

МАЗЕР НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ: РЕЖИМ МАГНІТОСТАТИЧНОГО РЕЗОНАНСУ

В.О.Горяшко, К. Ільєнко

Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України,
вул. Акад. Проскури, 12, Харків, 61085
e-mail: vitgor@ire.kharkov.ua

Проаналізовано взаємодію електронного пучка, який має початкову поперечну швидкість, з високочастотним полем гладкостінної електродинамічної структури у планарному убітроні. Знайдено точні умови гібридного (комбінаційного) синхронізму. Встановлено, що коефіцієнт підсилення вхідного сигналу значно збільшується в режимі траєкторного магнітостатичного резонансу і не залежить від напруженості магнітного поля ондулятора в широкому діапазоні параметрів. Показано, що для підвищення ККД можна одночасно реалізувати взаємодію з двома електронними пучками.

Вступ

Незважаючи на те, що терагерцове випромінювання вперше було зареєстровано біля сотні років тому, відповідна область електромагнітного спектру, розташована між надвисокочастотною (НВЧ) та інфрачервоною областями, характеризується повною відсутністю потужних джерел когерентного випромінювання [1]. І це при насущній потребі у таких джерелах для практичних застосувань: матеріалознавство, радарні системи, дослідження біологічних об'єктів та ін. Наявність терагерцового пробілу пов'язана з технологічними труднощами, з якими стикаються традиційні НВЧ-пристрої (лампа біжучої й зворотної хвилі, клістрон та ін.) при спробі генерації в зазначеному діапазоні. Наприклад, у гіротроні для досягнення нижньої границі міліметрового діапазону потрібні поздовжні магнітні поля порядку сотні кілоерстед. У той же час сучасні експериментальні зразки убітрона, який також називають лазером або мазером на вільних електронах (МВЕ), показали можливість генерації і підсилення когерентного електромагнітного випромінювання майже у всьому спектрі: від радіохвиль до рентгенівського діапазону [2,

3]. Така унікальна особливість убітрона/МВЕ викликає підвищену увагу до нього як до перспективного джерела потужного когерентного терагерцового випромінювання.

Традиційно в МВЕ здійснюється взаємодія поперечних коливань електронів у пучку з високочастотним (ВЧ) полем електродинамічної структури. Реалізація цих коливань досягається шляхом введення пучка без початкової поперечної швидкості в неоднорідне магнітне поле – магнітостатична накачка. При цьому відбувається перекачування кінетичної енергії поступального руху електронів в обертально-коливальні поперечні ступені вільності. У той же час шляхом додання електронному пучкові початкової поперечної швидкості можна не тільки підвищити частоту ВЧ сигналу вдвічі за рахунок використання гібридного синхронізму, а й реалізувати взаємодію з двома електронними пучками в електродинамічній структурі на градієнті ВЧ поля. Як перший крок аналізу МВЕ-підсилювача, ми вивчимо рух одиночного релятивістського електрона в магнітному полі накачки. Після цього в наступному розділі буде розглянуто підсилення ВЧ сигналу пучком таких електронів.

**Динаміка електронів у магнітному полі
накачки**

Рівняння руху електрона в полі накачки $\mathbf{H}_0(\mathbf{r}) = (0, -H_{\perp} \sin[2\pi z/l], -H_{\parallel})$ (l – просторовий період магнітного поля

планарного ондулятора, H_{\perp} – амплітуда цього поля; H_{\parallel} – постійне однорідне поздовжнє магнітне поле) та початкові умови мають вигляд (крапкою позначені похідні за часом)

$$\ddot{x} - \omega_{\parallel} \dot{y} = -\omega_{\perp} \dot{z} \sin \frac{2\pi z}{l}, \quad \ddot{y} + \omega_{\parallel} \dot{x} = 0, \quad \ddot{z} = \omega_{\perp} \dot{x} \sin \frac{2\pi z}{l}, \quad (1)$$

$$x(0) = \bar{x}, \quad y(0) = \bar{y}, \quad z(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = V_x, \quad \dot{y}(0) = V_y, \quad \dot{z}(0) = V_{\parallel}.$$

Тут e та m_e – відповідно заряд і маса спокою електрона, c – швидкість світла, $\omega_{\perp, \parallel} = |e| H_{\perp, \parallel} / (m_e c \gamma_0)$, $\omega_0 = 2\pi V_{\parallel} / l$, $\gamma_0 = (1 - v_0^2 / c^2)^{-1/2}$, $v_0^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_{\parallel}^2$ і $\varepsilon = \omega_{\perp} / \omega_0$ [в термінах традиційного ондуляторного параметра K : $\varepsilon = cK / (\gamma_0 v_0)$]. Геометрію задачі зображено на рис. 1. Розв’язок рівнянь руху (1) можна отрима-

