Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика. № 9. – 2001

ДО ПИТАННЯ ПРО ІНВАРІАНТНІСТЬ ПІДСИСТЕМИ РОТОРНИХ РІВНЯНЬ МАКСВЕЛА І ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ

І.Ю. Кривський, В.М. Симулик, З.З. Торич

Інститут електронної фізики НАН України, 88000, м. Ужгород, вул. Університетська, 21

Знайдено унітарне нелокальне зображення групи Пуанкаре, відносно якого інваріантна як повна система вільних рівнянь, так і підсистема роторних рівнянь Максвела. За теоремою Нетер і функцією лагранжа в термінах напруженостей обчислено закони збереження, які відповідають знайденому нелокальному зображенню.

Вступ

Основи нелокального підходу до побудови квантової електродинаміки в термінах напруженостей електромагнітного поля (**E**,**H**) без звернення до потенціалів A_μ закладено в роботах багатьох авторів (див., наприклад, [1-3]). Звичайний локальний підхід до цієї задачі запропоновано в [4-7], де знайдено та проаналізовано лагранжіани в термінах (**E**,**H**) як різні коваріанти, для яких рівняння Ейлера-Лагранжа співпадають з рівняннями Максвела. Однак при цьому було помічено, що одержання рівнянь div**E**=0, div**H**=0 (дивергентних рівнянь Максвела) вимагає додаткових умов, зокрема введення додаткових лагранжевих змінних. З цієї та інших причин доцільно окремо й більш детально проаналізувати роль роторних рівнянь Максвела як окремої системи.

Розв'язок підсистеми роторних рівнянь

Рівняння Максвела для вільного (у вакуумі) електромагнітного поля запишемо у такому вигляді:

$$\partial_0\mathbf{E} = \mathrm{rot}\,\mathbf{H},\qquad \partial_0\mathbf{H} = -\mathrm{rot}\,\mathbf{E}, \qquad (1)$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{E} = 0,\qquad \mathrm{div}\,\mathbf{H} = 0. \qquad (2)$$

Тут $\mathbf{E}\equiv(E^j(x))$, $\mathbf{H}\equiv(H^j(x))$, $x=(x^\mu)=(t,\mathbf{x})\in R^4$, $\mathbf{x}\equiv(x^i)\in R^3$, $\partial_\mu=\partial/\partial x^\mu$, $\mu=0,1,2,3$, $j=1,2,3$ (швидкість світла c=1). Зауважимо, що система рівнянь (1), (2) складається із восьми рівнянь для шести невідомих функцій. Надалі розглядатимуться роторні рівняння (1).

З давніх часів (див., наприклад, [8]) напруженості **E** і **H** об'єднували у комплексну 3-компонентну величину

$$E = \mathbf{E} - i\mathbf{H}. \qquad (3)$$

В термінах комплексного поля E роторні рівняння Максвела мають вигляд:

$$\partial_0 E = i\,\mathrm{rot}\,E. \qquad (4)$$

Система рівнянь (4) містить три рівняння для трьох комплексних функцій. Цю систему рівнянь можна записати також у вигляді:

$$(i\partial_0+\mathbf{s}\cdot\mathbf{p})E = 0,\quad \mathbf{p}\equiv -i\nabla, \qquad (5)$$

де $\mathbf{s}\equiv(s^1,s^2,s^3)$:

$$s^1=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-i\\0&i&0\end{pmatrix},\ s^2=\begin{pmatrix}0&0&i\\0&0&0\\-i&0&0\end{pmatrix},\ s^3=\begin{pmatrix}0&-i&0\\i&0&0\\0&0&0\end{pmatrix} \qquad (6)$$

є спінові матриці для частинки зі спіном 1 (генератори незвідного зображення D(1) групи SU(2)).

