92405                        | 5.990                              | 0.5424                | 1.469                   |
| ${}^{52}\text{Fe}$ | $(1f_{7/2} 1f_{7/2})^{-1}$ | $0^+$   | 0                              | 0                                  | 0.530                 | -                       |
|                    | $(1f_{7/2} 1f_{7/2})^{-1}$ | $2^+$   | 0.7505                         | 0.8496                             | 0.642                 | 1.211                   |
|                    | $(1f_{7/2} 1f_{7/2})^{-1}$ | $4^+$   | 0.9931                         | 2.3857                             | 0.885                 | 1.670                   |
|                    | $(1f_{7/2} 1f_{7/2})^{-1}$ | $6^+$   | 1.3021                         | -                                  | 1.202                 | 2.268                   |
|                    | $(1d_{3/2} 1d_{3/2})^{-1}$ | $0^+$   | 5.8235                         | 4.1458                             | 0.873                 | -                       |
|                    | $(1d_{3/2} 1d_{3/2})^{-1}$ | $2^+$   | 5.3224                         | 4.4560                             | 1.374                 | 1.574                   |
|                    | $(2s_{1/2} 2s_{1/2})^{-1}$ | $0^+$   | 6.1086                         | 5.3630                             | 0.832                 | -                       |
|                    | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | $0^+$   | 7.1304                         | 5.7180                             | 0.2147                | -                       |
|                    | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | $2^+$   | 6.7789                         | 5.8290                             | 0.2498                | 1.163                   |
|                    | $(1d_{5/2} 1d_{5/2})^{-1}$ | $4^+$   | 6.2696                         | 5.9650                             | 0.3007                | 1.401                   |
| ${}^{82}\text{Se}$ | $(1g_{9/2} 1g_{9/2})^{-1}$ | $0^+$   | 0                              | 0                                  | 0.225                 | -                       |
|                    | $(1g_{9/2} 1g_{9/2})^{-1}$ | $2^+$   | 0.0582                         | 0.6547                             | 0.283                 | 1.258                   |
|                    | $(1g_{9/2} 1g_{9/2})^{-1}$ | $4^+$   | 0.1074                         | 1.7350                             | 0.333                 | 1.480                   |
|                    | $(1g_{9/2} 1g_{9/2})^{-1}$ | $6^+$   | 0.1996                         | -                                  | 0.425                 | 1.889                   |
|                    | $(1g_{9/2} 1g_{9/2})^{-1}$ | $8^+$   | 0.2934                         | -                                  | 0.519                 | 2.307                   |
|                    | $(2p_{1/2} 2p_{1/2})^{-1}$ | $0^+$   | 3.9138                         | 1.4099                             | 0.152                 | -                       |
|                    | $(2p_{3/2} 2p_{3/2})^{-1}$ | $0^+$   | 4.7183                         | 3.4490                             | 0.138                 | -                       |
|                    | $(2p_{3/2} 2p_{3/2})^{-1}$ | $2^+$   | 4.6340                         | 3.5860                             | 0.223                 | 1.616                   |
| ${}^{86}\text{Sr}$ | $(1g_{9/2} 1g_{9/2})^{-1}$ | $0^+$   | 0                              | 0                                  | 0.182                 | -                       |
|                    | $(1g_{9/2} 1g_{9/2})^{-1}$ | $2^+$   | 0.47195                        | 1.07668                            | 0.229                 | 1.258                   |
|                    | $(2p_{1/2} 2p_{1/2})^{-1}$ | $0^+$   | 3.87052                        | 3.1010                             | 0.125                 | -                       |
|                    | $(2p_{3/2} 2p_{3/2})^{-1}$ | $0^+$   | 4.61466                        | 4.6006                             | 0.549                 | -                       |
|                    | $(2p_{3/2} 2p_{3/2})^{-1}$ | $2^+$   | 4.54511                        | 4.3392                             | 0.619                 | 1.128                   |
|                    | $(1f_{5/2} 1f_{5/2})^{-1}$ | $0^+$   | 6.76272                        | -                                  | 0.201                 | -                       |
|                    | $(1f_{5/2} 1f_{5/2})^{-1}$ | $2^+$   | 6.67155                        | -                                  | 0.292                 | 1.453                   |
|                    | $(1f_{5/2} 1f_{5/2})^{-1}$ | $4^+$   | 6.53546                        | 5.4256                             | 0.428                 | 2.129                   |
| ${}^{88}\text{Zr}$ | $(1g_{9/2} 1g_{9/2})^{-1}$ | $0^+$   | 0                              | 0                                  | 0.298                 | -                       |
|                    | $(1g_{9/2} 1g_{9/2})^{-1}$ | $2^+$   | 0.76684                        | 1.05703                            | 0.375                 | 1.258                   |
|                    | $(2p_{1/2} 2p_{1/2})^{-1}$ | $0^+$   | 3.92509                        | 3.430                              | 0.208                 | -                       |
|                    | $(2p_{3/2} 2p_{3/2})^{-1}$ | $0^+$   | 4.68025                        | -                                  | 0.189                 | -                       |
|                    | $(1f_{5/2} 1f_{5/2})^{-1}$ | $0^+$   | 6.83790                        | -                                  | 0.328                 | -                       |
|                    | $(1f_{5/2} 1f_{5/2})^{-1}$ | $2^+$   | 6.69075                        | -                                  | 0.475                 | 1.448                   |
|                    | $(1f_{5/2} 1f_{5/2})^{-1}$ | $4^+$   | 6.47337                        | 6.5783                             | 0.693                 | 2.113                   |

