Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика. № 6. – 2000

МАСИ ПСЕВДОСКАЛЯРНИХ МЕЗОНІВ В НИЗЬКОЕНЕРГЕТИЧНІЙ КВАНТОВІЙ ХРОМОДИНАМІЦІ

В.І. Сабов, М.Я. Євич, Ю.І. Мага

Ужгородський державний університет, 88000, Ужгород, вул. Волошина, 54

Одержані теоретичні наслідки із низькоенергетичної квантової хромодинаміки у визначенні мас нонету псевдоскалярних мезонів. Одержані теоретичні передбачення знаходяться в доброму узгодженні з експериментальними даними.

Вступ

Хоча π-мезон, дійсно, набагато легший за всі відомі гадрони, він має масу 140 МеВ. Звідки береться ця маса, якщо π-мезон – голдстонівська безмасова частинка?

Згадаємо, що кварки мають невелику масу, а запровадження мас u, s і d кварків порушує кіральну $U_3 \times U_3$ симетрію, відносно якої лагранжіан КХД інваріантний:

$$L_{КХД} = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu} + \sum_{f=1}^{N_f} \bar{q}_f (i\gamma_\mu D_\mu - m_f) q_f \ , \tag{1}$$

де q_f – поля кварків (знак f нумерує сорт кварка: f: u, d, s,...), m_f – маса кварка, γ_μ – матриці Дірака, D_μ – коваріантна похідна, $D_\mu = \partial / \partial x_\mu - igA^a_\mu \lambda^a / 2$, A^a_μ – вектор-потенціал глюонного поля, g – константа зв'язку ($g^2/4\pi = \alpha_s$), $F_{\mu\nu}$ – нелінійна напруженість глюонного поля:

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial A^a_\mu}{\partial x_\nu} - \frac{\partial A^a_\nu}{\partial x_\mu} + g f_{abc} A^b_\mu A^c_\nu \ ,$$

f_{abc} – структурні константи групи.

Відомо, що у фізиці є багато прикладів того, як в теорії спочатку існує симетрія, однак системі енергетично більш вигідний стан з порушеною симетрією. В цьому випадку говорять, що відбувається спонтанне порушення симетрії (СПС). Найбільш відомий приклад такого роду є феромагнетик.

Любе спонтанне порушення симетрії характеризується параметром порядку – величиною, яка при відсутності порушення рівна нулеві. В КХД параметром порядку, що відповідає за спонтанне порушення кіральної інваріантності (СПКІ), є величина кварк-антикваркового конденсату $< \bar{q}q >$. Якщо величина $< \bar{q}q > \neq 0$, то порушується 9-параметрична симетрія, яка зв'язана з аксіальними перетвореннями виду:

$$\begin{aligned} q_f &\to e^{i\beta\gamma_5} (e^{i\beta_a \lambda_a \gamma_5})_{ff'} q_{f'} \ , \\ \bar{q}_f &\to \bar{q}_{f'} (e^{i\beta_a \lambda_a \gamma_5})_{f'f} e^{i\beta\gamma_5} \ , \end{aligned} \tag{2}$$

де λ_a – 8 матриць Гелл-Мана, $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$ – добуток чотирьох матриць Дірака.

Відповідно до теореми Голдстоуна [1] повинно виникнути 9 безмасових голдстоунівських частинок, при цьому їх квантові числа відповідають 9 псевдоскалярним мезонам. Запишемо нижче їх кварковий склад:

$\bar{u}\gamma_5 d$ (π^--мезон), $\bar{d}\gamma_5 u$ (π^+-мезон), $\frac{\bar{u}\gamma_5 u - \bar{d}\gamma_5 d}{\sqrt{2}}$ (π^0-мезон), $\bar{s}\gamma_5 u$ (K^+-мезон), $\bar{s}\gamma_5 d$ (K^0-мезон), $\bar{u}\gamma_5 s$ (K^--мезон), $\bar{d}\gamma_5 s$

(K^0-мезон), $\frac{\bar{u}\gamma_5 u + \bar{d}\gamma_5 d - 2\bar{s}\gamma_5 s}{\sqrt{6}}$ (η-мезон), $\frac{\bar{u}\gamma_5 u + \bar{d}\gamma_5 d + \bar{s}\gamma_5 s}{\sqrt{3}}$ (η'-мезон). (3)

Таким чином, ми приходимо до висновку, що при СПКІ повинен виникнути нонет безмасових псевдоскалярних мезонів.

