

## ТЕОРЕТИЧНИЙ ОПИС КОРЕЛЯЦІЙ НУКЛОНІВ ПАРНО-ПАРНИХ АТОМНИХ ЯДЕР

Р.М.Плекан, В.Ю.Пойда, І.В.Хіміч

Ужгородський національний університет, кафедра ядерної фізики,  
вул. Капітульна, 9а, Ужгород, 88000, e-mail: nphys@univ.uzhgorod.ua

У рамках адіабатичної тричастинкової моделі ядра проведено теоретичний опис енергетичного спектру спарених станів нуклонів ядра, яке моделюється парно-парним "кором" плюс два нуклони на зовнішній оболонці. Задача на знаходження енергетичного спектру парно-парного ядра розбивається на два етапи: 1) обчислення енергетичного спектру у припущенні сферично симетричного поля ядра; 2) визначення спектру деформованого ядра у першому наближенні методу теорії збурень за параметром деформації  $\beta \ll 1$ , де за нульове наближення приймаються розв'язки для сферично симетричного ядра. Ефективність моделі проілюстрована на прикладі чисельних розрахунків енергетичного спектру низьколежачих збуджених станів парно-парних ядер  $^{40}\text{Ca}$  та  $^{200}\text{Hg}$ , у яких в зовнішній оболонці містяться два валентні нуклони.

### Вступ

Врахування в теорії ядра кутових і радіальних кореляцій нуклонів і відповідно ефектів спарювання нуклонів одного сорту, які відіграють важливу роль у формуванні збуджених станів ядер і проявляються, зокрема, у наявності шілини у енергетичних спектрах збуджених станів парно-парних ядер та її відсутності в спектрах непарних і непарно-непарних ядер, приводить до необхідності мати методи розрахунку хвильових функцій та енергетичного спектру стаціонарних станів парно-парних атомних ядер, які виходять за рамки однонуклонного наближення типу Хартрі-Фока [1].

Деякі дослідні дані (наприклад, енергія зв'язку останнього нейтрона в легких ядрах, нульові спіни парно-парних ядер в основних станах тощо) вказують на те, що сильна кореляція між двома нуклонами можлива лише тоді, коли ці нуклони перебувають у станах з однаковою енергією та однаковими квантовими числами, за винятком проекцій їхніх повних моментів.

Відомо, що найбільш послідовно і коректно парні кореляції нуклонів одного сорту, які приводять, зокрема, до існування надплинних станів ядер [2], враховуються [3, 4] в надплинній моделі ядра на основі формалізму вторинного квантування.

У даній праці пропонується парні кореляції між нуклонами враховувати в потенціальному підході в рамках адіабатичної тричастинкової моделі ядра [5-9], в основі якої лежить припущення про сепарабельність руху валентних нуклонів ядра на швидкий рух нуклонів по кутових змінних, тобто на сфері  $S^5(\Omega)$ , і адіабатичний (повільний) рух нуклонів вздовж гіперрадіусу  $R$  та введення зручного для опису поняття адіабатичного потенціального терма нуклонів ядра  $U_{\mu}(R)$ . Зауважимо, що адіабатична тричастинкова модель ядра ґрунтується на припущенні про існування середнього самоузгодженого поля моделі незалежних частинок, але в ній враховується також короткодійоча залишкова взаємодія валентних нуклонів.

### Теоретичний опис енергетичного спектру сферичних ядер

У випадку ядра  ${}^A_ZX$  з двома валентними нуклонами опис ядра в рамках адиабатичної тричастинкової моделі ядра проводиться в термінах колективних змінних, роль яких відіграють гіперрадіус  $R$  і гіперкут  $\alpha$

$$R = (r_1^2 + r_2^2)^{1/2}, \quad \alpha = \arctg(r_2 / r_1) \quad (1)$$

та звичайні сферичні кути  $\rho_i = \{\varphi_i, \theta_i\}$ ,  $i = 1, 2$ .