Загальний роз'язок [9,10] рівняння (5) містить дві частини, які не перекриваються (ортогональні відносно квантовомеханічного скалярного добутку). Це звичні поперечні хвилі

$$\mathbf{E}^{tr}(x) = \int\frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}}\,(c^1(\mathbf{k})e^{-ikx} + \overset{*}{c}{}^2(\mathbf{k})e^{ikx})\mathbf{e}_-(\mathbf{k}),\quad kx=\omega t-\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}, \qquad (7)$$

і статичні (повздовжні) хвилі

$$\mathbf{E}^{lon} = \int\frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}}\,b(\mathbf{k})e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}\mathbf{e}_0(\mathbf{k}). \qquad (8)$$

Тут $\mathbf{e}_\lambda(\mathbf{k})$ - власні вектори квантовомеханічного оператора спіральності

$$h \equiv \mathbf{s}\cdot\mathbf{k}/\omega, \quad (9)$$

$$h\,\mathbf{e}_\lambda(\mathbf{k}) = \lambda\mathbf{e}_\lambda(\mathbf{k}),\ \lambda=\mp 1,0,\ \mathbf{e}_0=\mathbf{k}/\omega,\ \mathbf{e}_+=\mathbf{e}^*_-,$$

$$\omega=\sqrt{\mathbf{k}}\,. \quad (10)$$

Розв'язки (8) зануляються умовою

$$\mathrm{div}E\,(x)=0 \quad (11)$$

або умовою

$$\Box\,E\,(x)=0, \quad \Box=\partial_\mu\partial^\mu. \quad (12)$$

Рівняння (4) або (5), доповнене умовою (11), - це повна система рівнянь Максвела (1) в термінах E, тоді як умова (12) є умовою безмасовості поля E.

Легко переконатись, що розв'язок (7) тотожньо задовільняє як дивергентному рівнянню, так і умові безмасовості:

$$\mathrm{div}E^{tr}(x)\equiv 0, \quad \Box E^{tr}(x)\equiv 0.$$

Таким чином, роторні рівняння (4) (або (5)) самі по собі містять всю інформацію про вільні електромагнітні хвилі у вакуумі (детальніше див. [9,10]).

Релятивістська інваріантність роторних рівнянь

Підкреслимо, що із закону перетворення

$$B^{\mu\nu}(x)\to B'^{\mu\nu}(x')=\Lambda^\mu_\rho\Lambda^\nu_\sigma B^{\rho\sigma}(x),\ x'\equiv\Lambda x+a \quad (13)$$

тензора напруженостей електромагнітного поля

$$B^{\mu\nu}=-B^{\nu\mu}:\ B^{0j}=E^j,\ B^{jk}=\varepsilon^{jkl}H^l \quad (14)$$

випливає такий закон перетворення комплексного поля E:

$$E\,(x)\to E'(x)=F(\Lambda)E\,(\Lambda^{-1}(x-a))\overset{i}{=}$$

$$(1+a^\rho p_\rho+(i/2)\omega^{\rho\sigma}j_{\rho\sigma})E\,(x), \quad (15)$$

де символ "i" означає "інфінетизимально" (тобто в околі одиниці групи Пуанкаре P(1,3)), F(Λ) – незвідне зображення групи Лоренца SL(2,C), а саме: F(Λ)∈D(0,1), генератори якого мають вигляд

$$s_{\rho\sigma}=-s_{\sigma\rho}:\ s_{jk}=\varepsilon^{jkl}s^l,\ s_{0k}=-is^k, \quad (16)$$

а P(1,3)-генератори такі:

$$p_\rho=i\partial_\rho,\ j_{\rho\sigma}=x_\rho p_\sigma-x_\sigma p_\rho+s_{\rho\sigma}. \quad (17)$$

Нагадаємо також, що тензорне поле $B\equiv(B^{\mu\nu})$ (13) (тобто дійсне 6-компонентне поле $B=(\mathbf{E},\mathbf{H})$) є звідним коваріантом групи SL(2,C): воно перетворюється за звідним зображенням D(0,1)⊕D(1,0) цієї групи.

Таким чином, якраз комплексне поле E=**E**-i**H** як незвідний D(0,1)-коваріант групи Лоренца SL(2,C), яке задовольняє системі рівнянь Максвела

$$\partial_0 E = i\,\mathrm{rot}\,E, \quad \mathrm{div}E\,(x)=0, \quad (18)$$

або еквівалентній їй системі

$$(i\partial_0+\mathrm{rot})E\equiv(i\partial_0+\mathbf{s}\cdot\mathbf{p})E=0,\ \Box E\,(x)=0, \quad (19)$$

є найбільш фундаментальним полем для безмасових частинок зі спіном 1. Стандартна релятивістська інваріантність теорії поля E означає, що система рівнянь (18), як і (19), інваріантна відносно перетворень (15), тобто відносно локального зображення групи Пуанкаре P(1,3)=ISL(2,C), яке визначається формулою (15). Генератори цього локального зображення співпадають з (17), де $s_{\rho\sigma}$ задаються формулами (16).