Розраховані енергії збуджених станів парно-парних ядер узгоджуються з існуючими експериментальними даними для

області легких ядер, для області середніх і важких ядер необхідно враховувати ефекти поляризації парно-парного остова.

Для станів зі складною конфігурацією суттєвим є й ефект змішування конфігурацій. У табл. 2 для досліджуваних ядер приведені також чисельні розрахунки енергій спарювання, які обумовлені залишковою взаємодією тотожних валентних нуклонів. Енергії спарювання для відповідних рівнів знаходились за формулою

$$E_{\text{спар}} = \frac{E_j - E_{V=0}}{E_{J=0} - E_{V=0}}. \quad (11)$$

де  $E_j$ ,  $E_{V=0}$  - енергії  $j$ -го рівня відповідно з урахуванням і неврахуванням залишкової взаємодії;  $E_{J=0}$  - енергія основного рівня з урахуванням залишкової взаємодії. Результати розрахунків підтверджують експериментальні дані про енергії спарювання за

рахунок кореляцій нуклонів, а саме той факт, що вклад спарювання в спектр, як правило, не перевищує 2 МеВ.

## Висновки

Таким чином, сформульована нами адиабатична тричастинкова модель ядра дозволяє в потенціальному підході проводити адекватний теоретичний опис ефектів спарювання нуклонів, їх кутових і радіальних кореляцій, які призводять, зокрема, до утворення надплинних ядерних станів. Для кращого узгодження теоретичних розрахунків енергій збуджених станів ядер з експериментальними даними необхідно врахувати внесок недиагональних матричних елементів та поляризацію остова ядра.

## Література

1. Гепперт-Майер М., Йенсен И. Элементарная теория ядерных оболочек. - М.: Изд-во иностр. лит., 1958. - 318 с.
2. Барц Б.И., Болотин Ю.Л., Инопин Е.В., Гончар В.Ю. Метод Хартри-Фока в теории ядра. - К.: Наукова думка, 1982. – 208 с.
3. Жигунов В.П., Захарьев Б.Н. Методы сильной связи каналов в квантовой теории рассеяния. – М.: Атомиздат, 1974. - 223 с.
4. Базь А.И., Гринь Ю.Т., Демин В.Ф., Жуков М.В. Некоторые приложения метода К-гармоник к расчету свойств атомных ядер // ЭЧАЯ. – 1972. - Т. 3, вып. 2. - С. 275-317.
5. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М.: Наука, 1970. – 512 с.
6. Меркурьев С.П., Фаддеев Л.Д. Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. – М.: Наука, 1985. – 400 с.
7. Боголюбов Н.Н. К вопросу об условии сверхпроводимости в теории ядерной материи // Докл. АН СССР. - 1958. - Т. 119, № 1. - С. 52-55.
8. Soloviev V.G. On the Superfluid State of the Atomic Nucleus // Nucl. Phys. - 1958/59. - Vol. 9, Issue 4. - P. 655-664.
9. Belyaev S.T. Effect of Pairing Correlations on Nuclear Properties // Dan. Mat. Fys. Medd. - 1959. - Vol. 31, №11. - P. 1-55.
10. Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хіміч І.В. Тричастинкова динаміка кластерних ядер в гіперсферичному адиабатичному підході // УФЖ. - 1995. – Т. 40, № 11. - С. 1166-1170.
11. Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хіміч І.В. Опис зв'язаних станів кластерних ядер в колективних змінних // Доп. НАН України. Сер. матем. - 1995. - № 10. - С. 71-74.
12. Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хіміч І.В. Тричастинкова модель стаціонарних станів атомних ядер в адиабатичному підході // УФЖ. - 1999. – Т. 44, № 11. - С. 1330-1336.
13. Капустей М.М., Плекан Р.М., Пойда В.Ю., Хіміч І.В. Адиабатична тричастинкова оболонкова модель ядра // УФЖ. – 2001. – Т. 46, № 5-6. – С. 524-528.
14. Khimich I.V., Plekan R.M., Pojda V.Yu. The Description of the Energy Spectrum of Nuclei in the Adiabatic Approach // Radiat. Phys. and Chem. – 2003. – Vol. 68, iss. 1-2. – P. 159-163.
15. Плекан Р.М., Пойда В.Ю., Хіміч І.В. Дослідження кореляцій нуклонів парно-парних ядер в рамках адиабатичної

