

# КІНЕМАТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРУЖНОГО РОЗСІЮВАННЯ ПОВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНІВ АТОМАМИ В ДІАПАЗОН КУТІВ, ЗАЛЕЖНИЙ ВІД ЕНЕРГІЇ ЗІТКНЕНЬ

Ю.Ю. Білак

Ужгородський державний університет, 88000 Ужгород

Розглянуто аналітичний вираз енергетичної залежності  $S(E)$ , яка отримується в експериментах по розсіюванню електронів атомами (іонами, поверхнею) з використанням гіпоциклоїдального електронного спектрометра (ГЕС). Зроблено аналіз функцій, які відповідають за кінематичні риси розсіювання та отримано їх аналітичний вид для перших п'яти ( $\ell = 0 \div 4$ ) парціальних хвиль. Графічний аналіз цих функцій показав, що вони мають особливості, які можуть проявитися на поведінці  $S(E)$ .

1. Вивчення зіткнень електронів з атомами, молекулами та іонами в даний час являється одним з головних шляхів розвитку атомної і молекулярної фізики. Для кількісного опису взаємодії електронів з атомами необхідно знати ефективні перерізи таких процесів. Особливий інтерес в електрон-атомних зіткненнях представляє область малих енергій (до потенціалу іонізації атомної системи), при яких можуть здійснюватися низькоенергетичні резонанси. При низькоенергетичному розсіюванні електронів виникають деякі експериментальні труднощі. Частково їх усунути дозволяє використання трохоїдального електронного спектрометра [1], а майже повністю – використання модифікації, що отримала назву гіпоциклоїдального [2,3]. За допомогою ГЕС вимірюють енергетичну залежність  $S(E)$ , яка відображає характеристики експериментальної установки, того чи іншого режиму її роботи, та містить інформацію про сам процес розсіювання. Вимірювані в експериментах функції  $S(E)$  відрізняються від таких звичних понять фізики зіткнень як повний та диференціальний перерізи. Тому дуже важливим є вивчення

аналітичного виду функції  $S(E)$ , який дозволяє відокремити динамічні особливості розсіювання (зв'язані з фазами розсіювання, а значить з потенціалом) від кінематичних (зв'язаних з кутами розсіювання).

Метою даної роботи було вивчення кінематичних характеристик пружного розсіювання повільних електронів атомами в інтервал кутів, залежний від енергії зіткнень.

2. Функція  $S(E)$  зв'язана з диференціальним перерізом  $d\sigma/d\theta$  пружного розсіювання слідує таким чином:

$$S(E) = 2\pi \int_{x_1}^{x_2} dx \frac{d\sigma(E, \theta)}{d\theta},$$

$$x_1 = \cos \theta_2, x_2 = \cos \theta_1. \quad (1)$$

Кутовий інтервал, в який відбувається збір електронів, задається граничними кутами  $\theta_1$  та  $\theta_2$ , які є функціями енергії електронів  $E$ . Для особливого випадку точкового вводу електронного пучка в область зіткнень вони мають вигляд:

$$\theta_1 = \arcsin \sqrt{\frac{a}{E}}, \quad \theta_2 = \arcsin \sqrt{\frac{b}{E}}, \quad (2)$$

де  $a$  і  $b$ -константи, які характеризують експериментальні умови.

В роботі [2] розсіювання електронів на атомах  $Ca$  досліджувалося в режимі виміру енергетичної залежності. В цьому режимі потенціал аналізатора підтримувався постійним і рівним  $U_A=0,55$  В. Такій напрузі відповідає набір констант  $a=0,482$  еВ,  $b=0,508$  еВ. Кути  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  (2) зображені на рис.1 (криві 1,2). Для вимірювання з менших енергій, потрібно зменшити напругу на аналізаторі. Наприклад, для  $U_A=0,2$  В, маємо  $a=0,09487$  еВ,  $b=0,1546$  еВ (відповідні кути  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  див. рис.1 (криві 3,4)).

Для дослідження розсіювання електронів назад (в задню напівсферу кутів) в методиках з використанням ГЕС, кути  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  задаються формулами

$$\theta_1 = 180^\circ - \arcsin \sqrt{\frac{a}{E}}, \quad \theta_2 = 180^\circ + \arcsin \sqrt{\frac{a}{E}}. \quad (3)$$

В умовах проведеного експерименту [4,]  $a=0,1$  еВ. Кути зображені на рис.1 (криві 5,6).