ти за допомогою асимптотичного розкладу за малим відношенням ε тієї частини поперечного імпульсу електрона, що створюється полем ондулятора, до величини початкового поздовжнього імпульсу, подібно до того, як це зроблено в роботі [4] для електронів без початкової поперечної швидкості. З точністю $O(\varepsilon)$ компоненти швидкості електрона мають вигляд

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= V_{\perp} \sin(\Omega_{\parallel} t + \psi) + \frac{\omega_{\perp} \Omega_0 \bar{v}_{\parallel}}{\Omega_0^2 - \Omega_{\parallel}^2} \{ \cos[\Omega_0 t] - \cos[\Omega_{\parallel} t] \}, \\ \dot{y}(t) &= V_{\perp} \cos(\Omega_{\parallel} t + \psi) + \frac{\omega_{\perp} \Omega_0 \bar{v}_{\parallel}}{\Omega_0^2 - \Omega_{\parallel}^2} \left\{ \sin[\Omega_{\parallel} t] - \frac{\Omega_{\parallel}}{\Omega_0} \sin[\Omega_0 t] \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\dot{z}(t) = \bar{v}_{\parallel} + \frac{\omega_{\perp} V_{\perp}}{2(\Omega_0 - \Omega_{\parallel})} \left\{ \sin[(\Omega_0 - \Omega_{\parallel})t - \psi] - \frac{(\Omega_0^2 - \Omega_{\parallel}^2)}{(\Omega_0 + \Omega_{\parallel})^2} \sin[(\Omega_0 + \Omega_{\parallel})t + \psi] \right\},$$

де $\tan \psi = V_x / V_y$, $V_{\perp}^2 = V_x^2 + V_y^2$, $\bar{v}_{\parallel} = \kappa V_{\parallel}$, $\Omega_0 = \kappa \omega_0$, $\Omega_{\parallel} = \phi \omega_{\parallel}$, $\sigma_0 = \omega_{\parallel} / \omega_0$ та

$$\kappa = 1 + \frac{V_x}{V_{\parallel}} \frac{\varepsilon}{\kappa^2 - \sigma^2} - \varepsilon^2 \left\{ \frac{3\kappa^2 + \sigma^2}{4(\kappa^2 - \sigma^2)^2} - \frac{V_x^2}{V_{\parallel}^2} \frac{8\kappa^4 - 13\kappa^2 \sigma^2 + \sigma^4}{8\kappa^2 (\kappa^2 - \sigma^2)^3} + \frac{V_y^2}{V_{\parallel}^2} \frac{2\kappa^4 + 11\kappa^2 \sigma^2 - \sigma^4}{8\kappa^2 (\kappa^2 - \sigma^2)^3} \right\}, \quad (3)$$

$$\phi \equiv \frac{\sigma}{\sigma_0} = 1 + \frac{\varepsilon^2 (\kappa^2 + \sigma^2)}{4(\kappa^2 - \sigma^2)^2}.$$

Рух електрона являє собою поступальне переміщення з середньою швидкістю \bar{v}_{\parallel} вздовж осі z , на яке накладаються тривимірні коливання з ондуляторною Ω_0 та циклотронною Ω_{\parallel} частотами. Фізичний

зміст множників κ і ϕ полягає в тому, що вони показують наскільки власні (нормальні) частоти коливань Ω_0 та Ω_{\parallel} відрізняються від своїх парціальних еквівалентів ω_0 та ω_{\parallel} . Нагадаємо, що парці-

альними системами називаються окремі підсистеми загальної системи за нехтуванням взаємодією. Так, якщо амплітуда поля ондулятора дорівнює нулю $H_{\perp} = 0$, то рух характеризується парціальною циклотронною частотою ω_{\parallel} , а при $H_{\parallel} = 0$ – парціальною ондуляторною частотою ω_0 . Також величина κ показує яка частка початкової кінетичної енергії електрона переходить у поздовжній поступальний рух $\bar{v}_{\parallel} = \kappa V_{\parallel}$.