Нонет псевдоскалярних мезонів важливий тим, що його члени дають унікальні відомості про маси кварків та про структуру вакууму.

Відмітимо, що ще до створення КХД низькоенергетична динаміка π-, K-,η- мезонів була розроблена в рамках алгебри струмів та кіральних лагранжіанів [1]. Коли з'явилася хромодинаміка, виникло бажання зрозуміти результати алгебри струмів в термінах КХД. Це стало можливим [2], але при цьому виникла нова трудність – «U_1-проблема»[3], яка відноситься до η- і η'-мезонів. Вона полягає ось в чому:

незрозуміло, чому дев'ятий псевдоскалярний мезон $\eta'(958)$ значно важчий від інших псевдоскалярних мезонів;

незрозуміла відносно велика парціальна ширина розпаду $\eta\to 3\pi$.

Ця трудність стала настільки важливою, що на протязі багатьох років була великим стимулом розвитку теорії. Рішенню U_1-проблеми присвячена ця робота.

1. Маси псевдоскалярних мезонів

Оскільки маса кварків є малим параметром, то можна розрахувати маси псевдоскалярних мезонів по цьому параметру (як матричний елемент збурення). У даному випадку масовий член в гамільтоніані КХД явно порушує кіральну інваріантність:

$$H = m_u \bar{u}u + m_d \bar{d}d + m_s \bar{s}s + \ldots \tag{4}$$

Наприклад, маса π^+- мезона є

$$m_{\pi^+}^2 = \langle \pi^+ | H | \pi^+ \rangle. \tag{5}$$

Для обчислення цього матричного елемента використовуємо м'яко піонну теорему. При перетворенні (2) згідно теореми Нотер виникає аксіально-векторний струм:

$$A_\mu^a(x) = \bar{q}(x)\frac{\lambda_a}{2}\gamma_\mu\gamma_5 q(x). \tag{6}$$

Таким чином, при порушенні симетрії (4) виникає аксіальний заряд:

$$Q^{5a}(+) = \int A_0^a(x) d^3x, \tag{7}$$

Для одержання низькоенергетичних теорем розглянемо подвійну дивергенцію хронологічно упорядкованих добутків двох аксіальних струмів:

$$\begin{aligned}
&\partial_x^\mu \partial_y^\lambda T(A_\mu^a(x)A_\lambda^b(y)) = \partial_x^\mu \partial_y^\lambda(\theta(x_0-y_0)A_\mu^a(x)A_\lambda^b(y) + \theta(y_0-x_0)A_\lambda^b(y)A_\mu^a(x)) = \\
&= \partial_x^\mu(\theta(x_0-y_0)A_\mu^a(x)\partial_y^\lambda A_\lambda^b(y) + \theta(y_0-x_0)\partial_y^\lambda A_\lambda^b(y)A_\mu^a(x)) - \\
&- \delta(x_0-y_0)A_\mu^a(x)A_0^b(y) + \delta(y_0-x_0)A_0^b(y)A_\mu^a(x)) = \\
&= T\left[\partial_x^\mu A_\mu^a(x)\partial_y^\lambda A_\lambda^b(y) + \delta(x_0-y_0)\left[A_0^a(x), \partial_y^\lambda A_\lambda^b(y)\right] - \partial_x^\mu \delta(x_0-y_0)\left[A_\mu^a(x), A_0^b(y)\right]\right].
\end{aligned} \tag{8}$$