Відомо [11], що роторні рівняння (4) неінваріантні відносно локального зображення групи Пуанкаре P(1,3). Однак нами знайдено [9] нелокальне зображення цієї групи, відносно якої рівняння (4) інваріантні. Має місце

Теорема. *Роторні рівняння Максвела (4)-(5), а також кожна з підмножин* $\{E^{tr}\},\{E^{lon}\}$ *розв'язків цих рівнянь інваріантні відносно нелокальних P(1,3)-перетворень*

$$\mathbf{E}\to\mathbf{E}'=(1+ia^\rho\hat{p}_\rho+\frac{i}{2}\omega^{\rho\sigma}\hat{j}_{\rho\sigma})\mathbf{E}, \quad (20)$$

які породжуються P(1,3)-операторами

$$\hat{p}_0=\hat{\omega}=-\sqrt{-\Delta},\ \hat{p}_j=i\partial_j,\ \hat{j}_{kl}=x_k\hat{p}_l-x_l\hat{p}_k+$$

$$+s_{kl},\ \hat{j}_{0i}=-x_0 p_i\hat{h}-\frac{1}{2}\{x_i,\hat{\omega}\}+s_{ij}\frac{\hat{p}_j}{\hat{\omega}}, \quad (21)$$

де

$$\Delta=\partial_i^2,\ \hat{h}=\mathbf{s}\cdot\mathbf{p}/\hat{\omega},\ s_{ij}=\varepsilon^{ijk}s_k.$$

Нелокальність P(1,3)-перетворень (20) пов'язана з тим, що частина операторів у (21) є псевдодиференціальними операторами і оператор $\hat{j}_{0i}$ не є оператором Лі.

Д о в е д е н н я. Нагадаємо, що достатньою умовою інваріантності рівняння відносно деякої множини перетворень є рівність нулю комутаторів між оператором рівняння та операторами цих перетворень. Безпосередніми обчисленнями переконуємось, що

$$[(i\partial_0+\mathbf{s}\cdot\mathbf{p}),\hat{p}_\rho]=[(i\partial_0+\mathbf{s}\cdot\mathbf{p}),\hat{j}_{\rho\sigma}]\equiv 0. \qquad (22)$$

Таким чином, самі роторні рівняння (4)=(5) P(1,3)-інваріантні (відносно нелокального зображення групи Пуанкаре, яке визначається формулами (20), (21)), причому без будь-яких додаткових умов. Далі, інваріантність множини $\{E^{tr}\}$ вільних електромагнітних хвиль (7) відносно перетворень (20) випливає із співвід-ношень (22), а інваріантність множи-ни $\{E^{lon}\}$ статичних розв'язків (8) відносно (20), для яких $i\partial_0\equiv p_0=0$, випливає із співвідношень

$$[\mathbf{s}\cdot\mathbf{p},\hat{p}_l]=0, \quad [\mathbf{s}\cdot\mathbf{p},\hat{j}_{kl}]=0,$$

$$[\mathbf{s}\cdot\mathbf{p},\hat{j}_{0l}]=i\hat{p}_l\hat{\hbar}. \qquad (23)$$

Підкреслимо, що множина $\{E^{lon}\}$ не інваріантна відносно локальних перетворень (15), тоді як кожна з множин $\{E^{tr}\}$,$\{E^{lon}\}$ окремо інваріантна відносно нелокальних перетворень (20) (інакше кажучи, перетворення (15) "переплутують", а перетворення (20) "не переплутують" елементи вказаних множин). Ці факти є наслідком того, що самі лише rot-рівняння Максвела (4)=(5) не інваріантні відносно локальних P(1,3)-перетворень, тоді як вони ж інваріантні відносно нелокальних P(1,3)-перетворень (20). Формальною ознакою цих фактів є те, що в локальних перетвореннях (15) часо-ва координата x_0=ct і просторові ко-ординати $\mathbf{x}=(x^i)$ фігурують на рівних правах, тоді як у нелокальних пере-твореннях (20) оператор $\hat{p}_0=i\partial_0$ взагалі не фігурує. Тому час x_0=ct у перетвореннях (20) відіграє роль числового параметра (параметра еволюції станів-розв'язків rot-рівнянь (4)).

