

## ЕЛЕКТРОМАГНІТНА РІЗНИЦЯ МАС МЕЗОНІВ

О.О. Шпеник, М.Д. Меліка

Ужгородський національний університет, 88000, м. Ужгород, вул Волошина, 32

В даній роботі отримано результати електромагнітного розщеплення для легких і змішаних двокваркових систем з корнелльським потенціалом. Розрахунок розщеплення проводився для нерелятивістичного випадку в рамках теорії потенціальних моделей. Всі розрахунки проводились чисельно.

Використана модель основана на суто нерелятивістичному підході і оперує двома членами взаємодії – одноглюонним членом  $-\alpha_s/r$ , який є аналогом однофотонного статичного кулонівського потенціалу (не плутати з останнім) та багатоглюонного лінійного конфайментного члена  $Ar$ , який є наслідком неабелевої калібровки глюонного поля. Як бачимо, такий потенціал містить 2-3 константи ( $\alpha_s, A, V_0$ ) див. [1-3] і може бути використаний у квазірелятивістичному варіанті (рівняння Брейта-Фермі [1]). На сьогоднішній день кваркові потенціальні моделі дають хороший опис усередненого по спіну спектру мас гадронів, які розглядаються як кваркові системи. Але питання пов'язані зі спіном, а саме тонке і надтонке розщеплення ще далекі від завершення (див. [4-5] і літературу цитовану там).

Проблема електромагнітного розщеплення не розв'язана, ще з 70-х роках [6] і є актуальною на сьогоднішній день. До

цього часу є багато робіт присвячених цій проблемі, розрахованих в різних моделях для різних мезонів (особливо важких [7]-[12]). Ми ж оцінили ЕРМ (електромагнітну різницю мас) мезонів в рамках теорії потенціальних моделей, що ще ніким, наскільки відомо до сьогоднішнього дня не зроблено, хоча з другого боку, як це не дивно, проведено значну роботу в розрахунку ЕРМ баріонів цим методом [13].

У нерелятивістичному наближенні спектр мас мезонів, які складаються з пари  $qq$ , задається виразом [14]

$$M_{qq}^- = m_q + m_q^- + E_{int}, \quad (1)$$

де  $E_{int}$  – енергія зв'язку, яка визначається розв'язком рівняння Шредінгера для двокваркової системи (в системі  $\hbar = c = 1$ ):

$$\left[ -\frac{1}{2m_q} \Delta_q - \frac{1}{2m_q^-} \Delta_q^- + V_{qq}(\vec{r}_{12}) \right] \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = E \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2), \quad (2)$$

де  $E$  – повна енергія системи,  $\psi$  – координатна частина хвильової функції системи. Відокремлюючи рух системи центра мас введенням координат Якобі

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2, \quad \vec{R} = \frac{m_q \vec{r}_1 + m_q^- \vec{r}_2}{m_q + m_q^-},$$

легко одержати рівняння Шредінгера для радіальної частини хвильової функції

$$\left[ -\frac{1}{2\mu} \left( \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) + V_{qq}(r) - E_{int} \right] F_{nl}(r) = 0, \quad (3)$$

де  $\mu = \frac{m_q m_{\bar{q}}}{m_q + m_{\bar{q}}}$  – зведена маса,  $n$  – число вузлів функції  $F_{nl}(r)$  на відрізку  $[0, \infty)$ ,  $l$  – кутовий момент.

У цій роботі для одержання спінових потенціалів скористаємось узагальненим Фермі-Брейтівським підходом, де для одержання спінової структури потенціалу розглядають полюсну діаграму Фейнмана

з ефективним пропагатором. За допомогою розкладу відповідної амплітуди розсіяння за степенями  $1/c$ , одержують потенціал залежний від спінів у квазірелятивістичному наближенні (з точністю до членів  $1/c^2$ ). Тоді відповідні вирази для цих потенціалів можна записати у такій формі [15]

$$W_{LS} = \frac{1}{2m_{q_1} m_{q_2}} \left[ 3 \frac{d}{dr} V_V(r) - \frac{d}{dr} V_S(r) \right] \vec{L} \vec{S}, \quad (4)$$

$$W_{SS} = \frac{2}{3m_{q_1} m_{q_2}} \vec{S}_1 \vec{S}_2 \nabla^2 V_V, \quad (5)$$

$$W_{ST} = \frac{1}{12m_{q_1} m_{q_2}} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} V_V(r) - \frac{d^2}{dr^2} V_V(r) \right] S_{12}, \quad (6)$$

де

$$\vec{L} \vec{S} = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2}, \quad (7)$$

$$\vec{S}_1 \vec{S}_2 = \begin{cases} -\frac{3}{4}, & S=0, \\ \frac{1}{4}, & S=1, \end{cases} \quad (8)$$

$$S_{12} = \frac{4}{(2l+3)(2l-1) \left( S^2 L^2 - 3 \vec{L} \vec{S} / 2 - 3 \left( \vec{L} \vec{S} \right)^2 \right)} - 1, \quad (9)$$

а індекси “V” і “S” відповідають векторному і скалярному характеру потенціалу.