Енергетичний спектр стаціонарних станів у випадку сферичного ядра в рамках адиабатичної тричастинкової моделі ядра, в якій середнє самоузгоджене поле моделюється потенціалом Вудса-Саксона із врахуванням спин-орбітальної взаємодії двох валентних нуклонів, після відповідного вибору [5] гіперсферичного адиабатичного базису та відокремлення кутових змінних  $\{\alpha, \theta_i, \varphi_i\}$ , знаходиться [5-8] шляхом чисельного розв'язку системи зв'язаних диференціальних рівнянь для радіальних функцій  $F_\mu(R)$

$$\left\{ \frac{d^2}{dR^2} - \frac{1}{4R^2} + U_\mu(R) - 2E \right\} F_\mu(R) + \sum_{\mu'} \left\{ \begin{aligned} &H_{\mu\mu'}(R)F_{\mu'}(R) + Q_{\mu\mu'}(R) \frac{d}{dR} F_{\mu'}(R) + \\ &+ \frac{d}{dR} [Q_{\mu\mu'}(R)F_{\mu'}(R)] \end{aligned} \right\} = 0. \quad (2)$$

Явний вигляд  $H_{\mu\mu'}(R)$  та  $Q_{\mu\mu'}(R)$  та їх зміст наведено в [5,6]. Адиабатичні потенціальні терми нуклонів  $U_\mu(R)$  та відповідні базисні функції  $\Phi_\mu(R, \Omega)$  знаходяться з допомогою чисельного розв'язку системи зв'язаних диференціальних рівнянь по гіперкуту  $\alpha$

$$\left[ \frac{d^2}{d\alpha^2} - \frac{l_1(l_1+1)}{\cos^2 \alpha} - \frac{l_2(l_2+1)}{\sin^2 \alpha} + U_\mu(R) \right] \varphi_{j_1 j_2}^{(u)}(R, \alpha) + R^2 \sum_{j_1 j_2} V_{j_1 j_2}^{j_1 j_2}(R, \alpha) \varphi_{j_1 j_2}^{(u)}(R, \alpha) = 0 \quad (3)$$

з відповідними граничними умовами [5], які забезпечують обмеженість розв'язку і виконання принципу Паулі.

Явний вид матричних елементів потенціалів у (3) наведено у [5-8]. Для спрощення алгоритму чисельних розрахунків залишкова взаємодія валентних нуклонів моделюється потенціалом з нульовим радіусом дії з урахуванням відштовхування нуклонів на малих відстанях. Проведені в [6-8] теоретичні розрахунки енергетичних спектрів збуджених станів ядер  ${}^{14}C$ ,  ${}^{16}C$ ,  ${}^{18}Ne$ ,  ${}^{18}O$ ,  ${}^{42}Ca$ ,  ${}^{58}Ni$ ,  ${}^{64}Zn$ ,  ${}^{74}Se$  вказують на необхідність врахування ефектів поляризації парно-парного остова, тобто врахування деформації поля остова ядра нуклонами, які знаходяться в зовнішній незаповненій оболонці.

### Теоретичний опис енергетичного спектру аксіально-симетричних деформованих ядер

Останнім часом широкого застосування при розрахунках енергетичного спектру деформованих ядер одержав скінчений анізотропний потенціал Вудса-Саксона. Вперше задачу знаходження одностатинкових рівнів і хвильових функцій станів у деформованому потенціалі Вудса-Саксона розглянули Немировський і Чепурнов [10].

В адиабатичній тричастинковій моделі ядра стаціонарні стани двох валентних нуклонів у деформованому полі ядра, яке моделюється анізотропним потенціалом Вудса-Саксона, визначаються [9] з рівняння

$$\sum_n \sum_j (\epsilon_{nj} - E) C_{njk} \delta_{nn'} \delta_{jj'} + \sum_n \sum_j C_{njk} \langle \Psi_{n'j'k'} | \tilde{V}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta) | \Psi_{njk} \rangle = 0, \quad (4)$$

де хвильові функції стаціонарних станів  $\Psi_k(R, \Omega)$  аксіально симетричного деформованого ядра зручно шукати у вигляді суперпозиції розв'язків  $\Psi_{njk} \equiv \Psi_{njk}(R, \Omega) = F_{njk}(R) \Phi_{njk}(R, \Omega)$  стаціонарного рівняння Шредингера

