

# ДОСЛІДЖЕННЯ ЕНЕРГІЙ СПАРЮВАННЯ НУКЛОНІВ ПАРНО-ПАРНИХ ЯДЕР В АДАБАТИЧНІЙ ТРИЧАСТИНКОВІЙ МОДЕЛІ

Р.М.Плекан, В.Ю.Пойда, І.В.Хіміч

Кафедра теоретичної фізики, Ужгородський національний університет,  
вул. Капітульна, 9а, Ужгород, 88000,  
e-mail: nphys@univ.uzhgorod.ua

У рамках адиабатичної тричастинкової моделі ядра проведено теоретичний опис енергетичного спектру дводіркових станів парно-парних ядер. Ефективність моделі проілюстровано на прикладі чисельних розрахунків енергетичного спектру дводіркових збуджених станів ядер  $^{46}\text{Ca}$  і  $^{52}\text{Fe}$ . Досліджено внески у спектри ядер енергій спарювання, які обумовлені залишковою взаємодією тотожних валентних нуклонів.

## Вступ

Одним із підходів, у яких врахування кореляційної взаємодії в ядрі здійснюється більш коректно і послідовно, ніж у багатоконфігураційному методі оболонки [1], є гіперсферичний адиабатичний підхід, розвинутий вперше в атомній фізиці [2-4]. У рамках цього підходу у роботах [5-8] сформульовано адиабатичну тричастинкову модель ядра, в основі якої лежить припущення про адиабатичний характер корельованого руху валентних нуклонів у ядрі, зокрема, розділення гамільтоніана на частини, перша з яких залежить лише від змінних, які характеризують швидкий рух валентних нуклонів по кутових змінних на гіперсфері  $S^5(\Omega)$ , а друга – адиабатичний (повільний) вздовж гіперрадіусу  $R$ .

У випадку парно-парних ядер кутові та радіальні кореляції призводять до існування спарених зв'язаних станів нуклонів, що проявляється, зокрема, у наявності щілини в енергетичних спектрах збуджених станів парно-парних ядер та її відсутності у спектрах непарних і непарно-непарних ядер.

Внаслідок принципу Паулі в парно-парних ядрах стани двох валентних ну-

клонів одного сорту, які знаходяться на конфігураційному рівні з моментом  $j > 1/2$  або дві дірки, які виникають при видаленні двох нуклонів з  $j$ -рівня заповненої оболонки, завжди мають при  $jj$ -зв'язку ціле парне значення сумарного моменту (спіну), причому максимальне значення спіну пари нуклонів (дірок) рівне  $2j - 1$ . Отож сумарний спін першого збудженого стану двох нуклонів, які рухаються в полі парно-парного остова ядра, рівний  $2^+$ . Енергія зв'язку таких квадрупольних  $J = 2^+$  пар нуклонів менша за енергію зв'язку монопольних ядер з  $J = 0^+$ , які відповідальні за формування основного стану ядра, однак вона є достатньою для розгляду таких квадрупольних пар як стійких утворень.

Діркові стани  $(j)^2$  можна описувати як стани конфігурації  $(j)^{(2j+1)-2}$ , що містить  $2j - 1$  нуклонів, кутовий момент кожного з яких рівний  $j$ . Матричні елементи діркових станів пов'язані певним чином з матричними елементами відповідних нуклонних станів, а спектр збуджених станів буде один і той самий [9] для  $(j)^n$  конфігурації дірок і  $(j)^{(2j+1)-n}$  конфігурації нуклонів.

Зауважимо, що адіабатична тричастинкова модель ядра заснована на припущенні існування середнього поля моделі незалежних частинок, але в ній враховується також і залишкова взаємодія валентних нуклонів ядра, тобто кутові і радіальні кореляції між нуклонами. Для спрощення розрахунків середнє самоузгоджене поле моделюємо сферично симетричним потенціалом Вудса-Саксона, а сильну залишкову взаємодію між валентними нуклонами – дельта-потенціалом з нульовим радіусом дії з урахуванням відштовхування нуклонів на малих відстанях.

### Теоретичний опис енергетичного спектру діркових станів парно-парних ядер

У даній роботі в рамках адіабатичної тричастинкової моделі ядра пропонується розрахувати спектри дводіркових станів парно-парних ядер, а також дослідити вклад у спектри ядер енергетичних внесків, обумовлених впливом парних кореляцій нуклонів за рахунок сильної залишкової взаємодії.

