

## ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ НАКЛАДАННЯ КОНФІГУРАЦІЙ ДО ОПИСУ СПІН-СПІНОВОГО РОЗЩЕПЛЕННЯ У ЛЕГКИХ МЕЗОНАХ

В. Лендзел, Ю. Фекете, С. Халупка\*, М. Салак\*\*

Ужгородський державний університет, кафедра теоретичної фізики, вул. Волошина, 32,  
Ужгород, UA 88000

\*Університет ім. Шафарика, кафедра теоретичної фізики та геофізики, вул. Мойзесова, 16,  
Кошице, 041 54, Словацька республіка

\*\*Пряшівський університет, кафедра фізики, вул. 17 грудня,  
Пряшів, 080 09, Словацька республіка

В даній роботі отримано добрий опис спін-спінового розщеплення для легких і змішаних двокваркових систем з екранованим потенціалом. Ми вважаємо, що конфайнментна частина потенціалу не є повністю скаляром, а є скоріш сумішшю скаляра і вектора. Нами отримані дуже непогані результати для спін-спінового розщеплення у випадку легких мезонів. Розрахунок розщеплення проводився з допомогою метода накладання конфігурацій. Всі розрахунки проводилися чисельно

Сучасне розуміння сильної взаємодії в галузі низьких енергій (менше 1 ГеВ) відійшло далеко від того, що називають "наївною потенціальною моделлю". Ця модель основана на суто нерелятивістському підході і оперує двома членами взаємодії - одноглюонним членом  $-\alpha_s/r$ , який є аналогом однофотонного статичного кулонівського потенціалу (не путати з останнім!) та багатифотонного лінійного конфайнментного члена типу  $A_g$ , який є наслідком неабелевої калібровки глюонного поля. Як бачимо такий потенціал містить 2-3 константи ( $\alpha_s$ ,  $A$ ,  $V_0$ ) див. [1] і може бути використаний як у квазі-релятивістському варіанті (рівн. Брейта-Фермі) так і у релятивістському варіанті (рівн. Дірака, див. [1] і цитовану там літературу). На сьогоднішній день кваркові потенціальні моделі дають хороший опис усередненого по спіну спектру мас гадронів, які розглядаються

як кваркові системи. Але питання пов'язані зі спіном, а саме тонке і надтонке розщеплення, ще далекі від завершення. Ця незавершеність, можливо, обумовлена тим, що вказаний вище потенціал з лінійним конфайнментом (так званий Корнельський потенціал), очевидно не є повним і має бути уточненим. Питання пов'язані зі спіном частинок тісно пов'язані з Лорентц-структурою потенціалу взаємодії. Питання Лорентц - структури полягає в наступному. Щоби одержати рівняння Брейта-Фермі треба виходити з редукованого одночастинкового (з приведеною масою) рівняння Дірака. Однак тут треба ввести взаємодію. В класичній електродинаміці вводиться - або як подовжена похідна  $\vec{P}_\mu = \vec{P}_\mu - \frac{e}{c} \vec{A}_\mu$ , тоді енергія взаємодії буде 4-ою компонентою вектора, або як скаляр.

Запишемо потенціал у вигляді

$$V(r) = V_v(r) + V_s(r) \quad (1)$$

тобто представимо його у вигляді суми векторної і скалярної частини.

