

# ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ ЕНЕРГЕТИЧНОГО СПЕКТРУ ЯДЕР $^{10}\text{Be}$ ТА $^{14}\text{C}$ В АДАБАТИЧНІЙ МОДЕЛІ ЯДРА

М.М. Капустей, Р.М. Плекан, В.Ю. Пойда, І.В. Хіміч

Ужгородський національний університет, кафедра ядерної фізики  
88000, м. Ужгород, вул. Капітульна, 9а, Україна  
E-mail: nphys@univ.uzhgorod.ua

Проведено теоретичний опис енергетичного спектру збуджених станів ядер в рамках адиабатичної тричастинкової оболонкової моделі ядра в термінах колективних змінних, а саме: гіперрадіуса  $R$ , гіперкута  $\alpha$  і звичайних сферичних кутів  $(\theta_i, \varphi_i)$ ,  $i=1,2$ . В основі моделі лежить припущення про сепарабельність руху валентних нуклонів ядра на швидкий рух по кутовим змінним і адиабатичний (повільний) вздовж гіперрадіусу  $R$ . Проілюстровано ефективність адиабатичного підходу на прикладі чисельного розрахунку енергетичного спектру низьколежачих збуджених станів ядер  $^{10}_4\text{Be}$  та  $^{14}_6\text{C}$ , у яких в незаповненій оболонці містяться два нуклони.

1. Структура ядра та його основні властивості визначаються ядерними та кулонівськими силами. Ядерні сили відносяться до категорії сильної взаємодії. Відсутність фундаментальної теорії сильних взаємодій не дозволяє послідовно і адекватно описати взаємодію навіть між двома нуклонами. Труднощі ще більш зростають при розгляді системи з трьох чотирьох і т.д. сильно взаємодіючих частинок, яким є атомне ядро.

Одним із методів опису багаточастинкових систем є метод Хартрі-Фока, який вперше був розвинутий [1] в атомній фізиці. Цей метод дозволяє звести багаточастинкову задачу до задачі про рух однієї частинки в самоузгодженому полі, яке створюється усіма частинками розглядуваної системи. Необхідною умовою успішного застосування методу Хартрі-Фока в теорії ядра [2] є вимога, щоб потенціал нуклон-нуклонної взаємодії був достатньо гладким, тобто не мав сингулярності при  $r \rightarrow 0$ . Розрахунки по

методу Хартрі-Фока в теорії ядра одержали досить значне поширення стосовно магічних ядер. Однак, застосування цього методу до немагічних ядер зустрічає значні труднощі математичного характеру при врахуванні на малих відстанях відштовхування в нуклон-нуклонному потенціалі.

Як правило, в сучасній теорії ядра враховуються тільки двонуклонні кореляції. Не має прямих експериментальних вказівок на необхідність врахування трьох, чотирьох і більше нуклонних взаємодій. Це положення фактично постулюється в теорії ядра, оскільки не має доведення того, що три-, чотири- і багаточастинкові сили не відіграють важливої ролі в ядрі.

Врахування в теорії ядра кутових та радіальних кореляцій нуклонів і відповідно ефектів спарювання нуклонів одного сорту, які відіграють важливу роль у формуванні збуджених станів ядер, приводить до необхідності мати метод розрахунку хвильових функцій та енергетичного спе-

ктру стаціонарних станів ядер, який виходить за рамки однонуклонного наближення типу Хартрі-Фока. З цією метою в роботах [3, 4] запропоновано в теорії ядра гіперсферичний адіабатичний підхід (ГАП), який є виходом за рамки однонуклонного наближення. У рамках методу ГАП в [3, 4] проведено теоретичний опис енергетичного спектру збуджених станів ядер, які моделюються сферично-симетричним парно-парним “кором” плюс два нуклони в зовнішній незаповненій оболонці.

На базі методу ГАП у працях [3-10] створену цілісну адіабатичну тричастинкову оболонкову модель ядра для випадку сферично-симетричного ядра. Нагадаймо, що в основі нової так званої адіабатичної тричастинкової оболонкової моделі ядра лежить використання в якості колективних змінних – гіперсферичних координат, а також припущення про сепарабельність руху валентних нуклонів ядра на швидкий рух нуклонів по кутових змінних, тобто на сфері  $S^5(\Omega)$ , і адіабатичний (повільний) рух нуклонів вздовж гіперрадіусу  $R$  та введення зручного для опису поняття потенціального терма нуклонів ядра  $U_\mu(R)$ .