Опис ядра в рамках адіабатичної тричастинкової моделі проводиться в термінах колективних змінних, роль яких відіграють гіперрадіус  $R$  і гіперкут  $\alpha$

$$R = (r_1^2 + r_2^2)^{1/2}, \quad \alpha = \arctg(r_2 / r_1) \quad (1)$$

та звичайні сферичні кути  $\hat{r}_i = \{\varphi_i, \theta_i\}$ ,  $i = 1, 2$ .

У рамках запропонованої моделі опис збуджених станів сферичних ядер зводиться до наступних двох задач. По-перше, до задачі знаходження адіабатичних потенціальних термів нуклонів ядра  $U_\mu(R)$  та відповідних базисних функцій  $\Phi_\mu(R, \Omega)$  шляхом чисельного розв'язку системи диференціальних рівнянь по гіперкуту  $\alpha$

$$\left[ \frac{d^2}{d\alpha^2} - \frac{l_1(l_1+1)}{\cos^2 \alpha} - \frac{l_2(l_2+1)}{\sin^2 \alpha} + U_\mu(R) \right] \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) + R^2 \sum_{j_1' j_2' l_1' l_2'} V_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_1' j_2' l_1' l_2'}(R, \alpha) \Phi_{j_1' j_2' l_1' l_2'}^{(\mu)}(R, \alpha) = 0. \quad (2)$$

По-друге, до задачі знаходження радіальних функцій  $F_\mu(R)$  та енергетичного спектру  $E$  збуджених станів нуклонів шляхом чисельного розв'язку системи диференціальних рівнянь по гіперрадіусу  $R$

$$\left\{ -\frac{d^2}{dR^2} - \frac{1}{4R^2} + U_\mu(R) - 2E \right\} F_\mu(R) + \sum_{\mu'} \left\{ H_{\mu\mu'}(R) F_{\mu'}(R) + Q_{\mu\mu'}(R) \frac{d}{dR} F_{\mu'}(R) + \frac{d}{dR} [Q_{\mu\mu'}(R) F_{\mu'}(R)] \right\} = 0. \quad (3)$$

Явний вигляд базисних функцій  $\Phi_\mu(R, \Omega)$ , матричних елементів потенціалів Вудса-Саксона і спин-орбітальної взаємодії, а також потенціалу з нульовим радіусом дії у вигляді контактної дельта-взаємодії приведений в [5-7].

Енергетичний спектр стаціонарних станів двох валентних нуклонів у деформованому полі ядра, яке моделюється анізотропним потенціалом Вудса-Саксона, визначаються з рівняння

$$\sum_n \sum_J (\epsilon_{nJ} - E) C_{nJK} \delta_{nn'} \delta_{JJ'} + \sum_n \sum_J C_{nJK} \langle \Psi_{n'JK'} | \tilde{V}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta) | \Psi_{nJK} \rangle = 0, \quad (4)$$

де хвильові функції стаціонарних станів  $\Psi_K(R, \Omega)$  аксіально симетричного деформованого ядра зручно шукати у вигляді суперпозиції розв'язків  $\Psi_{nJK} \equiv \Psi_{nJK}(R, \Omega) = F_{nJK}(R) \Phi_{nJK}(R, \Omega)$  стаціонарного рівняння Шредінгера для сферичного ядра.

Розв'язуючи стандартним чином алгебраїчну систему однорідних рівнянь (4), можна знайти спектр енергії  $E$  деформованого ядра та відповідні хвильові функції збуджених станів. Матричні елементи потенціалів як чисто ядерної, так і спин-орбітальної взаємодії, які фігурують у (4), наведено у [8]. У випадку малих деформацій  $\beta \ll 1$  за оператор збурення можна розглядати у рівнянні (4) оператор  $\tilde{V}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta)$ , що є різницею між слабо здеформованим потенціалом Вудса-Сак-

сона з параметром деформації  $\beta$  і сферичним потенціалом Вудса-Саксона. Вираз для енергії довільного рівня  $E_{nJK}$  деформованого ядра в першому наближенні методу теорії збурень матиме вигляд

$$E = E_{nJK}^{(1)} = \varepsilon_{nJ} + V_{nJK,nJK}, \quad (5)$$

де  $\varepsilon_{nJ}$  - енергія  $j$ -го рівня сферично симетричного ядра,  $V_{nJK,nJK}$  - шуканий діагональний матричний елемент оператора  $\tilde{V}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta)$ .