Нагадаємо (див., наприклад, [12]), що для обґрунтованої й коректної відповіді на те, які частинки описує поле E, потрібне, у відповідності з класифікацією Баргмана-Вігнера-Широкова, *унітарне* зображення групи P(1,3), тобто зображення, яке породжується *ермітовими* генераторами. Легко бачити, що зображення (15) не є унітарним (оскільки частина генераторів, а саме: локальні бусти j_{0l} - це неермітові оператори), тоді як всі оператори (21) ермітові і, отже, P(1,3)-зображення (20), що ними породжуються, є унітарними. Причому, як легко переконатись, для операторів (21) перші оператори Казіміра тотожньо дорівнюють нулю:

$$p^2=\hat{p}^\mu\hat{p}_\mu\equiv 0,\ w^2=(\tfrac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}p_\nu\hat{j}_{\rho\sigma})^2\equiv 0, \qquad (24)$$

тоді як додатковий оператор Казіміра, пропорційний оператору спіральності для спіна одиниця, має вигляд

$$w^0=\tfrac{1}{2}\varepsilon^{0kln}\hat{p}_k\hat{j}_{ln}=\mathbf{s}\cdot\mathbf{p}=\hat{\hbar}\omega. \qquad (25)$$

Як відмічалось вище, множина $\{E^{tr}\}$ інваріантна відносно перетворень (20), породжуваних нелокальними генераторами, і ця множина вичерпує множину всіх можливих розв'язків повної системи вільних рівнянь Максвела (18). Це означає, що нелокальне унітарне P(1,3)-зображення, породжуване генераторами (21), є групою інваріантності також і повної системи рівнянь Максвела (18).

Наведені вище твердження є коректним доказом того, що поле E, яке задовольняє системі рівнянь Максвела (18) або, альтернативно, системі рівнянь (19), описує безмасову частинку спіна s=1. Причому локальні P(1,3)-перетворення (15) задають зв'язок між *E(x)* та *E'(x')*, тобто між одним і тим же станом елек-тромагнітного поля у двох (довільно фіксованих) інерціальних системах відліку (ІСВ). Тоді як саме нелокальні P(1,3)-перетворення (20) дають повну характеристику динамічних змінних поля E в (довільно фіксованій) ІСВ. Бо саме вони, як показано в наступному розділі, дають за теоремою Нетер фізично адекватне спів-ставлення "оператор симетрії – закон збереження".

На закінчення цього розділу зауважимо, що спін (вільного) поля E є величиною, що також зберігається. Це випливає з того, що

$$[(i\partial_0+\mathbf{s}\cdot\mathbf{p}),\ \mathbf{s}]=i\mathbf{p}\times\mathbf{s},\quad (\mathbf{s}\times\mathbf{p})\cdot \mathrm{E}\equiv 0.$$

Закони збереження

Найпростіший лагранжіан, для якого рівняння Ейлера-Лагранжа приводять до підсистеми роторних рівнянь Максвела (4), є такий:

$$\mathrm{L} = \tfrac{1}{2}\,[\mathbf{E}^{+}(i\mathbf{E}_{,0}+is^{j}\mathbf{E}_{,j}) - (i\mathbf{E}^{+}_{,0}-i\mathbf{E}^{+}_{,j}s^{j})\,\mathbf{E}], \tag{26}$$

де $\mathrm{E}_{,\mu}=\partial_\mu \mathrm{E}$.