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2\mu_1} \Delta_1 - \frac{\hbar^2}{2\mu_2} \Delta_2 + V(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta = 0) + V_{int}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) - \epsilon_{nj} \right) \Psi_{njk} = 0 \quad (5)$$

з сферично симетричним потенціалом. Матричні елементи потенціалів як чисто ядерної, так і спин-орбітальної взаємодії, які фігурують у (4), наводяться у [9]. У випадку малих деформацій  $\beta \ll 1$  за оператор збурення можна розглядати у рівнянні (4) оператор  $\tilde{V}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta)$ , що є різницею між слабо zdeформованим потенціалом Вудса-Саксона з параметром деформації  $\beta \ll 1$  і сферичним потенціалом Вудса-Саксона. Вираз для енергії довільного рівня  $E_{nJK}$  zdeформованого ядра в першому наближенні методу теорії збурень матиме вигляд

$$E = E_{nJK}^{(1)} = \epsilon_{nJ} + V_{nJK, nJK}, \quad (6)$$

де  $\epsilon_{nJ}$  - енергія  $j$ -го рівня сферично симетричного ядра,  $V_{nJK, nJK}$  - шуканий діагональний матричний елемент оператора  $\tilde{V}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta)$ .

Зауважимо, що як видно з формули (6), внаслідок аксіальної симетрії потенціалу Вудса-Саксона енергетичні рівні  $\epsilon_{nJ}$ , які знайдені в сферично симетричному полі Вудса-Саксона, розщеплюються в аксіально-деформованому полі на енергетичні рівні  $E_{nJK}$ , що відповідають різним значенням  $K$  проекції кутового моменту  $J$  на вісь симетрії ядра. На кожному рівні  $E_{nJK}$  можуть знаходитись дві пари нуклонів, оскільки рівні двократно вироджені по знаку  $K$ .

Отже, для розрахунку енергетичного спектру аксіально-симетричного zdeформованого ядра  ${}^A_ZX$  в рамках розглядуваної адіабатичної тричастинкової моделі ядра необхідно по схемі праць [5-8] знайти спектри рівнів  $\epsilon_{nJ}$  і відповідні їм хвильові функції стаціонарних станів у припущенні сферично симетричного поля ядра, а далі

врахувати деформацію поля ядра шляхом чисельного розв'язку системи рівнянь (4).

### Чисельні розрахунки енергетичних спектрів ядер ${}^{40}\text{Ca}$ , ${}^{200}\text{Hg}$

Проілюструємо тепер основні моменти чисельного розрахунку енергетичного спектру ядер у рамках адіабатичної тричастинкової моделі ядра на прикладі розрахунку енергетичного спектру низьколежачих збуджених станів парно-парних ядер  ${}^{40}\text{Ca}$ ,  ${}^{200}\text{Hg}$ , в яких у зовнішній оболонці містяться два валентні нуклони: а саме: у  ${}^{40}\text{Ca}$  – два протони, а у  ${}^{200}\text{Hg}$  – два нейтрони. У випадку валентних протонів, крім сильної взаємодії будемо враховувати і кулонівську взаємодію.

У відповідності з асимптотичною поведінкою термів  $U_\mu(R)/R^2$ , детально розглянутою в [6], розрахунки енергетичного спектру ядер  ${}^{40}\text{Ca}$ ,  ${}^{200}\text{Hg}$  у припущенні сферично симетричного поля ядра проводились у такій послідовності. Параметри потенціалу Вудса-Саксона підбиралися таким чином, щоб потенціальні терми  $U_\mu(R)/R^2$  ядер  ${}^{40}\text{Ca}$ ,  ${}^{200}\text{Hg}$  на асимптотиці при  $R \rightarrow \infty$  виходили [6] на відповідні рівні ізотопів з масовим числом, меншим на одиницю, тобто на відповідні рівні ізотопів  ${}^{39}\text{K}$ ,  ${}^{199}\text{Hg}$  відповідно. Визначені у такий спосіб значення параметрів потенціалу Вудса-Саксона та потенціалу з нульовим радіусом дії для ядер  ${}^{40}\text{Ca}$ ,  ${}^{200}\text{Hg}$ , наведено в табл. 1. Далі, з визначеними параметрами потенціалів по схемі праць [5-8] знаходились спектри рівнів  $\epsilon_{nJ}$  і відповідні їм хвильові функції стаціонарних станів у припущенні сферично симетричного поля ядра. За нуль було прийнято енергію, коли обидва валентні нуклони знаходились в основному стані: тобто для ядра  ${}^{40}\text{Ca}$  – два протони на рівні  $2s_{1/2}$ , а для ядра  ${}^{200}\text{Hg}$  – два нейтрони на рівні  $2f_{5/2}$ .