Актуальним є подальший розвиток та застосування цього підходу до досліджень в рамках адіабатичної багаточастинкової оболонкової моделі ядра енергетичного спектру ядер із врахуванням у випадку валентних протонів крім сильної взаємодії також і кулонівської взаємодії.

У випадку ядра  ${}^A_ZX$  з двома валентними нуклонами опис ядра в методі ГАП проводиться в термінах колективних змінних, роль яких відіграють гіперрадіус  $R$  і гіперкут  $\alpha$

$R = (r_1^2 + r_2^2)^{1/2}$ ,  $\alpha = \arctg(r_2/r_1)$  (1)  
та звичайні сферичні кути  $\xi_i = \{\varphi_i, \theta_i\}$ ,  $i=1,2$ .

У адіабатичній багаточастинковій оболонковій моделі ядра [3-10], так само як і в традиційній багаточастинковій моделі ядра [11], враховується залишкова взаємо-

дія, тобто кореляції між нуклонами, але проводиться це зовсім іншим досконалішим способом з використанням поняття адіабатичного потенціального терма нуклонів ядра  $U_\mu(R)$ .

Відомо, що найбільш коректно і послідовно парні кореляції нуклонів, які приводять, зокрема, до існування надплинних станів ядер [12], враховуються [13, 14] в надплинній моделі ядра на основі формалізму вторинного квантування.

У даній роботі пропонується парні кореляції між нуклонами враховувати в потенціальному підході в рамках адіабатичної оболонкової моделі ядра, яка базується на припущенні існування середнього самоузгодженого поля моделі оболонок, але в ній враховується також і залишкова взаємодія валентних нуклонів ядра. Отже, припускається, що окремі нуклони в ядрі описуються набором квантових чисел  $n, l, j, m$  моделі незалежних частинок.

2. У адіабатичній оболонковій моделі ядра ефективне самоузгоджене поле моделюється статичним сферично-симетричним потенціалом Вудса-Саксона [15]

$$U_i(r_i) = \left( -V_0 + 2V_1 \frac{N-Z}{A} t_z \right) \left( 1 + \exp\left( \frac{r-R_0}{a_0} \right) \right)^{-1} + V_k \left( \frac{1}{2} - t_z \right), \quad i=1,2, \quad (2)$$

де проекція ізотопічного спіну  $t_z = \pm 1/2$  відповідно для нейтрона і протона. У випадку валентних протонів потенціал кулонівської взаємодії  $V_k$  моделюється для простоти у вигляді [15]

$$V_k = \sum_{i=1}^2 V_k(r_i), \quad (3)$$

де

$$V_k(r_i) = \begin{cases} \left[ \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{r_i}{R_0} \right)^2 \right] \frac{e^2(z-1)}{R_0}, & r_i \leq R_0 \\ \frac{e^2(z-1)}{r_i}, & r_i > R_0 \end{cases} \quad (4)$$

Тут  $V_k(r_i)$  - потенціальна енергія взаємодії  $i$ -ого нуклона з кулонівським полем рівномірно зарядженої кулі.

Для спрощення подальших розрахунків залишкова сильна взаємодія валентних протонів моделюється потенціалом з нульовим радіусом дії із врахуванням відштовхування нуклонів на малих відстанях [15]

$$V_{\text{вал}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -V_{12} \left[ 1 - g\rho \left( \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right) \right] \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2). \quad (5)$$

У випадку валентних протонів до виразу (5) додається кулонівська взаємодія валентних протонів між собою

$$V_{k12} = \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}. \quad (6)$$

Член  $\rho\left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2}\right)$  у (5) ефективно враховує відштовхування нуклонів на малих відстанях і має зміст сумарної одностинкової густини нуклонів. Відносний внесок відштовхування визначається константою  $g$  ( $g > 0$ ). Такий вибір залишкової взаємодії істотним чином спрощує надалі алгоритм розрахунку енергетичного спектру, бо дозволяє в явному аналітичному вигляді обчислити її матричні елементи і в той же час, мабуть, не спотворює реальної ситуації, хоча в майбутньому можна буде розглянути і більш реалістичні моделі взаємодії.

