

УДК 658.562:621

Н.В. Мишустин, В.А. Мишустин

Закарпатский государственный университет, 88015, Ужгород, ул. Заньковецкой, 89а
mishustin2@rambler.ru

РАСЧЁТ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПЕРЕХОДОВ В АДИАБАТИЧЕСКОЙ ТРЁХЧАСТИЧНОЙ МОДЕЛИ ЯДРА

Предложено алгоритм расчёта матричного элемента ядерных электромагнитных переходов электрического типа, используя гиперсферическую адиабатическую модель ядра, которая состоит из кора и двух валентных взаимодействующих нуклонов (связанное состояние), осуществляющих гамма-переход. В основе модели лежит предположение о разделении движения ядра на быстрое по гиперсфере $S^5(\Omega)$ и адиабатическое (медленное) по гиперрадиусу R .

Ключевые слова: гиперсферическая адиабатическая модель ядра, вероятность электромагнитного перехода.

Конечной целью теории ядра является объяснение и теоретическое описание характеристик атомных ядер и их основных свойств на основе данных о взаимодействии между нуклонами, которые составляют ядро.

В современной теории ядра используются много разных приближенных методов расчётов моделей ядра. Наиболее известные среди них:

1. метод оболочек;
2. метод Хартри-Фока;
3. метод сильной связи каналов;
4. метод К-гармоник;
5. вариационный подход;
6. метод уравнений Фадеева;
7. метод унитарного

корреляционного оператора;

8. Монте-Карло оболочечная модель.

Характерным для всех этих методов есть использование разложения полной волновой функции по собственным состояниям некоторого оператора, который, как правило, является определённой частью полного гамильтониана. Такое выделение гамильтониана подсистемы и дальнейшая редукция полного гамильтониана в пространство меньшей размерности существенно упрощают решение многонуклонной задачи и приводят её в конечном счёте к решению однонуклонной

задачи.

При микроскопическом описании для нахождения основных ядерных характеристик используют явный вид потенциала сильного эффективного взаимодействия.

Существуют несколько потенциалов, с помощью которых хорошо описываются экспериментальные данные по рассеянию нуклонов на нуклонах. Однако для расчета характеристик ядер с такими потенциалами возникают значительные трудности технического характера даже для случая легких ядер. Поэтому дальнейший прогресс в микроскопическом подходе в теории ядра не возможен без внедрения новых методов расчета систем многих частиц.

В случае, когда энергия возбужденного ядра меньше энергии связи нуклона, тогда переход в основное состояние идет за счет радиационного излучения.

В чётно-чётных ядрах вследствие сильного взаимодействия между нуклонами их движение является коррелированным. Угловые и радиальные корреляции приводят к существованию спаренных двухчастичных связанных состояний нуклонов. Наиболее последовательно парные корреляции нуклонов одного сорта учитываются в сверхтекучей модели ядра [1] на основе формализма вторичного

квантования.

Для решения ряда современных задач теоретической физики широко используются средства компьютерной техники. В данной работе создана компьютерная программа для расчета приведенной вероятности двухчастичных электромагнитных переходов.

Для написания приложения использован язык Pascal. Мы пользовались расчетами волновых функций, которые ранее были рассчитаны с помощью программ, написанных на языке Фортран [2].

В данной работе вносы парных корреляций нуклонов чётно-чётных ядер в вероятности электромагнитных переходов учитываются в потенциальном подходе в рамках адиабатической трёхчастичной модели ядра [3], в которой чётно-чётное сферическое ядро рассматривается как система, состоящая из кора и двух валентных нуклонов. В основе данной модели ядра лежит предположение о разделении движения ядра в шестимерном пространстве R^6 на быстрое движение по угловым переменным по гиперсфере $S^5(\Omega)$ и адиабатическое (медленное) по гипер-радиусу R .

Следует отметить, что адиабатическая трёхчастичная модель базируется также на теории о существовании среднего ядерного поля, но в ней учитывается также близкоедействующее остаточное взаимодействие валентных нуклонов в форме потенциала с нулевым радиусом действия с учётом отталкивания нуклонов на малых расстояниях.

$$\varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_a m_a}(\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2) = \sum_{m_1} \sum_{m_2} C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j_a m_a} \Phi_{j_1 l_1}^{m_1}(\theta_1, \varphi_1) \Phi_{j_2 l_2}^{m_2}(\theta_2, \varphi_2). \quad (4)$$

Наконец, получим для начального и конечного состояний:

$$\Psi_k = F_{j_k m_k}(R) \sum_{j_1 j_2 l_1 l_2} \sum_{m_1 m_2} \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_a m_a}(R, \alpha) C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j_k m_k} \Phi_{j_1 l_1}^{m_1}(\theta_1, \varphi_1) \Phi_{j_2 l_2}^{m_2}(\theta_2, \varphi_2). \quad (5)$$

В результате нужно найти следующий матричный элемент, т.е. выражение в круглых скобках (1):

Электромагнитное излучение в ядрах широко используется для изучения структуры ядра. В частности, приведённые вероятности переходов электрического $B(E\lambda)$ и магнитного излучения $B(M\lambda)$, не зависят явно от энергии переходов, полностью определяются ядерными волновыми функциями начального и конечного состояний ядра. Поэтому экспериментальное и теоретическое исследование электромагнитных излучений ядер дает очень важные данные о структуре энергетического спектра ядер.