Табл. 1. Набори параметрів потенціалу з нульовим радіусом дії та потенціалу Вудса-Саксона для ядер  ${}^{40}\text{Ca}$ ,  ${}^{200}\text{Hg}$ .

Ядро ${}^A_ZX$	$V_{12}$ , MeV	$V_0$ , MeV	$r_0$ , фм	$a_0$ , фм	$\chi$ , фм <sup>2</sup>
${}^{40}\text{Ca}$	33.0	45.5	1.24	0.63	0.263
${}^{200}\text{Hg}$	33.0	57.3	1.24	0.63	0.368

Табл. 2. Результати розрахунків енергії станів ядер  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{200}\text{Hg}$  у припущенні сферично симетричного потенціалу Вудса-Саксона.

Ядро $^A\text{X}$	Конфігурація нуклонів	$J^\pi$	$\varepsilon_{nl}$ , MeB	$\varepsilon_{\text{експ}}$ , MeB	$U_\mu(R)/R^2$ при $R=12$ фм, MeB	$\varepsilon_{\text{експ}}$ для $A^{-1}\text{X}$ , MeB
$^{40}\text{Ca}$	$2s_{1/2} 2s_{1/2}$	$0^+$	0	0	-11.8375	-3.8560
	$1f_{7/2} 1f_{7/2}$	$0^+$	7.4532	5.2116	-1.1285	-3.5642
	$1f_{7/2} 1f_{7/2}$	$2^+$	7.4856	5.2488	-1.1285	-3.5642
	$1f_{7/2} 1f_{7/2}$	$4^+$	7.5267	5.2788	-1.6424	-3.5642
	$1f_{7/2} 1f_{7/2}$	$6^+$	7.6029	-	-1.6423	-3.5642
	$2p_{3/2} 2p_{3/2}$	$0^+$	9.6124	7.3007	-2.2736	-2.4397
	$2p_{3/2} 2p_{3/2}$	$2^+$	9.8108	7.4664	-2.2648	-2.4397
$^{200}\text{Hg}$	$2f_{5/2} 2f_{5/2}$	$0^+$	0	0	-13.0605	-6.4906
	$2f_{5/2} 2f_{5/2}$	$2^+$	0.0282	0.3679	-13.0552	-6.4906
	$2f_{5/2} 2f_{5/2}$	$4^+$	0.0428	0.9472	-13.0525	-6.4906
	$3p_{1/2} 3p_{1/2}$	$0^+$	1.4823	1.0293	-15.1259	-6.6490

Результати розрахунків енергетичного спектру  $\varepsilon_{nl}$  низьколежащих збуджених станів ядер  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{200}\text{Hg}$  у припущенні сферично симетричного поля наведено в табл. 2, а їхнє розміщення на адиабатичних потенціальних термах  $U_\mu(R)/R^2$  ядер зображено відповідно на рис. 1, 2 прямими лініями. У цьому форматі за нуль було взято енергії відриву двох нуклонів від ядер відповідно  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{200}\text{Hg}$ :  $E_{2p}(^{40}\text{Ca})=14.708$  MeB,  $E_{2n}(^{200}\text{Hg})=14.678$  MeB [11].

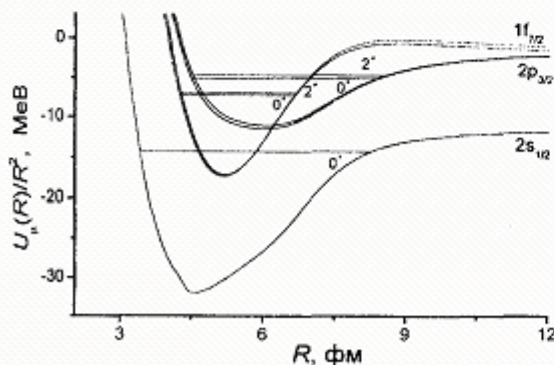


Рис. 1. Хід потенціальних кривих (термів)  $U_\mu(R)/R^2$  та енергетичні рівні ядра  $^{40}\text{Ca}$  у припущенні сферично симетричного потенціалу Вудса-Саксона.