Спін-орбітальна взаємодія  $i$ -ого нуклона має вигляд

$$W_i(r_i) = -\chi' \frac{1}{r_i} \frac{\partial U_i(r_i)}{\partial r_i}, \quad i=1,2. \quad (7)$$

Отже, в рамках двонуклонної адиабатичної оболонкової моделі ядра потенціальна енергія  $V(R, \Omega)$  розглядуваної системи в термінах колективних змінних має вигляд

$$V(R, \Omega) = U_1(R \cos \alpha) + W_1(R \cos \alpha)(l_1 \cdot s_1) + U_2(R \sin \alpha) + W_2(R \sin \alpha)(l_2 \cdot s_2) + V_{\text{вал}} + V_{k12}. \quad (8)$$

Як показано в роботах [3, 4], задача на знаходження енергетичного спектру кла-

стерних ядер в рамках моделі сферично-симетричний парно-парний "кор" плюс два нуклони в зовнішній незаповненій оболонці зводиться до розв'язання наступних двох послідовних задач. По-перше, до задачі знаходження адиабатичних потенціальних термів нуклонів  $U_\mu(R)$  та відповідних базисних функцій  $\Phi_\mu(R, \Omega)$  шляхом чисельного розв'язку системи диференціальних рівнянь по змінній  $\alpha$

$$\left[ \frac{d^2}{d\alpha^2} - \frac{l_1(l_1+1)}{\cos^2 \alpha} - \frac{l_2(l_2+1)}{\sin^2 \alpha} + U_\mu(R) \right] \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) + R^2 \sum_{j_1' j_2' l_1' l_2'} V_{j_1' j_2' l_1' l_2'}^{j_1 j_2 l_1 l_2}(R, \alpha) \varphi_{j_1' j_2' l_1' l_2'}^{(\mu)}(R, \alpha) = 0, \quad (9)$$

для коефіцієнтів

$$\varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha). \quad (10)$$

Система (9) доповнюється граничними умовами, які забезпечують обмеженість функції  $\varphi_\mu(R, \alpha)$  в нулі і виконання принципу Паулі:

$$\begin{aligned} \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha = 0) &= 0, \\ \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) \Big|_{\alpha=\pi/4} &= \\ &= (-1)^{j_1 - j_2 + 1} \varphi_{j_2 j_1 l_2 l_1}^{(\mu)}(R, \pi/2 - \alpha) \Big|_{\alpha=\pi/4}, \quad (11) \\ \partial \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) / \partial \alpha \Big|_{\alpha=\pi/4} &= \\ &= (-1)^{j_1 - j_2} \partial \varphi_{j_2 j_1 l_2 l_1}^{(\mu)}(R, \alpha) / \partial \alpha \Big|_{\alpha=\pi/4}. \end{aligned}$$

І, по-друге, до знаходження радіальних функцій  $F_\mu(R)$  та енергетичного спектру  $E$  зв'язаних станів нуклонів на основі чисельного розв'язку системи диференціальних рівнянь по змінній  $R$

$$\left\{ -\frac{d^2}{dR^2} - \frac{1}{4R^2} + U_\mu(R) - 2E \right\} F_\mu(R) + \sum_{\mu'} \left\{ H_{\mu\mu'}(R) F_{\mu'}(R) + Q_{\mu\mu'}(R) \frac{d}{dR} F_{\mu'}(R) + \frac{d}{dR} [Q_{\mu\mu'}(R) F_{\mu'}(R)] \right\} = 0. \quad (12)$$

Радіальні функції  $F_\mu(R)$  задовольняють граничні умови

$$F_\mu(0) = F_\mu(\infty) = 0. \quad (13)$$

Розклад повної хвильової функції системи  $\Psi(R, \Omega)$  за гіперсферичним адіабатичним базисом  $\{\Phi_\mu(R, \Omega)\}$  має вигляд

$$\Psi(R, \Omega) = R^{-5/2} \sum_{\mu} F_{\mu}(R) \Phi_{\mu}(R, \Omega). \quad (14)$$

3. Ефективність методу ГАП в рамках адіабатичної тричастинкової оболонкової моделі ядра доведена на прикладі чисельних розрахунків [5-10] енергетичних спектрів ядер  ${}^6\text{He}$ ,  ${}^{16}\text{C}$ ,  ${}^{18}\text{O}$ ,  ${}^{18}\text{Ne}$ ,  ${}^{42}\text{Ca}$ ,  ${}^{58}\text{Ni}$ . Хороше узгодження цих розрахунків з експериментальними даними спонукає нас до застосування даного підходу до інших околomagічних ядерних систем. Об'єктами нашого дослідження в даній роботі стали ядра  ${}^{10}_4\text{Be}$  та  ${}^{14}_6\text{C}$ , у яких в незаповненій оболонці містяться два валентні нуклони, а саме: у  ${}^{10}_4\text{Be}$  - два протони, а у  ${}^{14}_6\text{C}$  - два нейтрони.