Теория электромагнитного излучения ядер в рамках традиционной одно-частичной модели подробно освещена в ряде монографий, см. например [4].

Приведённая вероятность электромагнитного перехода имеет вид:

$$B(EJ) = \sum_{m, m_b} \left(\left| \psi_b \left| \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} r_{\alpha}^J Y_{JM}(\theta_{\alpha}, \varphi_{\alpha}) \right| \psi_a \right| \right)^2, \quad (1)$$

где ϵ_{α} – заряд нуклона равный 1 для протона и 0 для нейтрона, r_{α} – координата нуклона, которая отсчитывается от центра инерции ядра, $Y_{JM}(\theta_{\alpha}, \varphi_{\alpha})$ – сферическая функция.

Волновые функции, которые описывают начальное (а) и конечное (b) состояние:

$$\Psi_k = F_{j_k m_k}(R) \Phi_{j_k m_k}(R, \alpha, \theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2), k = a, b. \quad (2)$$

В (2) волновые функции разбиваются на угловую и радиальную часть

$$\Phi_{j_a m_a}(R, \alpha, \theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2) = \sum_{j_1 j_2 l_1 l_2} \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_a m_a}(R, \alpha) \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_a m_a}(\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2). \quad (3)$$

Введём обозначение:

$$\int_0^\infty dR \int_0^{\pi/2} d\alpha \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^\pi \sin\theta_1 d\theta_1 \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \int_0^\pi \sin\theta_2 d\theta_2 \times$$

$$\times \sum_{j_1' j_2' l_1' l_2'} \sum_{j_1 j_2 l_1 l_2} \sum_{m_1' m_2'} \sum_{m_1 m_2} \Phi_{j_1' j_2' l_1' l_2'}^{*j_b m_b} (R, \alpha) C_{j_1' m_1' j_2 m_2}^{*j_b m_b} \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_a m_a} (R, \alpha) \times \quad (6)$$

$$\times C_{j_1 m_1 j_m}^{j_a m_a} \Phi_{j_1 l_1}^{*m_1'} (\theta_1 \varphi_1) \Phi_{j_2 l_2}^{*m_2'} (\theta_2 \varphi_2) \times$$

$$\times \left[\varepsilon_1 r_1^J Y_{JM} (\theta_1 \varphi_1) + \varepsilon_2 r_2^J Y_{JM} (\theta_2 \varphi_2) \right] \times \Phi_{j_1 l_1}^{m_1} (\theta_1 \varphi_1) \Phi_{j_2 l_2}^{m_2} (\theta_2 \varphi_2)$$

В гиперсферическом адиабатическом подходе координаты нуклонов выражаются следующим образом:

$$r_1 = R \cos \alpha, \quad r_2 = R \sin \alpha,$$

Выполняем упрощение матричного элемента, используя условие ортонормирования для спин-угловых функций [5]:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\theta d\theta \Phi_{j l}^{*m'} (\theta_1, \varphi_1) \Phi_{j l}^m (\theta_2, \varphi_2) = \delta_{jj'} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (7)$$

скалярное произведение функций [5]:

$$\left(\Phi_{J_1 M_1}, Y_{JM} \Phi_{J_2 M_2} \right) = \frac{(-1)^{L_1 + L_2 - M_1 - M_2}}{\sqrt{4\pi}} \sqrt{(2J+1)(2L_2+1)(2J_1+1)} \times C_{L_2 J 0 0}^{L_1 0} \times$$

$$\times C_{J_1 M_1 - M_2, -M_1}^{J_2 - M_2} W(L_2 J \frac{1}{2} J_1; L_1 J_2). \quad (8)$$