Узявши матричний елемент цієї тотожності між нуклонними станами і виконавши перетворення Фур'є $\int d^4x d^4y e^{iq_1x}e^{-iq_2y}$, одержимо:

$$
\begin{aligned}
& q_1^\mu q_2^\lambda \int d^4x e^{iq_1x} \langle N(P_2)| T(A_\mu^a(x)A_\lambda^b(0))|N(P_1)\rangle = \\
& = \int d^4x e^{iq_1x} \Big\{\langle N(P_2)| T(\partial^\mu A_\mu^a(x)\partial^\lambda A_\lambda^b(0))|N(P_1)\rangle - \\
& - iq_1^\mu \langle N(P_2)|\delta(x_0)[A_0^b(0), A_\mu^a(x)]|N(P_1)\rangle + \\
& + \langle N(P_2)|\delta(x_0)[A_0^a(x), \partial^\lambda A_\lambda^b(0)]|N(P_1)\rangle\Big\},
\end{aligned}
$$

де ми використали трансляційну інваріантність та виділили множник $(2\pi^4)\delta(p_1+q_1-p_2-q_2)$.

Приведене співвідношення, яке зв‘язує матричні елементи струмів та матричні елементи дивергенцій, є прикладом тотожності Уорда. Останнє є відправним пунктом при одержанні низько-енергетичних теорем.

Таким чином, часткове збереження аксіально-векторного струму (ЧЗАВС) для 0^-мезонів має вид:

$$\partial_\mu A_\mu^a = f_a m_a^2 \varphi^a \text{ , a=1,2,...,9} \tag{9}$$

де φ^a – польові оператори нонету псевдоскалярних мезонів. В низькоенергетичних межах із співвідношення (9) одержуємо:

$$\langle 0|\partial_\mu A_\mu^a|P_a(K)\rangle = \delta_{ab} m_a^2 f_a \, . \tag{10}$$

Використовуючи редукційну формулу та ЧЗАВС, цю рівність можна записати у вигляді:

$$
\begin{aligned}
\delta_{ab} m_a^2 f_a &= \frac{i(m_b^2-K^2)}{f_b m_b^2}\int d^4x e^{-iKx}\langle 0|T(\partial^\mu A_\mu^a(0)\partial^\nu A_\nu^b(x))|0\rangle = \\
&= \frac{i(m_b^2-K^2)}{f_b m_b^2}\Big\{iK_\nu \int d^4x e^{-iKx}\langle 0|T(\partial^\mu A_\mu^a(0)A_\nu^b(x))|0\rangle - \\
&- \int d^4x e^{-iKx}\langle 0|\delta(x_0)[A_0^b(x),\partial^\mu A_\mu^a(0)]|0\rangle .
\end{aligned} \tag{11}
$$

Таким чином, низькоенергетична теорема має вид:

$$
\begin{aligned}
\delta_{ab} m_a^2 f_a &= \frac{i(m_b^2-K^2)}{f_b m_b^2}\int d^4x\langle 0|\delta(x_0)[A_0^b(x),\partial^\mu A_\mu^a(0)]|0\rangle = \\
&= \langle 0|\left[Q^{5a},[Q^{5b},H(0)]\right]|0\rangle .
\end{aligned} \tag{12}
$$

З (12) випливає, що маси псевдоскалярних мезонів зв‘язані з середнім по вакууму. При розрахунках використовуємо канонічні анти-комутаційні співвідношення для кваркових полів:

$\{q_\alpha^+(\vec{x},t), q_\beta(\vec{y},t)\} = \delta_{\alpha\beta}\delta^3(\vec{x}-\vec{y})$,

де α, β – індекси Дірака та кольорові індекси. Для прикладу розглянемо комутатор $[Q^{5a}(t), \bar{q}\lambda^b q]$:

$$
\begin{aligned}
&[\bar{q}\frac{\lambda_a}{2}\gamma_0\gamma_5 q, \bar{q}\lambda^b q] = -\frac{1}{2}\bar{q}\{\lambda_a,\lambda_b\}q = \\
&= -\frac{i}{2} d_{abc}\bar{q}\lambda_c q .
\end{aligned} \tag{14}
$$

При цьому $d_{0ab} = \sqrt{\frac{2}{3}}\delta_{ab}$.