Слідуючи деяким авторам ми змішуємо векторну і скалярну частину

$$V_v = \varepsilon \frac{g^2}{6\pi\mu} (1 - e^{-\mu r}) - \frac{\alpha_s}{r}$$

$$V_s = (1 - \varepsilon) \frac{g^2}{6\pi\mu} (1 - e^{-\mu r}) \quad (2)$$

Тут якраз введено параметр  $\varepsilon$  який характеризує суміш скалярної і векторної частини потенціалу. Вперше явний вид екранованого потенціалу був запропонований Паганоні Чіковані і Єнковським в роботі [2]. Вибір такого екранованого потенціалу обумовлений тим, що недавні розрахунки на решітках в КХД показують, що спін-спінова взаємодія повинна бути короткодіючою, а якраз цій умові і задовільняє екранований потенціал (див. напр. Герасімов [3]. Крім того ми вибираємо цей потенціал оскільки саме з ним одержується найкращий опис усередненого по спіну спектру мас мезонів і баріонів. Важливою обставиною є, що константи  $\alpha_s$  і  $g^2/6\pi$  - визначені в [2],  $V_0$ -в різниці мас не фігурує, отже вводиться лише одна константа  $\varepsilon$ . Цей потенціал на великих відстанях обмежує конфайнмент і робить кварки вільними при  $r \rightarrow \infty$ . Це більше відповідає дійсності ніж поведінка корнелського потенціалу. Цікаво, що при малих  $r$  якщо розкласти екранований потенціал в ряд, то ми одержимо корнелський потенціал.

Вираз для спін-спінової поправки беремо, виходячи з рівняння Брейта-Фермі для двох частинок, яке враховує поправки четвертого порядку по  $\vec{p}$ -імпульсу частинок. Ця поправка має явний вигляд

$$\hat{W} = \frac{2}{3m_{q1}m_{q2}} \vec{S}_1 \vec{S}_2 \nabla^2 V_v \quad (3)$$

де добуток

$$\vec{S}_1 \vec{S}_2 = \begin{cases} -\frac{3}{4} & \text{для } \pi \text{- мезона} \\ \frac{1}{4} & \text{для } \rho \text{- мезона} \end{cases}$$

Вираз (3) нагадує аналогічну формулу для атома водню Н. Але там у знаменнику присутня маса протона і тому говорять про "надтонке" розщеплення. Отже на відміну від більшості авторів ми припускаємо, що в спін-спінове розщеплення вносить вклад і багатоглюонний обмін, а не тільки одноглюонний.

Виберемо ядерну систему одиниць в якій  $\hbar = c = 1, 1 GeV = 5.068/1 Fm$ . Повний гамільтоніан системи запишемо у вигляді

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{W}, \quad (4)$$

де

$$\hat{H}_0 = -\frac{1}{2m} \Delta + \left( -\frac{\alpha_s}{r} + \frac{g^2}{6\pi} \frac{(1 - e^{-\mu r})}{\mu} \right) \quad (5)$$

$m = \frac{m_{q1}m_{q2}}{m_{q1} + m_{q2}}$  - приведена маса двокваркової системи. Власні значення  $E_n^0$  та власні функції  $\varphi_n$  гамільтоніана  $\hat{H}_0$  можна одержати лише чисельно. В подальшому виконанні розрахунків нам ми враховуємо те, що константа зв'язку є досить великою і тому несправедливо застосовувати метод збурень.

#### Метод накладання конфігурацій

Для того, щоб уникнути використання метода збурень ми вперше використовуємо для розрахунків у фізиці елементарних частинок новий метод - метод накладання конфігурацій (МНК). Цей метод широко застосовується в атомній фізиці. Добре описання цього методу дано в роботі [4]. З допомогою

цього метода розраховуються автоіонізаційні стани, тонкі ефекти при розсіянні частинок (див.напр.[5] і цитовану там літературу). Суть МНК в тому, що хвильова функція повного гамільтоніана  $(\vec{r})$  розкладається по хвильових функціях незбуреного гамільтоніана  $\hat{H}_0$ .

$$(\vec{r}) = \sum_n a_n \varphi_n(\vec{r}). \quad (6)$$

Підставляючи цей розклад в повний гамільтоніан (4) і використавши умову ортонормування одержимо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для власних значень енергії  $E_n^0$  та невідомих коефіцієнтів  $a_n$ . І хвильові функції, і матричні елементи розраховуються чисельно. Одержана система рівнянь має нетривіальні розв'язки коли детермінант складений з коефіцієнтів при  $a_n$  рівний нулю. Цю систему рівнянь розв'язуємо

діагоналізуючи матрицю. Для розрахунків по цьому методу було розроблено пакет програм при допомозі О. Закарінного [6]. Програми було відлагоджено використовуючи осциляторний потенціал, оскільки він дозволяє отримувати аналітичні розв'язки які порівнювались з розв'язками одержаними чисельно.