И свойство дельта-символов [5]:

$$\delta_a \delta_b = 1, \quad a \neq b,$$

$$\delta_a \delta_b = 0, \quad a = b \quad (9)$$

В результате получено матричный элемент электрических электромагнитных переходов в ядре в гиперсферическом адиабатическом подходе:

$$\sum_{j_1' l_1' j_2 l_2} \sum_{m_1' m_2} \int_0^\infty F_{j_1 m_1} (R) F_{j_2 m_2}^* (R) d(R) \int_0^{\pi/2} d\alpha \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{*j_b m_b} (R, \alpha) C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{*j_b m_b} \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_a m_a} (R, \alpha) \times C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{*j_a m_a} \times$$

$$\times \frac{\varepsilon_1}{A^J} \sum_{n=0}^J [(-1)^J C_n^J (A-1)^J R^J \cdot \sin^J(\alpha) \operatorname{ctg}^n \alpha] \times (-1)^{\frac{l_1 + l_1' - m_1 - m_1'}{\sqrt{4\pi}}} \cdot \sqrt{(2J+1)(2l_1'+1)(2j_1'+1)} \times$$

$$\times C_{l_1' J 0 0}^{l_1 0} \times C_{j_1 m_1 m_1 - m_1'}^{j_1' - m_2'} W_{\frac{1}{2} j_1' j_1'}^{l_1 J} +$$

$$+ \sum_{j_2 l_2' j_1 j_2 l_2} \sum_{m_2' m_2} \int_0^\infty F_{j_1 m_1} (R) F_{j_2 m_2}^* (R) d(R) \int_0^{\pi/2} d\alpha \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{*j_b m_b} (R, \alpha) C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{*j_a m_a} \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_a m_a} (R, \alpha) \times C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{*j_a m_a}$$

$$\times \frac{\varepsilon_2}{A^J} \sum_{n=0}^J [(-1)^J C_n^J (A-1)^J R^J \operatorname{tg}^n \alpha \cdot \cos^J \alpha] \times (-1)^{\frac{l_2 + l_2' - m_2 - m_2'}{\sqrt{4\pi}}} \cdot \sqrt{(2J+1)(2l_2'+1)(2j_2'+1)} \times$$

$$\times C_{l_2' J 0 0}^{l_2 0} \times C_{j_1 m_1 m_1 - m_1}^{j_2 - m_2} W_{l_2' \frac{1}{2} j_2}^{l_2 J} +$$

$$+ \sum_{j_1 j_2 l_1 l_2} \sum_{m_1 m_2} \int_0^\infty F_{j_1 m_1} (R) F_{j_2 m_2}^* (R) d(R) \int_0^{\pi/2} d\alpha \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{*j_b m_b} (R, \alpha) C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{*j_b m_b} \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_a m_a} (R, \alpha) C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j_a m_a} \times$$

$$\times \frac{(-1)^J (Z - \varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{A^J} \sum_{n=0}^J [C_n^J R^J \cdot \operatorname{tg}^n \alpha \cos^J \alpha] \quad , \quad (10)$$

где $F_{j_1 l_1}, F_{j_2 l_2}$ – радиальная часть волновой функции; $\Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_a m_a}, \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_b m_b}$ – угловая часть волновой функции; C_{ikl}^{jm} – коэффициенты Клебша–Гордона; W_{ikl}^{xy} – коэффициенты

Рака; C_n^J – коэффициент биномиального разложения; Z – заряд ядра; A – атомарное число; ε – заряд частицы; J – полный момент частицы; l_i – орбитальный момент частицы.