### Чисельні розрахунки енергетичних спектрів дводіркових станів ядер $^{46}\text{Ca}$ , $^{52}\text{Fe}$

Проілюструємо основні моменти чисельного розрахунку енергетичного спектру парно-парних ядер у рамках адіабатичної тричастинкової моделі на прикладі розрахунку енергетичного спектру дводіркових збуджених станів парно-парних ядер  $^{46}\text{Ca}$ ,  $^{52}\text{Fe}$ , у яких до заповнення зовнішніх оболонок не вистачає двох нейтронів.

Таблиця 1.

Набори параметрів потенціалу з нульовим радіусом дії та потенціалу Вудса-Саксона для ядер  $^{46}\text{Ca}$ ,  $^{52}\text{Fe}$ .

Ядро $^A X$	$V_{12}$ , MeB	$V_0$ , MeB	$r_0$ , фм	$a_0$ , фм	$\chi$ , фм <sup>2</sup>
$^{46}\text{Ca}$	34.0	50.0	1.26	0.63	0.32144
$^{52}\text{Fe}$	34.0	50.5	1.27	0.63	0.28248

Таблиця 2.

Результати розрахунків енергії станів ядер  $^{46}\text{Ca}$ ,  $^{52}\text{Fe}$  у припущенні сферично симетричного потенціалу Вудса-Саксона.

Ядро $^A X$	Конфігурація нуклонів	$J^\pi$	$\varepsilon_{nJ}$ , MeB	$\varepsilon_{\text{експ}}$ [10], MeB	$U_\mu(R)/R^2$ при $R=15$ фм, MeB	$\varepsilon_{\text{експ}}$ [10] для $^{A-1} X$ , MeB
$^{46}\text{Ca}$	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	0 <sup>+</sup>	0	0	-5.3681	-7.4144
	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	2 <sup>+</sup>	0.0791	1.3460	-5.3681	-7.4144
	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	4 <sup>+</sup>	0.2507	2.5747	-5.3681	-7.4144
	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	6 <sup>+</sup>	0.4714	2.9739	-5.3681	-7.4144
	2s <sub>1/2</sub> 2s <sub>1/2</sub>	0 <sup>+</sup>	5.6674	4.7580	-14.3252	-9.6635
	1d <sub>3/2</sub> 1d <sub>3/2</sub>	0 <sup>+</sup>	8.3905	7.2332	-14.1881	-8.8491
	1d <sub>3/2</sub> 1d <sub>3/2</sub>	2 <sup>+</sup>	8.1128	7.4900	-14.1881	-8.8491
	1d <sub>5/2</sub> 1d <sub>5/2</sub>	0 <sup>+</sup>	8.3664	7.2670	-16.2341	-7.5887
	1d <sub>5/2</sub> 1d <sub>5/2</sub>	2 <sup>+</sup>	8.1146	7.6680	-16.2341	-7.5887
	1d <sub>5/2</sub> 1d <sub>5/2</sub>	4 <sup>+</sup>	7.7445	-	-16.2341	-7.5887
$^{52}\text{Fe}$	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	0 <sup>+</sup>	0	0	-10.9857	-14.082
	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	2 <sup>+</sup>	0.7505	0.8496	-10.9857	-14.082
	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	4 <sup>+</sup>	0.9931	2.3857	-10.9857	-14.082
	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	6 <sup>+</sup>	1.3021	-	-10.9857	-14.082
	1d <sub>3/2</sub> 1d <sub>3/2</sub>	0 <sup>+</sup>	5.8235	4.1458	-20.1742	-
	1d <sub>3/2</sub> 1d <sub>3/2</sub>	2 <sup>+</sup>	5.3224	4.4560	-20.1742	-
	2s <sub>1/2</sub> 2s <sub>1/2</sub>	0 <sup>+</sup>	6.1086	5.3630	-19.8133	-16.309
	1d <sub>5/2</sub> 1d <sub>5/2</sub>	0 <sup>+</sup>	7.1304	5.7180	-21.8842	-13.820
	1d <sub>5/2</sub> 1d <sub>5/2</sub>	2 <sup>+</sup>	6.7789	5.8290	-21.8842	-13.820
	1d <sub>5/2</sub> 1d <sub>5/2</sub>	4 <sup>+</sup>	6.2696	5.9650	-21.8842	-13.820

Таблиця 3.  
Результати чисельних розрахунків енергій спарювання за рахунок сильної залишкової взаємодії для ядер  $^{46}\text{Ca}$ ,  $^{52}\text{Fe}$ .