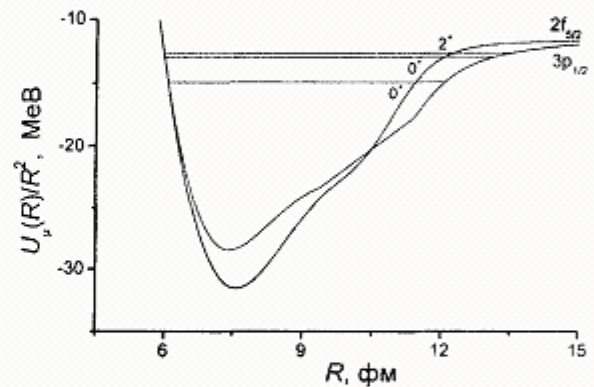


Рис. 2. Хід потенціальних кривих (термів)  $U_\mu(R)/R^2$  та енергетичні рівні ядра  $^{200}\text{Hg}$  у припущенні сферично симетричного потенціалу Вудса-Саксона.

### Механізми формування низьколежащих збуджених станів парно-парних ядер

Ряд важливих експериментальних даних, зокрема, різниця в масах парних і непарних ядер по масовому числу  $A$ , нульові спіни парно-парних ядер в основних станах, наявність енергетичної щільності між основним і першим збудженим станом у парно-парних ядрах та відсутність її у спектрах непарних та непарно-непарних ядер і ряд інших даних вказують на істотну роль сильних парних

кореляцій тотожних нуклонів у станах, в яких їх сумарний момент кількості руху дорівнює нулю, а енергія та інші фізичні характеристики є однаковими.

Ефекти спарювання нуклонів одного сорту, які обумовлені залишковою взаємодією, призводять до того, що в парно-парних ядрах при наявності  $jj$ -зв'язку, стани двох нуклонів одного сорту, які знаходяться на одночастинковому рівні з моментом  $j$  внаслідок принципу Паулі завжди мають парне значення сумарного моменту (спіну), причому максимальне значення спіну пари нуклонів рівне  $2j - 1$ . Отож сумарний спін першого збудженого стану двох нуклонів, які рухаються в полі парно-парного остова ядра, рівний  $2^+$ . Енергія зв'язку таких квадрупольних  $J = 2^+$  пар нуклонів менша за енергію зв'язку монопольних ядер з  $J = 0^+$ , які відповідальні за формування основного стану ядра, однак вона є достатньою для розгляду таких квадрупольних пар в якості стійких утворень.

У випадку розглядуваних нами парно-парних ядер можливі наступні механізми формування низьколежачих збуджених станів: а) в незаповненій оболонці збуджені стани ядра породжуються в результаті послідовного переходу монопольних пар нуклонів з  $J = 0^+$  в квадрупольні пари з  $J = 2^+$ , при цьому найближчий збуджений стан формується шляхом переходу тільки однієї пари нуклонів; б) у випадку, коли зовнішня оболонка заповнена, для утворення низьколежачих збуджених станів, відбувається розрив однієї пари нуклонів, в результаті чого або обидва нуклони розірваної пари переходять на певний рівень наступної оболонки з утворенням на ньому відповідної пари, або тільки один з нуклонів розірваної пари переходить на наступну оболонку, а в попередній замкнутій оболонці утворюється так звана дірка. Аналогічного характеру міркування можна привести і для ядер, у парно-парному остові яких для заповнення зовнішньої оболонки відсутня пара нуклонів (дірок).