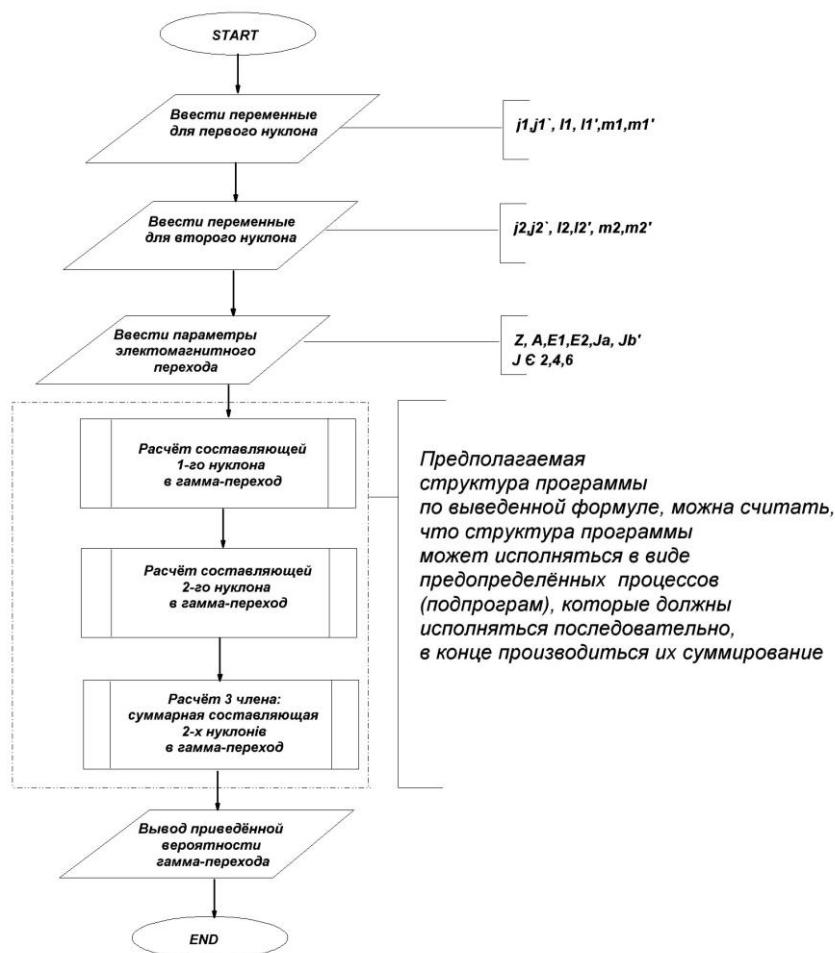


Рис. 1. Блок-схема алгоритма расчёта приведённой вероятности гамма-перехода.

Заключение

Разработан алгоритм расчёта электромагнитных переходов электрического типа, который представлен на рис. 1.

В будущем будут произведены численные расчёты вероятностей электрических переходов и выполнено сравнение с существующими экспериментальными значениями электрических переходов для ядер ${}^6_2\text{He}$, ${}^{10}_4\text{Be}$, ${}^{18}_8\text{O}$, ${}^{14}_{12}\text{C}$.

ческих переходов и выполнено сравнение с существующими экспериментальными значениями электрических переходов для ядер ${}^6_2\text{He}$, ${}^{10}_4\text{Be}$, ${}^{18}_8\text{O}$, ${}^{14}_{12}\text{C}$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Soloviev V.G. On the Superfluid of the Atomic Nucleus // Nucl.Phys. – 1958/59. – Vol.31, No 11. – P. 655-664.
2. Капустей М.М., Плекан Р.М., В.Ю. Пойда. Чисельні розрахунку енергетичного спектру ядер ${}^{10}\text{Be}$ та ${}^{14}\text{C}$ в адіабатичній моделі ядра // Наук.

- Вісник Ужг.унів. Сер.Фіз. – 2001. – №9. – С. 155 – 161.
3. Плекан Р.М., Пойда В.Ю., Хіміч І.В. Адіабатична три частинкова оболонкова модель ядра // УФЖ. – 2001. – Т.46. – №5-6. – С. 524 – 528.
4. Давыдов А.С. Теория атомного ядра. Москва: Физматгиз, 1958. – 378 с.
5. Варшалович Д.А., Москалёв А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента: Аппарат неприводимых тензоров. – Ленинград: Наука, 1975. – 439 с.

Стаття надійшла до редакції 29.05.2011

N. Mishustin, V. Mishustin

The Transcarpatian State University
88015, Uzhhorod, Zankovetska Str. 89A

THE CALCULATION OF THE POSSIBILITIES OF ELECTROMAGNETIC TRANSITIONS IN THE ADIABATIC THE THREE-PARTICLE NUCLEAR MODEL

The article deals with the calculation algorithm of the mathematical derivation of the matrix element of the electrical type electromagnetic transitions. The hyperspherical adiabatic model is used in this work. The model of the nucleus is considered as core and two valent interactive nucleons, which accomplish electromagnetic transition. The sense of the model is the supposition about the separation the movement of the nucleus on fast along the hypersphere and the adiabatical (slow) relative movement of valent nucleons along the hyperradius R .

Key words: hyperspherical adiabatic model of the nucleus, the possibility of electromagnetic transition.

М.В. Мішустін, В.О. Мішустін

Закарпатський державний університет, 88015, Ужгород, вул. Заньковецької, 89а

РОЗРАХУНОК ІМОВІРНОСТЕЙ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПЕРЕХОДІВ У АДІАБАТИЧНІЙ ТРИЧАСТИНКОВІЙ МОДЕЛІ ЯДРА

Запропоновано алгоритм математичного розрахунку матричного елемента ядерних електромагнітних переходів електричного типу, використовуючи гіперсферичну адіабатичну модель ядра, що складається з кора і двох валентних взаємодіючих нуклонів (зв'язаний стан), які здійснюють гамма-перехід. В основі моделі лежить припущення про розділення руху ядра на швидкий по гіперсфері $S^5(\Omega)$ і адіабатичний (повільний) по гіперрадіусу R .

Ключові слова: гіперсферична адіабатична модель ядра, ймовірності електромагнітних переходів.