**Результати розрахунків**

Одержані результати приведені нижче в таблицях 1-5. Ми проводили розрахунки з допомогою метода накладання конфігурацій, бравши 5 наближень.

Параметри потенціалу ми брали з робіт [2,7]. В цій роботі ми брали стандартні значення мас конститuentних кварків  $m_u = 0.33 GeV$   $m_s = 0.5 GeV$   
 $m_c = 1.5 GeV$   $m_b = 5.0 GeV$   $\epsilon = 0.3$ .

Найкращі результати одержані при виборі вищеприведених параметрів.

Таблиця 1. Спін-спінове розщеплення для  $b\bar{u}$ -системи ( $B_u, B_u^*$ -мезони).

		1	2	3	4	5	$\Delta M_{EКС}$ , MeB
$\Delta M_{TEOP}$ , MeB	$1^3S_1$ - $1^1S_0$	42.6	43.2	43.4	43.6	43.7	45.9
$\Delta M_{TEOP}$ , MeB	$2^3S_1$ - $2^1S_0$	---	28.2	28.6	28.8	28.99	-----

Таблиця 2. Спін-спінове розщеплення для  $c\bar{u}$ -системи ( $D_u, D_u^*$ - мезони)

		1	2	3	4	5	$\Delta M_{EКС}$ , MeB
$\Delta M_{TEOP}$ , MeB	$1^3S_1$ - $1^1S_0$	129.7	134.7	137.2	138.8	139.9	143
$\Delta M_{TEOP}$ , MeB	$2^3S_1$ - $2^1S_0$	---	82.1	85.6	87.4	88.5	-----

Таблиця 3. Спін-спінове розщеплення для  $s\bar{u}$ -системи ( $K, K^*$ - мезони)

		1	2	3	4	5	$\Delta M_{EКС}$ , MeB
$\Delta M_{TEOP}$ , MeB	$1^3S_1$ - $1^1S_0$	440.5	487.98	519.3	542.4	560	398
$\Delta M_{TEOP}$ , MeB	$2^3S_1$ - $2^1S_0$	---	242.6	259.7	271.3	279.1	200

Таблиця 4. Спін-спінове розщеплення для  $S\bar{S}$ -системи ( $\eta', \phi$ -мезони)

		1	2	3	4	5	$\Delta M_{\text{ЕКС}}, \text{MeB}$
$\Delta M_{\text{ТЕОР}}, \text{MeB}$	$1^3S_1 - 1^1S_0$	374.5	413.1	438.4	457.3	472.4	320 *
$\Delta M_{\text{ТЕОР}}, \text{MeB}$	$2^3S_1 - 2^1S_0$	---	209.97	224.9	235	242.5	-----

\* – це експериментальне значення взяте при куті змішування  $\theta = -11^\circ$

Таблиця 5. Спін-спінове розщеплення для  $u\bar{u}$ -системи ( $\pi, \rho$ -мезони)

		1	2	3	4	5	$\Delta M_{\text{ЕКС}}, \text{MeB}$
$\Delta M_{\text{ТЕОР}}, \text{MeB}$	$1^3S_1 - 1^1S_0$	549.9	614.7	658.8	691.7	717.3	635
$\Delta M_{\text{ТЕОР}}, \text{MeB}$	$2^3S_1 - 2^1S_0$	---	292.9	312.7	327.3	337	150

Як видно з таблиць метод накладання конфігурацій дає непогану збіжність для змішаних кварків.

### Обговорення результатів

Для ілюстрації ми приводимо зведену таблицю 6 де крім наших результатів приведені також результати інших авторів.

Таблиця 6.