У відповідності з асимптотичною поведінкою термів  $U_{\mu}(R)/R^2$  при  $R \rightarrow \infty$ , детально розглянутою в [5, 6], розрахунки енергетичного спектру проводились в наступній послідовності. Параметри потенціалу Вудса-Саксона підбирались таким чином, щоб при розв'язуванні рівняння (9) потенціальні терми  $U_{\mu}(R)/R^2$  ядер  ${}^{10}_4\text{Be}$  та  ${}^{14}_6\text{C}$  на асимптотиці при  $R \rightarrow \infty$  виходили на відповідні рівні ізотопів з масовим числом меншим на одиницю, тобто на відповідні рівні ізотопів  ${}^9_3\text{Li}$  та  ${}^{13}_6\text{C}$  відповідно. Визначені у такий спосіб значення параметрів потенціалу Вудса-Саксона приведені в таблиці 1.

Далі, з визначеними параметрами потенціалів (2), (5), (7), чисельно розв'язуючи рівняння (9) із врахуванням тільки діагональних матричних елементів  $V_{j_1 j_2 j_3}^{j_1 j_2 j_3}(R, \alpha)$ , знаходили потенціальні терми  $U_{\mu}(R)/R^2$  та базисні функції  $\Phi_{\mu}(R, \Omega)$ . За нуль були прийняті енергії, коли обидва валентні нуклони знаходились в основному стані,

тобто для ядра  ${}^{10}_4\text{Be}$  - два протони на рівні  $1p_{3/2}$ , а для ядра  ${}^{14}_6\text{C}$  - два нейтрони на рівні  $1p_{1/2}$ .

Отримані результати енергій стаціонарних станів ядер  ${}^{10}_4\text{Be}$  та  ${}^{14}_6\text{C}$  представлені у таблицях 2 і 3 відповідно, а їхнє розміщення на потенціальних термах ядер зображено відповідно на рисунках 1 і 2 прямими лініями. У цьому форматі за нуль було взято енергії відриву двох нуклонів від ядер  ${}^{10}_4\text{Be}$  та  ${}^{14}_6\text{C}$  відповідно:  $E_{2p}({}^{10}_4\text{Be}) = 33.6177 \text{ MeV}$ ;

$$E_{2n}({}^{14}_6\text{C}) = 13.1232 \text{ MeV} [16].$$

Розраховані енергії збуджених станів спарених нуклонів ядер  ${}^{10}_4\text{Be}$  та  ${}^{14}_6\text{C}$  в межах похибки узгоджуються з існуючими експериментальними даними [17, 18], однак одночасно вказують і на необхідність врахування ефектів поляризації парно-парного остова, тобто врахування деформації поля остова ядра нуклонами, які містяться в зовнішній незаповненій оболонці.

Отже, введена нами адіабатична тричастинкова оболонкова модель ядра у випадку сферично-симетричних ядер дозволяє нам в потенціальному підході в рамках рівняння Шредінгера проводити адекватний теоретичний опис ефектів спарювання нуклонів, їх кутових та радіальних кореляцій, які приводять, зокрема, до утворення надплинних станів за рахунок сильної взаємодії. Аналізу і опису динаміки утворення надплинних ядерних станів в адіабатичному підході буде присвячена подальша робота. Зауважимо, що в рамках адіабатичної тричастинкової оболонкової моделі ядра в роботах [19, 20] проведено теоретичний опис стаціонарних станів деформованих ядер, середнє самоузгоджене поле яких моделюється анізотропним потенціалом Вудса-Саксона. Для чисельного знаходження енергетичного спектру стаціонарних станів деформованого ядра

розроблено [20] алгоритм та пакет прикладних комп'ютерних програм. Чисельні ж розрахунки енергетичного спектру кон-

кретних деформованих ядер буде проведено найближчим часом.