Враховуючи (12) і (13) одержимо:

$$
\begin{aligned}
m_{\pi^0}^2 &= -\frac{1}{F_\pi^2}\left(m_u\langle\bar{u}u\rangle + m_d\langle\bar{d}d\rangle + m_s\langle\bar{s}s\rangle\right), \\
m_{\pi^\pm}^2 &= -\frac{1}{F_\pi^2}\frac{m_u+m_d}{2}\left(\langle\bar{u}u\rangle + \langle\bar{d}d\rangle\right), \\
m_{K^\pm}^2 &= -\frac{1}{F_K^2}\frac{m_u + m_s}{2}\left(\langle\bar{u}u\rangle + \langle\bar{s}s\rangle\right),
\end{aligned} \tag{15}
$$

Обговоримо ці формули. Квадрати мас лінійні по масам кварків і по кіральному конденсату, які порушують симетрію. Формули (15) одержані в першому порядку по масам кварків. Було показано, що $\langle \bar{q}q \rangle < 0$, так що знаки в (15) вірні. З розпадів $\pi \to \mu\nu$, $K \to \mu\pi$ відомо, що F_π=94МеВ, F_K=140МеВ.

Розділивши масу К-мезона на масу π-мезона в (15) одержимо (допускаємо, що $\langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle = \langle \bar{s}s \rangle$):

$$\frac{m_K^2}{m_\pi^2} \approx \frac{m_s}{m_u + m_d} \approx \frac{0.24 ГеВ}{0.02 ГеВ} \approx 12 , \qquad (16)$$

звідки витікає, що маси u-, d-кварків набагато менші за масу s-кварка. Для знаходження абсолютних значень мас кварків згадаємо, що із розщеплення мас гадронів:

$$m_s = 150 MeB ,$$

$$m_s - \frac{m_u + m_d}{2} \approx 150 MeB , \qquad (17)$$

$$m_u = 4 MeB , m_d = 7 MeB , m_s = 150 MeB , \qquad (18)$$

$$\langle \bar{q}q \rangle = -(250 MeB)^3 . \qquad (19)$$

2. U(1)- проблема

Формули (15) включають 7 із 9 псевдоскалярних мезонів. Критичною перевіркою всієї ідеології було би обчислення тим же методом маси мезонів η (549 МеВ) і η′ (958МеВ). Згадуючи кварковий склад цих мезонів (3), можна одержати формули, аналогічні (15):

$$m_\eta^2 = -\frac{1}{F_\eta}\frac{1}{3}(m_u + m_d + m_s)\langle \bar{q}q \rangle = = -\frac{4}{3F_\eta} m_s \langle \bar{q}q \rangle \approx \frac{4}{3} m_K^2 = 0.32 ГеВ^2 , \qquad (20)$$

звідки m_η=566 MeВ, що знаходиться в дуже доброму узгодженні з експериментом $m_\eta^{екс}$=549 МеВ. Залишається синглетний (дуже важливо) η′-мезон. Розраховуючи аналогічно (15), одержимо:

$$m_{\eta'}^2 = -\frac{1}{F_{\eta'}^2}\frac{2}{3}\left(m_u \langle \bar{u}u \rangle + m_d \langle \bar{d}d \rangle + m_s \langle \bar{s}s \rangle\right) \approx \approx \frac{2}{3} m_K^2 = 0.16 ГеВ^2 , \qquad (21)$$

звідки $m_{\eta'}$=400 МеВ, яка знаходиться в поганому узгодженні з експериментальним значенням 958 МеВ. Катастрофа!

Цей парадокс був сформульований ще С.Вайнбергом в 1974 р. [4] і одержав назву U_1-проблеми. Декілька років тому це була дуже серйозна проблема для КХД і послужила великим стимулом її розвитку [5]. Зараз цей парадокс вирішений в рамках інстантонного вакууму. Це питання буде розглянуто нижче. З факту існування важкого η′- мезона теоретики дізналися про сильні взаємодії набагато більше, ніж із існування будь-якого іншого гадрона.