	[10] $\Delta M_{\text{ТЕОР}}, \text{MeB}$ $r_0 = r_0(m_q, m_{\bar{q}})$	[11] $\Delta M_{\text{ТЕОР}}, \text{MeB}$	[12] $\Delta M_{\text{ТЕОР}}, \text{MeB}$ $\epsilon = 0.5$	Наші результати $\Delta M_{\text{ТЕОР}}, \text{MeB}$	$\Delta M_{\text{ЕКС}}, \text{MeB}$
$\Delta M_{\rho-\pi}$	633	651	550	717.3	635
$\Delta M_{\rho'-\pi'}$	328	---	---	337	150
$\Delta M_{\phi-\eta}$	326	270	---	472.43	320
$\Delta M_{\phi'-\eta'}$	194	---	---	242.5	---
$\Delta M_{K^*-K}$	403	393	461	560	398
$\Delta M_{K^{*'}-K'}$	239	---	---	279.1	200
$\Delta M_{D^*-D}$	119	150	147	139.9	143
$\Delta M_{D^{*'}-D'}$	---	---	---	88.5	---
$\Delta M_{B^*-B}$	40	58	52	43.7	45.9
$\Delta M_{B^{*'}-B'}$	---	---	---	28.99	---

Таким чином, як бачимо, у всіх випадках, за винятком  $S\bar{S}$ -мезонів, одержано непогане узгодження теорії з експериментом. Як і слід було очікувати найкращі результати одержано для

мезонів з одним важким кварком ( $b\bar{u}$  та  $c\bar{u}$ ). Тут розходження не перевищує 3-4%. Ці системи є найменш релятивістськими і тому для них, і має бути справедливим наш підхід. Для теорії

найбільш цікавим є різниця мас між  $\pi$  і  $\rho$ -мезонами. Тут 15%-розходження між теорією і експериментом слід вважати цілком нормальним, адже саме в цьому випадку найбільше може проявлятися релятивізм системи. Щодо  $S\bar{S}$ -систем, то труднощі тут виникають не лише у нас, а і в інших авторів, в т. ч. у [10,11]. Мабуть, певну роль тут відіграє змішування, яке точно не визначене (див. табл.4). Однак і тут якісне співпадання є вражаючим. Відомо, що при описанні мезонів які складаються з легких кварків важливу роль грають релятивістські ефекти і тому застосування до них нерелятивістських потенціальних моделей є неаргументованим. Однак в останній час виявилось [9], що спектр гамільтоніана в нерелятивістських потенціальних моделях і спектр релятивістського гамільтоніана для основного стану і першого радіального збудження з хорошою точністю співпадають. Крім того ми беремо різницю мас і відповідно всі релятивістські ефекти повинні взаємно компенсуватися.

Цінність нашої роботи полягає в тому, що ми описуємо розщеплення вводючи мінімальну кількість параметрів. Ми взяли один параметр  $\epsilon=0.3$  оскільки інші параметри  $g^2/6\pi = 0.224 \text{ GeV}^2$ ,  $\mu=0.054$ ,

$\text{GeV } \alpha_s$ , були взяті з попередніх робіт. Більшість авторів вводить додаткові параметри і значення цих параметрів підбирається так, щоб одержати правильне значення розщеплення. Наприклад в роботі [10] вводиться додатковий параметр  $\Gamma_0$ , значення якого залежить від мас кварків (для різних мезонів цей параметр приймає різні значення). Вводячи таку кількість параметрів автори добре описують розщеплення між векторними і псевдоскалярними мезонами. До сьогодення більшість авторів вважають, що спін-спінове розщеплення обумовлене лише одноглюонним обміном [11]. В роботі Фаустова [13] також зроблено подібний розрахунок з використанням квазі- потенціалу. Але очевидно сам потенціал вибрано невдало, оскільки  $\epsilon=-1$ . Очевидно що негативне значення  $\epsilon$  лишає його всякого фізичного змісту як параметра змішування. Подібні підходи багато втрачають в евристичному змісті одержаних результатів і становляться напів-, а то і повністю феноменологічним. Одержані нами результати показують, що конфайнмент не є повністю скалярним що узгоджується з роботою [12]. Експериментальні дані були взяті з [14].