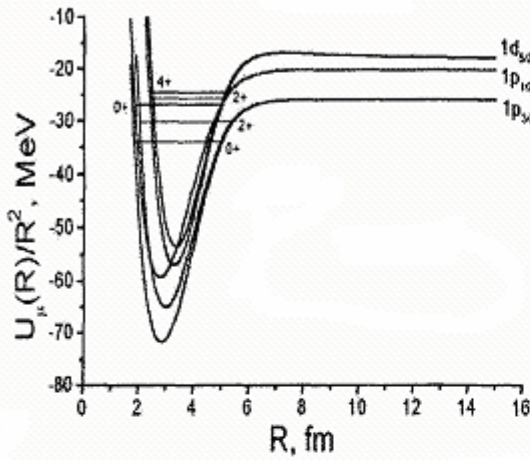


Рис.1. Хід потенціальних кривих (термів)  $U_{\mu}(R)/R^2$  для ядра  $^{10}_4\text{Be}$ .

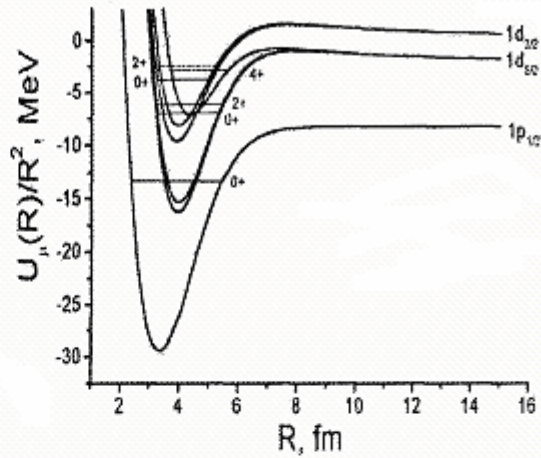


Рис.2. Хід потенціальних кривих (термів)  $U_{\mu}(R)/R^2$  для ядра  $^{14}_6\text{C}$ .

Табл. 1. Набори параметрів потенціалу Вудса-Саксона для ядер  $^{10}_4\text{Be}$  та  $^{14}_6\text{C}$ .

Ядро	Оболонка	$V_0$ , MeV	$V_1$ , MeV	$R_0$ , fm	$a_0$ , fm	$\chi'$ , fm <sup>2</sup>
$^{10}\text{Be}$	$1p_{3/2}$	84.0	60.0	1.27	0.625	0.415
	$1p_{1/2}$	85.5	60.0	1.27	0.625	0.415
	$1d_{5/2}$	99.0	57.0	1.27	0.625	0.415
$^{14}\text{C}$	$1p_{1/2}$	40.0	18.0	1.27	0.625	0.415
	$1d_{5/2}$	45.5	26.0	1.27	0.625	0.415
	$1d_{3/2}$	49.0	33.0	1.27	0.625	0.415

Табл. 2. Результати розрахунків енергії збуджених станів ядра  $^{10}_4\text{Be}$ .

Конфігурація нуклонів	$J^{\pi}$	$E_{\text{експ}} [17]$ , MeV	$E_{\text{теор}}$ , MeV	$U_{\mu}(R)/R^2$ при $R = 15$ fm	$E_{\text{експ}} [17]$ для $^9\text{Li}$
$1p_{3/2} 1p_{3/2}$	$0^+$	0	0	-26.1048	-13.97
$1p_{3/2} 1p_{3/2}$	$2^+$	3.3680	3.4706	-26.1048	-13.97
$1p_{1/2} 1p_{1/2}$	$0^+$	6.1793	6.1797	-20.4006	-13.279
$1d_{5/2} 1d_{5/2}$	$2^+$	7.5420	7.5396	-18.0282	-9.66
$1d_{5/2} 1d_{5/2}$	$4^+$	9.2700	9.2702	-18.0282	-9.66

Табл. 3. Результати розрахунків енергії збуджених станів ядра  $^{14}_6\text{C}$ .