За допомогою теореми Нетер із лагранжіана (26) одержуємо таку відповідність "оператор $\hat{q}\to$закон збереження Q":

$$\hat{q}\to \mathrm{Q}=\int d^3x\mathbf{E}^{+}\hat{q}\mathbf{E}. \tag{27}$$

Для операторів (21) формула (27) приводить до

$$\mathrm{P}_\mu=\int d^3x\mathbf{E}^{+}p_\mu\mathbf{E},\ \mathrm{J}_{\mu\nu}=\int d^3x\mathbf{E}^{+}j_{\mu\nu}\mathbf{E}, \tag{28}$$

для спіна поля E отримуємо

$$\mathrm{S}_{mn}=\int d^3x\mathbf{E}^{+}s_{mn}\mathbf{E}. \tag{29}$$

Підставляючи (7) та (21) у (28), одержуємо в термінах амплітуд величини, які зберігаються:

$$\mathrm{P}_0=\int d^3k\,\omega\,(|c^1|^2+|c^2|^2),$$

$$\mathbf{P}=\int d^3k\,\mathbf{k}\,(|c^1|^2-|c^2|^2), \tag{30}$$

$$\mathrm{J}_{mn}=\int d^3k[\overset{*}{c}{}^1(\mathcal{L}_m k_n-\mathcal{L}_n k_m)c^1 + \overset{*}{c}{}^2(\mathcal{L}_m k_n-\mathcal{L}_n k_m)c^2], \tag{31}$$

$$\mathrm{J}_{0m}=i\int d^3k[\omega(c^{-1}\frac{\partial c^1}{\partial k^m}-c^2\frac{\partial \overset{*}{c}{}^2}{\partial k^m})-(|c^1|-|c^2|)(\frac{k_m}{2\omega}-\frac{k^3(s^3\mathbf{k})^m}{k^1k^1+k^2k^2})], \tag{32}$$

де

$$\mathcal{L}_n=-i\,\partial/\partial k^n.$$

Аналогічно для спінового оператора отримуємо

$$\mathbf{s}=\int d^3k\frac{\mathbf{k}}{\omega}(|c^1|^2+|c^2|^2). \tag{33}$$

Висновки

Порівняння отриманих законів збереження (30)-(33) із законами збереження Бесселя-Гагена [13] показує, що для енергії електромагнітного поля P_0 одержано стандартну формулу, але інші дев'ять законів збереження повністю відрізняються від законів збереження Бесселя-Гагена. Це зрозуміло за таких причин. По-перше, стандартні закони збереження [13] отримано за допомогою теореми Нетер із лагранжіана в термінах потенціалів A_μ,

$$\mathrm{L}^{(A)}=-\frac{1}{2}\frac{\partial \mathrm{A}_\mu}{\partial x_\nu}\frac{\partial \mathrm{A}^\mu}{\partial x^\nu},\ \nu=0,1,2,3, \tag{34}$$

де потенціали A_μ відіграють роль первинних величин електромагнітного поля, а рівняння Максвела для напруженостей **(E,H)** є похідними з рівняння для A_μ (тобто з рівняння Ейлера-Лагранжа для лагранжіана (34)). В той же час закони збереження (30)-(32) є наслідком лагранжіана (26) в термінах тільки напруженості **E**=**E**-i**H** і операторів нелокального зображення (21). Підсистема роторних рівнянь теж є наслідком тільки лагранжіана (26).

Стандартні закони збереження Бесселя-Гагена відповідають стандартному локальному зображенню групи P(1,3) (породжуваному генераторами $p_\mu=i\partial_\mu$, $j_{\mu\nu}=x_\mu p_\nu - x_\nu p_\mu + \tilde{s}_{\mu\nu}$, $\tilde{s}_{\mu\nu}$ - оператори (½,½)-зображення групи SL(2,C)) (див. [11]) на множині потенціалів A_μ. Строго кажучи, закони збереження Бесселя-Гагена в термінах напруженостей є ненетерівськими величинами для електромагнітного поля **(E,H)**, оскільки лагранжіан (34), відповідне рівняння та його симетрія виражені в термінах A_μ. Лагранжіани (26) і (34) ніяким чином не зв'язані між собою (деталі див. у [4,5]).

Проблема отримання законів збереження для **(E,H)** за теоремою Нетер є актуальною в теорії поля [4-7]: різні лагранжіани для **(E,H)** дають різні відповідності “$\mathfrak{C} \to Q$” і, як правило, різні закони збереження. Деякі переваги (30)-(32) очевидні. Дійсно, імпульс **P** поля E *(x)* має ясну фізичну інтерпретацію: хвилі, які розповсуджуються в протилежні напрямки, дають у вираз для P (30) доданки з різними знаками. В той же час їх внесок в енергію P_0 дається зі знаком плюс. Цікаво відмітити, що спін (33) поля E(x) зберігається незалежно від кутового моменту (31). Це означає, що спін вільного електромагнітного поля за часом не змінюється, і це цілком зрозуміло з фізичної точки зору. Зауважимо, що імпульс поля потенціалів (вектор Пойнтінга) тут виступає в ролі спіна поля напруженостей.