З урахуванням співвідношень (4)-(6) у квазірелятивістичних потенціальних моделях при вивченні спектру мас

мезонів, визначення різниці мас може бути зведене до розв’язку стаціонарного рівняння Шредінгера [16]

$$H\psi = E\psi, \quad (10)$$

де оператор Гамільтона має вигляд

$$H = \frac{p^2}{2\mu} + V(r) + W(r), \quad (11)$$

причому

$$V(r) = -\frac{\alpha_s}{r} + \alpha_e \frac{e_{q_1} e_{q_2}}{r} + Ar + V_0, \quad (12)$$

$$W(r) = W_{LS} + W_{SS} + W_{ST}. \quad (13)$$

Рівняння може бути розв'язано чисельно.

Розглянемо основні вклади в ЕРМ. Вважають, що їх є три [6]:

1. Електромагнітний вклад маси кварків.

2. Кулонівська взаємодія між кварками, пропорційна  $e_i e_j$ .

3. Магнітна взаємодія між кварками, пропорційна  $e_i e_j / m_i m_j$  (де  $e_{ij}$  і  $m_{ij}$  заряд і маса  $i$ -го і  $j$ -го кварків).

Ми обмежуємось 1 і 2 електромагнітними вкладами в масу мезона. Тоді рівняння для системи, враховуючи (3),(12)-(13) має вигляд

$$\left[ -\frac{1}{2\mu} \left( \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) - \frac{\alpha_s}{r} + e_{q_1} e_{q_2} \frac{\alpha_e}{r} + Ar - E_{int} \right] F_{nl}(r) = 0. \quad (14)$$

Власні значення та власні функції рівняння (14) одержуємо чисельно.

#### Результати розрахунків

Одержані результати приведені нижче в таблиці. Параметри потенціалу ми брали

з робіт [1], а також використали конститuentні маси кварків

$$m_u = 0.332 GeV, \quad m_d = 0.335 GeV,$$

$$m_s = 0.430 GeV,$$

Таблиця. Електромагнітні різниці мас.

	$\Delta M_{\text{teor1}}, \text{ MeV}$	$\Delta M_{\text{teor2}}, \text{ MeV}$	$\Delta M_{\text{teor1}} + \Delta M_{\text{teor2}}, \text{ MeV}$	$\Delta M_{\text{exp}}, \text{ MeV}$
$\Delta(\pi^{\pm} - \pi^0)$	0	1.3	1.3	4.6
$\Delta(K^{\pm} - K^0)$	-3	3.2	0.2	-4
$\Delta(\eta^0 - \bar{K}^0)$	-95	49.4	-45.6	51.1
$\Delta(K^0 - \bar{K}^0)$	0	0	0	0
$\Delta(\rho^{\pm} - \rho^0)$	0	1.3	1.3	$-0.3 \pm 2.2$

де  $\Delta M_{\text{teor1,2}}$  – різниця мас мезонів з врахуванням 1,2-ого вкладів,  $\Delta M_{\text{teor1}} + \Delta M_{\text{teor2}}$  – сума цих вкладів,  $\Delta M_{\text{exp}}$  – експериментальні значення.

Для розрахунку цього рівняння методом Рунге-Гутта було розроблено програму при допомозі О. Зацарінного [17]. Програма була відлагоджена використовуючи осциляторний потенціал, оскільки він дозволяє отримувати аналітичні розв'язки, які порівнювались з розв'язками одержаними чисельно.

#### Аналіз результатів

Відомо, що при описанні мезонів, які складаються з легких кварків важливу роль відіграють релятивістичні ефекти і тому застосування до них нерелятивістичних потенціальних моделей є неаргументованим. Однак в останній час виявилось, що спектр мас в нерелятивістичних потенціальних моделях і спектр релятивістичного Гамільтоніана для основного

стану і першого радіального збудження з хорошою точністю співпадають [18]. Крім того, ми беремо різницю мас і відповідно всі релятивістичні ефекти повинні взаємно компенсуватись. Також ми не врахували 3-ої поправки в Гамільтоніані. Врахування якої приводить до труднощів в чисельних розрахунках з представлення  $\delta$ -функції аналітично (тобто введення додаткового параметра).

Цінність нашої роботи полягає в тому, що ми описуємо розщеплення не вводячи ніяких додаткових параметрів, оскільки  $\alpha_s$ ,  $A$  ми беремо з попередніх робіт, насправді числові значення цих констант для нас не грають суттєвої ролі, оскільки ми беремо різницю мас. Найкраще результати розрахунків співпали з експериментальними для  $\rho$ -мезонів. Методом теорії збурень ми оцінили, що 3-ій вклад в масу  $\rho$ -мезона в декілька разів

менший ніж для  $\pi$ -мезона, це яскраво проявляється в наших розрахунках (оскільки ми її не враховували). Також результати розрахунків співпали з експериментальними для різниці  $\Delta(K^0 - \bar{K}^0)$ .