До лагранжіана (1) необхідно додати член, який враховує глюонну U(1)-аномалію. В роботах [18, 19] глюонну аномалію враховували феноменологічно, запроваджуючи в кіральний лагранжіан глюонні поля у вигляді топологічного заряду [18]. Однак, в останній час вважається, що врахування інстантонного вакууму є єдиною можливістю вирішення U(1)- проблеми [20]. Як відомо[21], вакуум КХД має досить складну структуру. Непертубативні поля можна розбити на дві частини: короткохвильову, яка дає внесок у взаємодію кварків на малих відстанях та на довгохвильову, яка визначає конфайнмент. В моделі інстантонної рідини перша відповідає окремому інстантону з розміром ρ_c=0.3 Фм, а друга – колективним збудженням інстантонної рідини з довжиною хвилі $\lambda \approx R_{conf}$, де $R_{conf}=3\rho_c$ – середня віддаль між інстантонами, а R_{conf}=1 Фм – радіус конфайнменту кварків. Взаємодія з короткохвильовою частиною враховується за допомогою взаємодії *т'* Хоофта [22], яка має вид:

$$\Delta L = -\frac{\lambda m_s}{(< \bar{q}_i q_j >)^2} [\det \bar{q}_{Li} q_{Rj} + e.c.] , \qquad (22)$$

де

$$\lambda = \left(\frac{4\pi^2}{3}\right)^3 \langle 0 | \bar{q}_i q_j | 0 \rangle^2 \int_0^{\Lambda_c} \frac{d\mu}{\mu^6} D(\mu) Z^3(\mu / \Lambda_{КХД}), \quad (23)$$

$\rho = \mu^{-1}$ – розмір інстантону, $D(\mu)$ – густина інстантонів,

$$Z(\mu / \Lambda_{КХД}) = \left[\frac{\alpha(\Lambda)}{\alpha(\mu)}\right]^{4/9}. \quad (24)$$

Густина інстантонів одержана в [19]:

$$D(\mu) = 3.64 \cdot 10^{-3} \left[\frac{2\pi}{\alpha(\mu)}\right]^6 \exp\left[-\frac{2\pi}{\alpha(\mu)}\left(1 - \frac{\pi^3}{16\alpha(\mu)} \frac{330MeB}{\mu^4}\right)\right],$$

$$\alpha(\mu) = \frac{2\pi}{9} \frac{1}{\ln(\mu / \Lambda_{КХД})}. \quad (25)$$

Константи $\Lambda_{КХД}$, ρ_c, $\langle \bar{q}q \rangle$, $\langle \bar{F}F \rangle$ вибрані таким же чином, що і в методі правил сум КХД [21]:

$$\Lambda_{КХД} = 200MeB, \rho_c = 2ГеВ^{-1},$$

$$\langle \bar{q}q \rangle = -(250MeB)^3,$$

$$\left\langle 0 \left| \frac{\alpha_s}{\pi} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right| 0 \right\rangle = (330MeB)^4, \quad (26)$$

$$m_s = 200MeB.$$

При взятті інтегралу (23) запроваджується обрізання, таким чином ΔL сильно залежить від $\Lambda_c = 1/\rho_c$.

В моделі інстантонної рідини $\rho_c = 0.3$ Фм [20]. Підставивши Λ_c в (23), одержимо, що $\lambda = 0.154$. Константи F_η і $F_{\eta'}$, що входять в (20), (21) знайдено [7] із ширини розпадів $\eta' \to 2\gamma$ і $\eta \to 2\gamma$ і рівні: $F_{\eta'} = 1.1F_\pi$ і $F_\eta = 1.12F_\pi$. Отже, враховуючи (21) і (22) одержимо:

$$m_{\eta'}^2 = -\frac{1}{F_0^2} \frac{2}{3} (m_u + m_d + m_s) \langle \bar{q}q \rangle + a \langle \bar{q}q \rangle,$$

де

$$a \langle \bar{q}q \rangle = 0.720 ГеВ^2,$$

$$m_{\eta'}^2 = \frac{2}{3} m_K^2 + 0.720 ГеВ^2 \approx 940 MeB.$$

Висновки

Таким чином, інстантонний вакуум дає кількісну відповідь на багато питань сильних взаємодій. Залишається одна деталь – конфайнмент взаємодій. В нашій статті конфайнмент відсутній. Однак, виникли масивні мезони, можна одержати і баріони, тобто є всі гадрони, з яких складається матерія. Із статті видно, що будова гадронів зв'язана в основному із СПКІ і мало залежить від того є конфайнмент, чи ні. Оскільки, конфайнмент є явище дуже тонке, ми вважаємо, що насправді він знаходиться в інстантонному вакуумі, однак знайти його дуже важко. Ширина η'- мезона буде обрахована дещо пізніше.