Для легких ядер можна, мабуть, обмежитись тільки приведеними вище механізмами формування низьколежачих збуджених станів парно-парних ядер. Із зростанням масового числа  $A$  усе більшу роль у формуванні збуджених станів ядер починають відігравати колективні збудження, які можуть бути спричинені коливаннями поверхні ядра та його обертанням у просторі, що в кінцевому рахунку призводить до деформації форми ядра. Оскільки головну роль при цьому відіграють нуклонні квадрупольні пари, то отримувана форма ядра нагадує еліпсоїд обертання. У даній праці дається теоретичний опис енергетичного спектру аксіально симетричних деформованих ядер, які зустрічаються вельми часто.

### Висновки

Як показано вище, задача на знаходження енергетичного спектру парно-парного ядра розбивається на два етапи: 1) обчислення за схемою праць [5-8] енергетичного спектру у припущенні сферично симетричного поля ядра; 2) визначення спектру деформованого ядра у першому наближенні методу теорії збурень за параметром деформації  $\beta \ll 1$ , де за нульове наближення приймаються розв'язки для сферично симетричної задачі.

Надалі, для чисельного знаходження енергетичного спектру стаціонарних станів деформованих ядер, слід розробити пакет прикладних комп'ютерних програм, а отже, моделюючись більш реалістичними потенціалами залишкової взаємодії та з урахуванням деформації поля остова ядра і спін-орбітальної взаємодії валентних нуклонів, можна сподіватись на покращення точності отримуваних чисельних розрахунків енергетичного спектру парно-парних атомних ядер.

Таким чином, сформульована нами адіабатична тричастинкова модель ядра дозволяє в потенціальному підході проводити адекватний теоретичний опис ефектів спарювання нуклонів, їх кутових і радіальних кореляцій, які призводять, зокрема, до утворення надплінних ядерних станів.

### Література

1. Б.И.Барц, Ю.Л.Болотин, Е.В.Инопин, В.Ю.Гончар, Метод Хартри-Фока в теории ядра (Наукова думка, Киев, 1982).
2. Н.Н.Боголюбов, Докл. АН СССР 119, 52 (1958).
3. В.Г.Соловьев, ЖЭТФ 36, 1869 (1959).
4. S.T.Belyaev, Dan. Math. Fys. Medd. 31, 1 (1959).
5. М.М.Капустей, В.Ю.Пойда, І.В.Хіміч, УФЖ 40, 1166 (1995).
6. М.М.Капустей, В.Ю.Пойда, І.В.Хіміч, УФЖ 44, 1330 (1999).
7. М.М.Капустей, Р.М.Плекан, В.Ю.Пойда, І.В.Хіміч, УФЖ 46, 524 (2001).
8. I.V.Khimich, R.M.Plekan, V.Yu.Pojda, Radiat. Phys. and Chem. 68, 159 (2003).
9. М.М.Капустей, Р.М.Плекан, В.Ю.Пойда, І.В.Хіміч, Наук. вісник Ужг. унів., сер. фіз. 10, 164 (2001).
10. П.Э.Немировский, В.А.Чепурнов, ЯФ 3, 998 (1966).
11. О.Ф.Немец, Ю.В.Гофман, Справочник по ядерной физике (Наукова думка, Киев, 1975).

## THEORETICAL DESCRIPTION OF NUCLEONS CORRELATIONS OF EVEN-EVEN ATOMIC NUCLEI

R.M.Plekan, V.Yu.Pojda, I.V.Khimich

Uzhhorod National University, Department of Nuclear Physics,  
Kapitulna St. 9a, Uzhhorod, 88000, e-mail: nphys@univ.uzhgorod.ua

A theoretical description of the energy spectrum of paired nucleons states of a nucleus modeled by an even-even core plus two valence nucleons in the outer shell is carried out within the framework of the adiabatic three-particle nucleus model. The problem of obtaining the energy spectrum of an even-even nucleus is divided into two stages: (1) the calculation of the energy spectrum in the assumption of a spherically symmetrical nucleus field; (2) the determination of the spectrum of a deformed nucleus in the first approximation of the perturbation theory method on the deformation parameter  $\beta < 1$ , the solutions of the spherically symmetrical problem being taken as the zeroth approximation. The model efficiency is illustrated on the example of the numerical calculations of the energy spectrum of the lower excited levels of the even-even  $^{40}\text{Ca}$  and  $^{200}\text{Hg}$  nuclei, whose outer shell contains two nucleons.