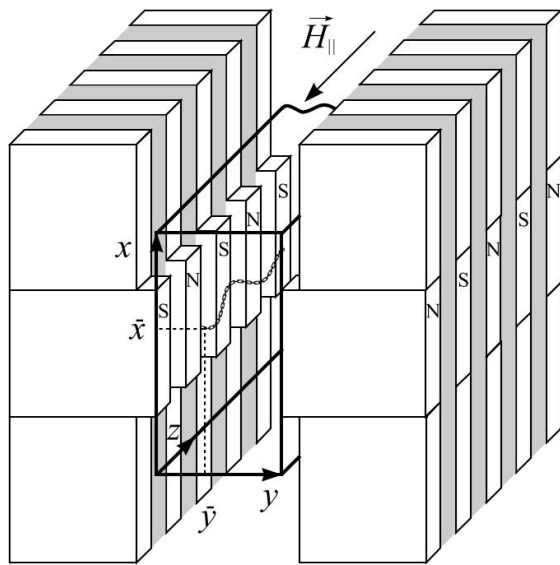


Рис. 1. Планарний убітрон на основі прямокутного хвилевода.

Якщо Ω_0 прямує до Ω_{\parallel} , то, як можна бачити з (2), поперечна швидкість та осцилююча частка $\dot{z}(t)$ збільшуються завдяки резонансній перекачці кінетичної енергії з поздовжнього в поперечні ступені вільності електрона. Взагалі такий резонанс називають нелінійним внутрішнім резонансом, але ми його далі називатимемо «магнітостатичним», що є загальноприйнятим в теорії МВЕ/убітрона. Для знаходження Ω_0 і Ω_{\parallel} необхідно розв'язати систему алгебраїчних рівнянь (3) відносно κ й σ як функцій ε та σ_0 [або, що еквівалентно, $cH_{\perp}/(\gamma_0 V_{\parallel})$ і $cH_{\parallel}/(\gamma_0 V_{\parallel})$]. Виявляється, що точного магнітостатичного резонансу досягти не-

можливо через хаотизацію динаміки електронів у магнітному полі накачки. Згідно з критерієм Чірікова, нелінійна система стає стохастичною, якщо різниця її власних частот менша за величину зв'язку [5]

$$|\Omega_0 - \Omega_{\parallel}| < \omega_{\perp}, \quad (4)$$

що у безрозмірній формі має вигляд $|\kappa - \sigma| < \varepsilon$. Надалі ми обмежимося областю параметрів, які відповідають регулярній динаміці електронів у магнітному полі накачки, тобто знаходяться поза межами виконання нерівності (4).

Дисперсійне рівняння МВЕ-підсилювача

Отримані траєкторії руху в магнітному полі накачки дають змогу побудувати аналітичну лінійну теорію взаємодії електронного пучка з високочастотним полем довільної електродинамічної структури [6], подібно до того, як це зроблено для гіротрона. Однак, на відміну від теорії МВЕ з електронним пучком без початкової швидкості [7], у даному випадку розрахунки є надто громіздкими і ми обмежимося тим, що наведемо кінцевий результат для МВЕ-підсилювача з прямокутним хвилеводом. Взагалі метод розрахунку електронно-хвильової взаємодії полягає в одночасному розв'язанні рівнянь руху сукупності електронів пучка та рівняння збудження електродинамічної структури. У лінійному за ВЧ полем наближенні шляхом усереднення за фазою вльоту від аналізу рівнянь руху сукупності електронів можна перейти до аналізу рівнянь руху одного електрона в полі накачки та ВЧ полі; інформація про усереднені характеристики пучка при цьому враховується у рівнянні збудження [8]. Взаємодія електронного пучка з нижчою TE модою прямокутного хвилеводу з широкою a та вузькою b стінками за виконання точного гібридного синхронізму $\omega - k_z^0 \bar{v}_{\parallel} = \Omega_0 + \Omega_{\parallel}$ описується дисперсійним рівнянням

$$\delta k_z^3 = \frac{I}{c^2 U (1 + \kappa^2 \beta_{\parallel}^2 \gamma_{\parallel}^2)} \left(\frac{\omega_{\perp} V_{\perp}}{\Omega_0^2 - \Omega_{\parallel}^2} \right)^2 \frac{\pi^3 \omega}{8 a^3 b} \cos^2 \left[\frac{\pi}{a} \left(\bar{x} + \frac{V_y}{\Omega_{\parallel}} \right) \right] \left\{ 1 - \frac{8 \pi \beta_{\parallel}^2 \gamma_{\parallel}^2 \kappa \sigma}{k_z^0 l} \left(1 + \frac{\beta_{\parallel} \lambda (\sigma - \kappa)}{2l} \right) + \right. \\ \left. - \frac{\beta_{\parallel}^3 \gamma_{\parallel}^2 \lambda}{l} \left[\frac{\kappa (\kappa + \sigma) (\kappa^2 + \kappa \sigma - \sigma^2)}{2(\kappa + 2\sigma)} - \gamma_0^2 \frac{\kappa + \sigma}{\kappa - \sigma} \left(\frac{\kappa (\kappa^3 - 2\kappa^2 \sigma - 4\kappa \sigma^2 + 2\sigma^2)}{4 \gamma_{\parallel}^2 (\kappa + 2\sigma)} + \frac{\pi \beta_{\parallel}^2 \kappa^4 \sigma}{k_z^0} \right) \right] \right\}. \quad (5)$$