1. С. Адлер, Р. Дашен. Алгебра токов. М., «Мир» (1970) В. ДеАльфаро, С. Фубини, Г. Фурлан, К. Росетти. Токи в физике адронов, М. «Мир» (1970).
2. S. Weinberg. Phys. Rev. Lett. 31, 494, 1973.
3. S. Glashow, in «Hadrons and Their Interactions», Academic Press Inc., N.Y. /1968, S. Glashow, R. Jackin. Phys. Rev., 17, 1916, 1969.
4. S. Weinberg. Phys. Rev., 1975, v D11, p. 3583.
5. Дьяконов Д.И., Эйдес М.И. Физика элементарных частиц. Материалы XVI Зимней Школы ЛИЯФ. М 1981, с. 123.
6. В.И. Сабов, Т.А. Сабо. Инстантонный вакуум и спин потона. Я.Ф., 57, № 11, с. 2079-2083, 1994.
7. Baum G.// Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 1135.
8. Ashman I.// Phys. Lett. 1998. V.B206. P. 364.
9. Клоуз Ф. Кварки и протоны. М.: Мир, 1982.
10. Bjorken I.D.// Phys. Rev. 1966. V. 148. P. 1467.
11. Bourouin M.// Z. Phys. C. 1983. V. 21. P. 27.
12. 't Hooft G.// Phys. Rep. 1986. V. 142. P. 357.
13. Sabov V.I., Sabo T.A.// «Hadrons-92». Proc. Int. Workshop on elastic and diffractive scattering. Kiev: ITP, 1992. P. 95.
14. Erbert D., Reinhardt H.// Nucl. Phys. 1986. V. B271. P. 188.
15. Сабов В.И.// Укр. физ. журн. 1969. Т. 44. С. 1083.

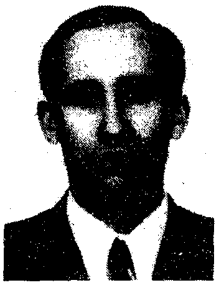
16. Skyrme T.H.R.// Nucl. Phys. 1962. V. 31. P. 550.
17. Wess I., Zumino B.// Phys. Lett. 1971. V. B37. P. 95.
18. Di Vecchia P.// Nucl. Phys. 1980. V. B171. P. 259.
19. Волков М.К.// ЭЧАЯ. 1982. Т. 13. С. 1070.
20. Shuryak E., Verbaarschot I.// Nucl Phys. 1991. V. B364. P. 255.
21. Shifman M., Vainstein A., Zakharov V.// Nucl. Phys. 1979. V. B147. P. 385.
22. 't Hooft G.// Phys. Rev. 1976. V. D14. P. 3432.

MASSES OF PSEUDOSCALAR MESONS IN LOW-ENERGY QUANTUM CHROMODYNAMICS

V.I. Sabov, M.Ya. Yevich, Yu.I. Maga

Uzhgorod State University, 88000, Uzhgorod, Voloshina st., 54

It is obtained the consequences from low-energy quantum chromodynamics (QCD) by determining the masses of pseudoscalar mesons nonet. The obtained theoretical results are in good agreement with experimental data.



Василь Іванович Сабов– професор кафедри теоретичної фізики
Народився в 1937 р., в 1965 р. закінчив фізичний факультет Ужгородського держуніверситету, кандидатську захистив у 1969 р., докторську - 1985, доктор фізико-математичних наук, професор.

Маріанна Ярославівна Євич - старшим лаборантом кафедри теоретичної фізики.
Народилася в 1977 р., в 2000 р. закінчила фізичний факультет Ужгородського державного університету

Юрій Іванович Мага - студент 4-го курсу фізичного факультету УжДУ
Народився в 1980 р., в 1997 р. поступив в Ужгородський державний університет