Ядро $^A\text{X}$	Конфігурація нуклонів	$J^\pi$	$E_J - E_{V=0}$ MeV	$E_{\text{спар}}$ , MeV
$^{46}\text{Ca}$	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	0 <sup>+</sup>	0.368	
	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	2 <sup>+</sup>	0.447	1.215
	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	4 <sup>+</sup>	0.619	1.682
	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	6 <sup>+</sup>	0.840	2.283
	2s <sub>1/2</sub> 2s <sub>1/2</sub>	0 <sup>+</sup>	0.396	
	1d <sub>3/2</sub> 1d <sub>3/2</sub>	0 <sup>+</sup>	-1.101	
	1d <sub>3/2</sub> 1d <sub>3/2</sub>	2 <sup>+</sup>	-0.824	0.748
	1d <sub>5/2</sub> 1d <sub>5/2</sub>	0 <sup>+</sup>	0.566	
	1d <sub>5/2</sub> 1d <sub>5/2</sub>	2 <sup>+</sup>	0.817	1.443
$^{52}\text{Fe}$	1d <sub>5/2</sub> 1d <sub>5/2</sub>	4 <sup>+</sup>	1.187	2.097
	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	0 <sup>+</sup>	0.530	
	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	2 <sup>+</sup>	0.642	1.211
	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	4 <sup>+</sup>	0.885	1.670
	1f <sub>7/2</sub> 1f <sub>7/2</sub>	6 <sup>+</sup>	1.202	2.268
	1d <sub>3/2</sub> 1d <sub>3/2</sub>	0 <sup>+</sup>	0.873	
	1d <sub>3/2</sub> 1d <sub>3/2</sub>	2 <sup>+</sup>	1.374	1.574
	2s <sub>1/2</sub> 2s <sub>1/2</sub>	0 <sup>+</sup>	-0.832	
	1d <sub>5/2</sub> 1d <sub>5/2</sub>	0 <sup>+</sup>	2.147	
1d <sub>5/2</sub> 1d <sub>5/2</sub>	2 <sup>+</sup>	2.498	1.163	
1d <sub>5/2</sub> 1d <sub>5/2</sub>	4 <sup>+</sup>	3.007	1.401	

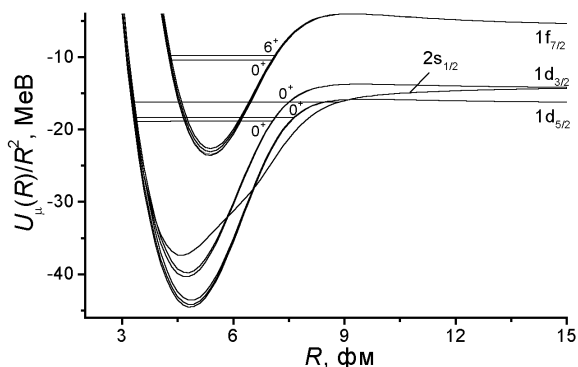


Рис. 1. Хід потенціальних кривих (термів)  $U_\mu(R)/R^2$  та енергетичні рівні ядра  $^{46}\text{Ca}$  у припущенні сферично симетричного потенціалу Вудса-Саксона.

Результати розрахунків енергетичного спектру  $\epsilon_{nJ}$  діркових збуджених станів ядер  $^{46}\text{Ca}$ ,  $^{52}\text{Fe}$  у припущенні сферично-симетричного поля наведено в табл. 2, а їхнє розміщення на адіабатичних по-

тенціальних термах  $U_\mu(R)/R^2$  ядер зображено відповідно на рис. 1, 2 прямими лініями. У табл. 3 для досліджуваних ядер наведено також чисельні розрахунки енергій спарювання, які обумовлені залишковою взаємодією тотожних валентних нуклонів. Енергії спарювання для відповідних рівнів знаходилися за формулою

$$E_{\text{спар}} = \frac{E_J - E_{V=0}}{E_{J=0} - E_{V=0}}, \quad (6)$$

де  $E_J$ ,  $E_{V=0}$  - енергії  $j$ -го рівня відповідно з урахуванням і неврахуванням залишкової взаємодії;  $E_{J=0}$  - енергія основного рівня з урахуванням залишкової взаємодії.