Конфігурація нуклонів	$J^\pi$	$E_{\text{експ}} [17],$ MeV	$E_{\text{теор}},$ MeV	$U_\mu(\mathbf{R})/R^2$ при $R=15 \text{ fm}$	$E_{\text{експ}} [17]$ для $^{13}\text{C}$
$1p_{1/2} 1p_{1/2}$	0+	0	0	-8.3113	-4.9464
$1d_{5/2} 1d_{5/2}$	0+	6.5894	6.5900	-1.7639	-1.0926
$1d_{5/2} 1d_{5/2}$	2+	7.0120	7.0124	-1.7638	-1.0926
$1d_{5/2} 1d_{5/2}$	4+	10.7360	10.7367	-1.7633	-1.0926
$1d_{3/2} 1d_{3/2}$	0+	9.7460	9.7461	0.6392	2.7396
$1d_{3/2} 1d_{3/2}$	2+	10.4250	10.4261	0.6399	2.7396

- Хартри Ф. Расчеты атомных структур.- М.: ИЛ, 1960.
- Барц Б.И., Болотин Ю.Л., Инопин Е.В., Гончар В.Ю. Метод Хартри-Фока в теории ядра.- К.: Наукова думка, 1982.
- Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хімич І.В. // УФЖ.- 1995.- 40, №11.- С.1166-1170.
- Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хімич І.В. // Доп. НАН України. Сер. матем.- 1995.- №10.- С.71-74.
- Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хімич І.В. // УФЖ.- 1998.- 43, №10.- С.1215-1219.
- Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хімич І.В. // УФЖ.- 1999.- 44, №11.- С.1330-1336.
- Плекан Р.М., Капустей М.М., Хімич І.В. // Наук. вісник Ужг. унів. Серія фізика.- 1999.- №4.- С.50-54.
- Kapustey M.M., Khimich I.V., Plekan R.M., Pojda V.Yu. // Uzhgorod University Scientific Herald. Physics series.- 2000. - №8, v.1.- P.98-103.
- Капустей М.М., Плекан Р.М., Пойда В.Ю., Хімич І.В. // УФЖ.- 2001.- 46, №5-6.- С.524-528.
- Капустей М.М., Плекан Р.М., Пойда В.Ю., Хімич І.В. // Наук. вісник Ужг. унів. Серія фізика.- 2000.- №7.- С.12-17.
- Ситенко О.Г., Тартаковський В.К. Теорія ядра.- К.: Либідь, 2000.
- Боголюбов Н.Н. // Докл. АН СССР.- 1958.- Т.119, №1.- С.52-55.
- Соловьев В.Г. // ЖЭТФ.- 1959.- Т.36, в.6.- С.1869-1874.
- Belyaev S.T. // Dan. Math. Fys. Medd.- 1959.- V.31, №11.- P.1-55.
- Михайлов В.М., Крафт О.Е. Ядерная физика.- Ленинград: Изд. Ленинградского унив., 1988.
- Немец О.Ф., Гофман Ю.В. Справочник по ядерной физике.- К.: Наукова думка, 1971.
- Evaluated Nuclear Structure Data File (National Nuclear Data Centre, Brookhaven National Laboratory, New York, USA).
- Table of Isotopes / Ed. by C.M.Lederer, V.S.Shirley.- New York: Wiley, 1978.
- Хімич І.В. // Наук. вісник Ужг. унів. Серія фізика.- 1998.- №3.- С.53-56.
- Капустей М.М., Плекан Р.М., Пойда В.Ю., Хімич І.В. // Наук. вісник Ужг. унів. Серія фізика.- 2001.- №10.- С.164-169.

## THE NUMERICAL CALCULATIONS OF ENERGY SPECTRUM OF $^{10}\text{Be}$ AND $^{14}\text{C}$ NUCLEI IN THE ADIABATIC MODEL OF NUCLEUS

**M.M. Kapustey, R.M. Plekan, V.Yu. Pojda, I.V. Khimich**

Uzhgorod National University, Department of Nuclear Physics

9a, Kapitulna str., Uzhgorod 88000, Ukraine

E-mail: [nphys@univ.uzhgorod.ua](mailto:nphys@univ.uzhgorod.ua)

A theoretical description of the energy spectrum of the nuclear excited states has been carried out within the framework of the adiabatic three-particle shell model of nucleus in terms of collective variables, namely: hyperradius  $R$ , hyperangle  $\alpha$  and conventional spherical angles  $(\theta_i, \varphi_i)$ ,  $i=1,2$ . A new model is based on the assumption on the separability of the motion of the valence nucleons over fast motion on the angular variables and adiabatic (slow) motion along the hyperradius  $R$ . The efficiency of the adiabatic approach is illustrated on the example of numerical calculations of the energy spectrum of the lower excited levels of the  $^{10}_4\text{Be}$  and  $^{14}_6\text{C}$  nuclei, whose unfilled shell contains two nucleons.