1. Mandelstam S. Quantum electrody-namics without potentials. Ann. Phys. (USA), 1962, v. 19, № 1, p. 1-24.

2. De Witt B.S. Quantum theory with-out electromagnetic potentials. Phys. Rev. 1962, v. 125, № 6, p. 2189-2191.

3. Огиевецкий В.И., Полубаринов И.В. Квантовая электродинамика в терминах напряженностей электро-магнитного поля. ЖЭТФ, 1962, т. 49, вып. 4(10), с. 1365-1370.

4. Кривский И.Ю., Симулик В.М. Основы квантовой электродинамики в терминах напряженностей. Киев, Наукова думка, 1992, 287 с.

5. Кривский И.Ю., Симулик В.М. Нетеровский анализ “zilch”-законов сохранения и их обобщений для электромагнитного поля. I. Привлечение различных формулировок принципа наименьшего действия. ТМФ, 1989, т. 80, № 2, с. 274-286.

6. Кривский И.Ю., Симулик В.М. Нетеровский анализ “zilch”-законов сохранения и их обобщений для электромагнитного поля. II. Привлечение пуанкаре-инвариантной формулировки принципа наименьшего действия. Там же, № 3, с. 340-352.

7. Fushchich W.I., Krivsky I.Yu., Simulik V.M. On vector and pseudovector Lagrangians for electromagnetic field. Nuovo cim. B. 1989, v. 103, № 4, p. 423-429.

8. Mignani R., Recami E., Baldo M.. About a Dirac-like equation for the photon according to Ettore Majorana. Lett. nuovo cim. 1974, v. 11, № 12, p. 572-586.

9. Кривский И.Ю., Симулик В.М., Торич З.З. Локальные и другие сим-метрии подсистемы роторных уравнений Максвелла. Известия вузов. Сер. Физика. 1997, № 5, с. 92-97.

10. Кривский И.Ю., Симулик В.М., Торич З.З. Об описании электромагнитных волн в вакууме подсистемой роторных уравнений Максвелла. Препринт КИЯИ-96-3. 1996, 20 с.

11. Фущич В.И., Никитин А.Г. Симметрия уравнений Максвелла. Киев, Наукова думка, 1983, 199 с.

12. Боголюбов Н.Н., Логунов А.А., Оксак А.И., Тодоров И.Т. Общие принципы квантовой теории поля. М.: Наука, 1969, 616 с.

13. Bessel-Hagen R. Über die Erhaltungssätze der Elektrodynamik. Math. Ann. 1921, v. 84, S. 258-276.

ON THE PROBLEM OF INVARIANCE OF SUBSYSTEM OF THE CURL MAXWELL EQUATIONS AND THE CONSERVATION LAWS

I.Yu. Krivsky, V.M. Simulik, Z.Z. Torich

Institute of Electron Physics, Ukrainian National Academy of Sciences,

Universitets'ka St. 21, Uzhgorod, 88000, Ukraine

The unitary nonlocal representation of the Poincaré group, with respect to which both the complete system of free equations and subsystem of curl Maxwell equations are invariant, is found. The conservation laws, which correspond to the obtained nonlocal representation, are calculated by the Noether theorem and Lagrangian in the terms of field strengths.

Кривський Іван Юрійович - завідувач відділу теорії елементарних взаємодій ІЕФ НАН України.
Народився в 1932 р. Закінчив УжДУ в 1956 р. Кандидат фіз.-мат. наук з 1967 р. Доктор фіз.-мат. наук - з 1990 р.

Симулик Володимир Михайлович – провідний науковий співробітник ІЕФ НАН України.
Народився у 1957 р. Закінчив фізичний факультет УжДУ в 1981. Кандидат фіз.-мат. наук з 1987 р. Доктор фіз.-мат. наук - з 2000 р.

Торич Золтан Золтанович – вчений секретар ІЕФ НАН України.
Народився у 1946 р. Закінчив фізичний факультет УжДУ в 1969 р. Кандидат фіз.-мат. наук з 1978 р.