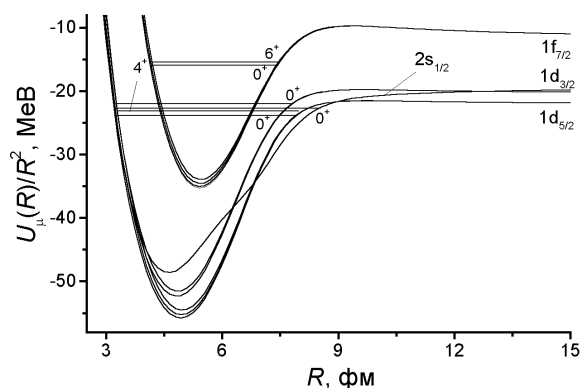


Рис. 2. Хід потенціальних кривих (термів)  $U_\mu(R)/R^2$  та енергетичні рівні ядра  $^{52}\text{Fe}$  у припущенні сферично симетричного потенціалу Вудса-Саксона.

### Висновки

Як показано вище, задача на знаходження енергетичного спектру парно-парного ядра в рамках адіабатичної тричастинкової моделі розбивається на два етапи: 1) обчислення за схемою робіт [5-7] енергетичного спектру у припущенні сферично симетричного поля ядра; 2) визначення спектру деформованого ядра у першому наближенні методу теорії збурень по параметру деформації  $\beta \ll 1$ , де за нульове наближення беруться розв'язки сферичного ядра.

Ефективність запропонованої моделі ілюструється на прикладі чисельного розрахунку енергетичного спектру дводіркових збуджених станів парно-парних ядер  $^{46}\text{Ca}$  і  $^{52}\text{Fe}$ , у яких до заповнення зовнішніх оболонок не вистачає двох нейтронів. Досліджуються також внески у спектри цих ядер енергій спарювання,

обумовлених впливом парних кореляцій нуклонів за рахунок сильної залишкової взаємодії. Результати розрахунків підтверджують експериментальні дані про енергії спарювання за рахунок кореляцій нуклонів, а саме той факт, що вклад спарювання в енергетичний спектр, як правило, не перевищує 2 МеВ.

### Література

1. М.Гепперт-Майер, И.Йенсен, Элементарная теория ядерных оболочек (Изд-во иностр. лит., Москва, 1958).
2. J.H.Machek, Journ. Phys. B 1, 831 (1968).
3. C.D.Lin, Phys. Rev. A 10, 1986 (1974).
4. U.Fano, Rep. Prog. Phys. 46, 97 (1986).
5. М.М.Капустей, В.Ю.Пойда, І.В.Хіміч, УФЖ 44, 1330 (1999).
6. М.М.Капустей, Р.М.Плекан, В.Ю.Пойда, І.В.Хіміч, УФЖ 46, 524 (2001).
7. I.V.Khimich, R.M.Plekan, V.Yu.Pojda, Radiat. Phys. and Chem. 68, 159 (2003).
8. Р.М.Плекан, В.Ю.Пойда, І.В.Хіміч, УФЖ 49, 743 (2004).
9. О.Бор, Б.Моттelson, Структура атомного ядра (Мир, Москва, 1977).
10. Evaluated Nuclear Structure Data File (National Nuclear Data Centre, Brookhaven National Laboratory, New York, USA, <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>).

## INVESTIGATION OF PAIRING ENERGY OF NUCLEONS OF EVEN-EVEN NUCLEI IN THE ADIABATIC THREE-PARTICLE MODEL

**R.M.Plekan, V.Yu.Pojda, I.V.Khimich**

Department of Theoretical Physics, Uzhhorod National University,  
Kapitulna St. 9a, Uzhhorod, 88000  
e-mail: [nphys@univ.uzhgorod.ua](mailto:nphys@univ.uzhgorod.ua)

A theoretical description of the energy spectrum of two-hole states of even-even nuclei has been carried out within the framework of the adiabatic three-particle model of nucleus. The efficiency of the model is illustrated on the example of numerical calculations of the energy spectrum of the two-hole excited levels of the even-even  $^{46}\text{Ca}$  and  $^{52}\text{Fe}$  nuclei. The contributions of the pairing energies due to the residual interaction of identical valence nucleons to the nuclei spectra are studied.