$G = 8.63 \operatorname{Im} \delta k_z$ – коефіцієнт підсилення, $\operatorname{Re} \delta k_z$ мала поправка до постійної розповсюдження моди «холодного» (без пучка) хвилевода $k_z^0 = \sqrt{(\omega/c)^2 - (\pi/a)^2}$ пов'язана з присутністю пучка, I – постійна складова струму пучка, $U = m_e \gamma_0 \bar{v}_{\parallel}^2 / 2e$ – напруга пучка, $\lambda = 2\pi c / \omega$, $\beta_{\parallel} = V_{\parallel} / c$, $\gamma_{\parallel} = (1 - \beta_{\parallel}^2)^{-1/2}$. Область застосування виразу (5) обмежена нерівністю $V_{\perp} / V_{\parallel} < 0.5$, оскільки він є розкладом у ряд за відношенням $V_{\perp}^2 / V_{\parallel}^2$ загального дисперсійного рівняння, якого ми не наводимо через його громіздкість.

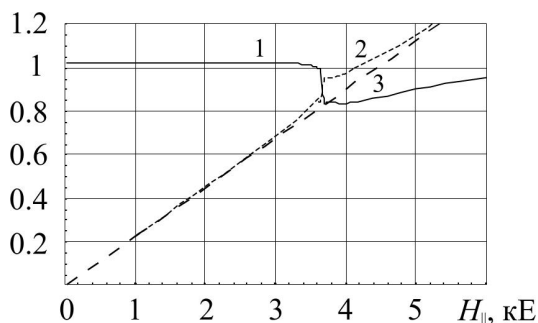


Рис. 2. Залежність κ (суцільна лінія 1), σ (пунктирна лінія 2) та σ_0 (штрихова лінія 3) від H_{\parallel} при параметрах: $H_{\perp} = 0.6$ кЕ, $V_{\parallel} / c = 0.38$, $V_x = 0.3V_{\parallel}$, $V_y = 0$.

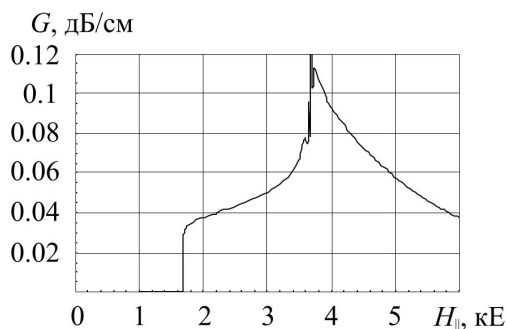


Рис. 3. Коефіцієнт підсилення G як функція H_{\parallel} при $I = 0.2$ А, $a \times b = 0.86 \times 0.43$ см.

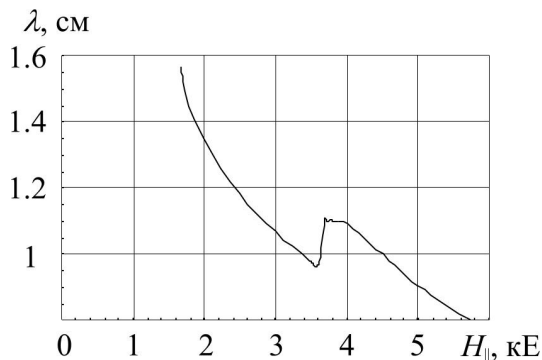


Рис. 4. Довжина хвилі підсилення λ як функція H_{\parallel} .

Дисперсійне рівняння (5) у нерелятивістській границі (нехтуючи всіма членами, окрім одиниці, в фігурних дужках) подібне до отриманого раніше [9], і описує добре відомий результат: значного підвищення коефіцієнта підсилення можна досягти завдяки присутності поздовжнього магнітного поля (знаменник $\Omega_0 - \Omega_{\parallel}$). Але існує істотна різниця між нашим результатом навіть у цій границі та отриманим раніше: аналітичний вираз (5) навіть в нерелятивістській границі вперше дозволяє дослідити не тільки підхід до резонансу, а й саму резонансну область. Це досягається завдяки врахуванню складної залежності Ω_0 і Ω_{\parallel} від початкової швидкості й амплітуд поля накачки за допомогою множників κ і σ (3), див. рис. 2. Нагадаємо, що κ відповідає не тільки за перенормування Ω_0 , а й за середню поступальну швидкість $\bar{v}_{\parallel} = \kappa V_{\parallel}$. Як бачимо з рис. 2, в околі магнітостатичного резонансу $H_{\parallel}^{res} = 3.65$ кЕ відбувається значне зменшення поздовжньої швидкості внаслідок перетікання кіне-