1. W. Lucha, F. Schoberl, Effective potential models for hadrons HEPHY-UB 62P1/95 UW THPH 1995-16.
2. В. Люха, Ф. Шеберл, Сильное взаимодействие. Теория потенциалных моделей. Львов, Академический Экспрес, 1996.-184с.
3. Z.Chikovani, L. Jenkovsky, F.Paccanoni, Mod. Phys. Lett. **6A**, 1401 (1991).
4. S.Gerasimov, Proceedings of the International Conference «Hadron Structure-98»,Stara Lesna, Slovak Republic, 7-13 September 1998, p.179.

5. C. Froese, T. Brige, P. Johnsson, Computational atomic structure. An MCHF approach, Inst. Phys. Publishing, Bristol, Philadelphia (1997).
6. V. Gedeon, V. Lengyel, O. Zatsarinny, C. Kocher, Phys. Rev. A, **59**, (1999), 2016.
7. O.Zatsarinny, Comp. Phys. Comm., **98**, 235 (1996).
8. V. Lengyel, V. Rubish, Yu. Fekete, S. Chalupka, M. Salak: «Incorporating relativistic kinematics for the description of light quark systems», Journ. Phys. Studies **2**, 38 (1998);

9. V. Lengyel, V. Rubish, Yu. Fekete, S. Chalupka, M. Salak, *Condensed Matter Physics*, **vol.1**, №3(15), 575 (1998), see also V. Lengyel, V. Rubish, Yu. Fekete, S. Chalupka, M. Salak, *Proceedings of the International Conference «Hadron Structure-98»*, Stara Lesna, Slovak Republic, 7-13 September 1998, p.304.
10. Basdevant J. L., Boukraa S. // *Z. Phys.* C. 1985. V.28. P. 413
11. I. Narodetskii, R. Ceuleneer, S. Semay: «Hyperfine Interaction in the non-relativistic quark model ...», *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **18** (1992) 1901-1909.
12. А. М. Бадалян: «О спин-спиновом расщеплении масс мезонов», *J. Nucl. Physics*, Vol. 46, No. 4(10), (1987).
13. S.Chalupka, V. Lengyel, P. Petreczky, F. Paccanoni, M. Salak: «Meson Spectroscopy with Fine and Hyperfine Splitting», *Nuovo Cimento* Vol. 107 A, No. 9 (1994).
14. D. Ebert, V. O. Galkin, R. N. Faustov: «Mass spectrum of orbitally and radially excited heavy-light mesons in the relativistic quark model», *Phys. Rev. D* **V. 57**, N 9 (1998).
15. Part. Data Group//*Phys. Rev.*–1996.–D.–p 50–450.

## CONFIGURATION INTERACTION METHOD FOR DESCRIBING HYPERFINE SPLITTING IN THE LIGHT QUARK–ANTIQUARK SYSTEMS

**V.I. Lengyel, Yu. Fekete, S.Chalupka, M. Salak**

Department of Theoretical Physics, Uzhgorod State University, 32 Voloshyna Str., UA-88000

Department of Theoretical Physics and Geophysics, Safarik University, 16 Moyzesova Str., 041  
54 Kosice, Slovak Republic

Department of Physics, Presov University, 17 Novembra Str., 080 09 Presov, Slovak Republic

The spin-spin mass splittings of light and mixed mesons are described within a good accuracy in the potential model with screened potential. We conclude that the long-distance part of the potential cannot be a pure scalar and that a vector-scalar mixture is favoured. With the same parameters which give correct averaged mass spectrum very excellent of spin-spin splittings of mixed quarkonia is obtained. The results are obtained by going beyond usually used perturbation method, namely using "configuration interaction approach".