Щож стосується різниці  $\Delta(K^\pm - K^0)$ , тобто заряджений стан  $K^\pm$ -мезона легший ніж нейтральний  $K^0$ -мезон залишається відкритим. Причиною цього на нашу думку може бути те, що ми не врахували кольорову степінь вільності, тобто ще одне квантове число. Оскільки всі експериментально спостережувальні стани безколірові, а цю властивість відображає конфаймент, то мабуть стала  $A$  визначається цим додатковим квантовим числом. Експериментальні дані були взяті з [19].

#### Література

1. W. Lucha, F. Schoberl, Effective potential models for hadrons НЕРНУ-UB 62P1/95 UW ТНРН 1995-16; В Люха, Ф. Шоберл, *Сильное взаимодействие. Теория потенциальных моделей.* (Академический Экспрес, Львов, 1996), 184с.
2. V. Lengyel, V. Rubish, Yu. Fekete, S. Chalupka, M. Salak, Incorporating relativistic kinematics for the description of light quark systems, *Journal of Physical Studies*, **2**, No 1, 38-44 (1998).
3. V. Lengyel, V. Rubish, Yu. Fekete, S. Chalupka, M. Salak, The role of relativistic kinematics in describing two-quark systems, *Condensed Matter Physics*, **1**, No 3 (15), 575-585 (1998).
4. V. Lengyel, V. Rubish, S. Chalupka, M. Salak, Configuration interaction method for describing spin-orbital effects in the quark-antiquark systems, *Вісник Ужгородського Університету, Серія "Фізика"*, №4, 55-60 (1999).
5. V. Lengyel, Yu. Fekete, I. Haysak, A. Shpenik, Calculation of hyperfine splitting in mesons using configuration interaction approach, *Eur. Phys. C*, **21**, 355-359 (2001).
6. F.E. Close, *An Introduction to Quarks and Partons*, (Academic, London – New York – San Francisco, 1979).
7. M. Vargvelashvili, The electromagnetic mass difference of Pions from QCD, *International journal of Modern Physics A*, **5**, No 4, 747-753 (1990).
8. P. Colangelo, M. Ladisa, G. Nardulli, T.N. Pham, Electromagnetic mass difference of heavy mesons, *Phys. Lett B*, **416**, 208-215 (1998).
9. L.S. Kisslinger, T. Goldman, Z. Li, QED Penguin contributions to isospin splittings of heavy-light quark systems, *Phys. Lett B*, **416**, 263-267 (1998).
10. Johan Bijnens and Joaquim Prades, Electromagnetic corrections for Pions and Kaons masses and polarizabilities, *Nucl. Phys. B*, **496**, 239-271 (1997).
11. Dao-Neng Gao, Bing An Li, Mu-lin Yan, Electromagnetic mass splittings of  $\pi$ ,  $a_1$ ,  $K$ ,  $K_1(1400)$  and  $K^*(892)$ , *Phys. Rev. D*, **56**, 4115-4132 (1997).
12. F. John, Donoghue and Antonio, F. Perez, The electromagnetic mass

differences of Pions and Kaons, *Phys. Rev. D*, **55**, 7075-7092 (1997).

13. Marco Genovese, Jean-Marc Richard, Bernard Silvestre-Brac, Kalman Varga. Isospin mass splittings of baryons in potential models, arXiv: hep-ph/9803340.

14. М.І. Гайсак, В.І. Лендъел, Спектр мас гадронів у квазірелятивістській кварковій потенціальній моделі, *УФЖ*, **37**, №9, (1992).

15. W. Lucha, F. Schoberl, D. Gromes, *Phys. Repts*, **200**, No 4, 127-240 (1991).

16. В.І. Лендъел, П.П. Петрецький, Л. Санісло, М. Салак, С. Халупка, Тонка і надтонка структура мезонів у квазірелятивістській потенціальній моделі, *УФЖ*, **39**, №9, 10, 901-905 (1994).

17. O. Zatsarinny, *Comp. Phys. Comm.*, **98**, 235 (1996).

18. J.L. Basdevant, S. Boukraa, *Z. Phys. C*, **28**, 413 (1985).

19. Part. Data Group, *Phys. Rev. D*, **1** (1996).

## **ELECTROMAGNETIC MASS DIFFERENCES IN MESONS**

**A.O. Shpenik, N.D. Melika**

Uzhgorod National University, Voloshyna St. 32, Uzhgorod, 88000, Ukraine

In the present work we obtained the electromagnetic mass differences for light and mixed two quark systems with Cornell potential. The calculations of the mass splitting were carried out in nonrelativistic approach within the theory of potential models. The calculations were made numerically.