тичної енергії з поздовжнього ступеня вільності в поперечні. Це має своїм наслідком збільшення коефіцієнта підсилення, див. рис 3. Магнітостатичний резонанс, як це можна бачити з рис. 4, також істотним чином впливає на залежність оптимальної довжини хвилі підсилення від поздовжнього магнітного поля. З (5) випливає, що є дві оптимальні точки вльоту електронів $\bar{x} = -V_y / \Omega_{\parallel}$ і $\bar{x} = \pi - V_y / \Omega_{\parallel}$. Це дозволяє використовувати для взаємодії два електронних пучки, як це продемонстровано на рис. 5.

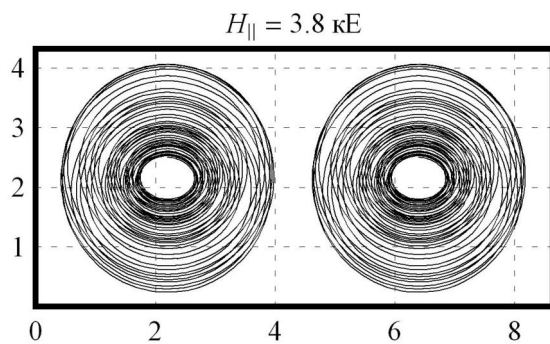


Рис. 5. Траєкторії руху електронів для максимального G , спроектовані на поперечну площину хвилевода; $\bar{y}/l = 0.25$, $\bar{x}_1/l = 0.22$ та $\bar{x}_2/l = 0.62$.

Висновки

У запропонованій роботі вперше дано детальний аналітичний опис руху електрона з початковою поперечною швидкістю в неоднорідному магнітному полі накачки гібридного планарного убітрона. Показано, що коефіцієнт підсилення вхідного сигналу може значно збільшуватися в режимі магнітостатичного резонансу. Це пов'язано з резонансним перетіканням кінетичної енергії електронів з поздовжнього ступеня вільності в поперечні, і, як наслідок, із більш ефективною взаємодією з поперечним електричним ВЧ полем електродинамічної структури. У роботі обчислено точну залежність довжини хвилі підсилення від параметрів пучка, амплітуд магнітного поля накачки та геометрії системи. З'ясовано, що можна вдвічі підвищити ККД шляхом використання для взаємодії двох електронних пучків, оскільки існує дві оптимальні точки вльоту електронів.

Література

1. G.P.Gallerano, S.Biedron, In: Proc. 26 FEL Conf. (Trieste, Italy, 2004), p. 216.
2. P.G.O'Shea, H.P.Freund, Science 292, 1853 (2001).
3. A.J.Balkcum, D.B.McDermott, R.M.Philips, N.C.Luhmann, Trans. Plasma Sci. 26, 548, (1998).
4. K.V.Ilyenko, B.P.Yefimov, T.Yu.Yatsenko, V.A.Goryashko, Telecomm. Radio Eng. 61, 243 (2004).
5. B.V.Chirikov, Phys.Rep. 52, 263 (1979).
6. А.В.Гапонов, Изв. высш. уч. зав. Радиофизика 2, 450, (1959).
7. В.А.Горяшко, К.В.Ильенко, А.Н.Опанасенко, Радиофизика и электроника 11, 440 (2006).
8. Л.А.Вайнштейн, В.А.Солнцев, Лекции по сверхвысокочастотной электронике (Советское радио, Москва, 1973).
9. A.Grossman, T.C.Marshall, S.P.Schlesinger, Phys. Fluids 26, 337 (1983).

FREE ELECTRON MASER: MAGNETOSTATIC RESONANCE REGIME

V.O.Goryashko, K. Ilyenko

Institute for Radiophysics and Electronics, Ukr. Nat. Acad. Sci.,
Akad. Proskura St. 12, Kharkiv, 61085
e-mail: vitgor@ire.kharkov.ua

Interaction between an electron beam with an initial transversal velocity and microwave fields of a smooth-wall electrodynamic structure in a planar ubitron is studied. The exact hybrid (combinational) resonant conditions are obtained. It is determined that the input signal gain increases in the magnetostatic resonance regime, and the gain does not depend on the undulator field strength for a wide range of the system parameters. To increase the efficiency, a simultaneous interaction with two electron beams can be used.