- тричастинкової моделі ядра // УФЖ. – 2004. – Т. 49, №8. – С. 743-753.
16. Plekan R.M., Pojda V.Yu., Khimich I.V. Theoretical Description of Nucleons Paired Correlations of Even-Even Nuclei in the Adiabatic Three-Particle Model // Proc. of International Conf. on Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy (NPAE-Kyiv2006). - Part. 1.– Kyiv (Ukraine). – 2007. – P. 183-192.
17. Plekan R.M., Pojda V.Yu., Khimich I.V. Theoretical Description of Nucleons Paired Correlations of Even-Even Nuclei in the Adiabatic Three-Particle Model // Nucl. Phys. and Atom. Energy. – 2007. – Vol. 2, iss. 20. - P. 47-55.
18. Evaluated Nuclear Structure Data File (National Nuclear Data Centre, Brookhaven National Laboratory, New York, USA): <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>.

## THE FINE-STRUCTURE OF THE $E(J)$ ENERGY SPECTRA OF EVEN-EVEN NUCLEI IN THE ADIABATIC THREE-PARTICLE MODEL

**R.M. Plekan, V.Yu. Pojda, I.V. Khimich**

Uzhhorod National University, Department of Theoretical Physics  
9a, Kapitulna str., Uzhhorod 88000, e-mail: [nphys@univ.uzhgorod.ua](mailto:nphys@univ.uzhgorod.ua)

The theoretical description of the stationary states of even-even nuclei, whose mean self-consistent field being simulated by Woods-Saxon potential, is carried out within the framework of the adiabatic three-particle model of nucleus. The efficiency of the adiabatic approach is illustrated for the example of the numerical calculations of the energy spectra of low-lying excited states for whole series of even-even nuclei and the corresponding pairing energy of two valence nucleons. It was showed that the fine-structure of the  $E(J)$  energy spectra on total angular momentum of nucleus exists to account of the residual interaction of valence nucleons.

*Key words:* three-particle model of nucleus, Schrödinger's equation, even-even nuclei, adiabatic approximation, angular and radial correlations of nucleons, pairing energy.

## ТОНКАЯ СТРУКТУРА ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА $E(J)$ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР В АДИАБАТИЧЕСКОЙ ТРЕХЧАСТИЧНОЙ МОДЕЛИ

**Р.М. Плекан, В.Ю. Пойда, И.В. Химич**

Ужгородский национальный университет, кафедра теоретической физики  
ул. Капитульная, 9а, Ужгород, 88000, e-mail: [nphys@univ.uzhgorod.ua](mailto:nphys@univ.uzhgorod.ua)

В рамках адиабатической трехчастичной модели ядра проведено теоретическое описание стационарных состояний четно-четных ядер, среднее самосогласованное поле которых моделируется потенциалом Вудса-Саксона. Эффективность адиабатического подхода проиллюстрирована на примере численных расчетов энергетического спектра низколежащих возбужденных состояний целого ряда четно-четных ядер и соответствующих энергий спаривания валентных нуклонов. Выяснено, что за счет остаточного взаимодействия валентных нуклонов существует тонкая структура энергетического спектра  $E(J)$  по суммарному угловому моменту ядра.

*Ключевые слова:* трехчастичная модель ядра, уравнение Шредингера, четно-четные ядра, адиабатическое приближение, угловые и радиальные корреляции нуклонов, энергия спаривания.