Отже, змінюючи  $U_A$  і тим самим  $a$  і  $b$ , а значить інтервал кутів розсіювання, можна експериментально вивчати різні енергетичні залежності  $S(E)$ . Порівнюючи виміряні функції  $S(E)$  з їх теоретичними розрахунками [5] та з диференціальним та повним перерізами, можна зробити висновки про сам процес зіткнення. Наявність резонансів того чи іншого виду, має суттєво відобразитися на функції  $S(E)$ .

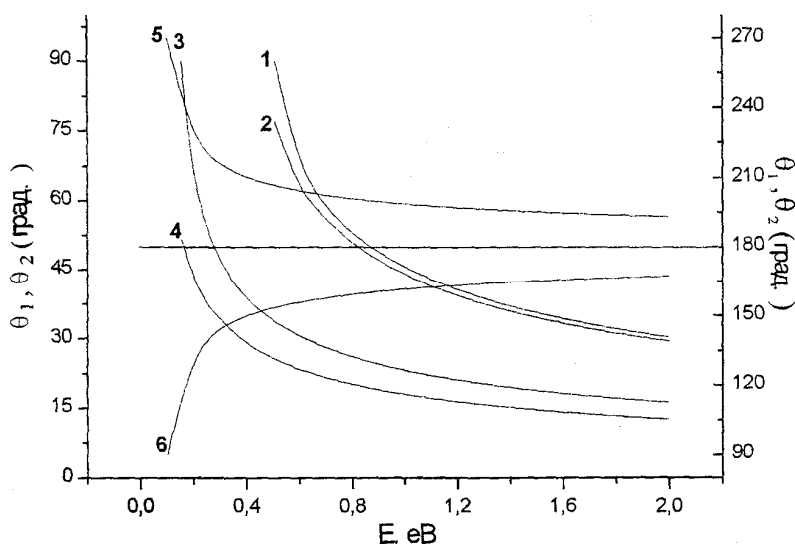


Рис.1. Інтервали кутів  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  для розсіювання в передню (криві 1-4) та задню (криві 5,6) напівсфери.

- 1, 2 (ліва шкала) -  $\theta_2$ ,  $\theta_1$ , відповідно ( $a=0,482$  еВ,  $b=0,508$  еВ).
- 3, 4 (ліва шкала) -  $\theta_2$ ,  $\theta_1$ , відповідно ( $a=0,09487$  еВ,  $b=0,1546$  еВ).
- 5, 6 (права шкала) -  $\theta_2$ ,  $\theta_1$  відповідно ( $a=0,1$  еВ).

Отже, використання спектрометрів "нових" типів, дозволяє досліджувати процес низькоенергетичного розсіювання, а ГЕС може бути розглянутий як пристрій, що дозволяє виявляти роль

різних парціальних хвиль при взаємодії електронів з атомами, іонами і поверхнею.

3. В даному розділі розглядається випадок, коли фаза є комплексною

величиною, тобто  $\delta_\ell(E) = \varepsilon_\ell(E) + i\bar{\eta}_\ell(E)$ . Це можливо, коли розсіювання електронів атомом обумовлено комплексним оптичним потенціалом  $V_{opt}(r, E)$ .

Диференціальний переріз  $d\sigma/d\theta$  в (1) пружного розсіювання зв'язаний з

амплітудою пружного розсіювання  $f(E, \theta)$ :

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = |f(E, \theta)|^2. \quad (4)$$

Використовуючи парціально-хвильовий розклад для амплітуди, можна дістати слідуєчий вираз для диференціального перерізу:

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = |f(E, \theta)|^2 = \frac{1}{4k} \left[ \sum_{\ell, \ell'} P_\ell P_{\ell'} (2\ell + 1)(2\ell' + 1) \cdot \left\{ \eta_\ell \eta_{\ell'} - \eta_\ell - \eta_{\ell'} + 1 + 2\eta_\ell \sin^2 \varepsilon_\ell + 2\eta_{\ell'} \sin^2 \varepsilon_{\ell'} - 2\eta_\ell \eta_{\ell'} \sin^2 (\varepsilon_\ell - \varepsilon_{\ell'}) \right\} \right] \quad (5)$$

де  $\eta_\ell = \exp(-2\bar{\eta}_\ell)$ . Підставляючи (5) у (4) та використовуючи (1) можна знайти вираз для  $S(E)$ :

$$S(E) = \sum_i \sigma_{el}^\ell(E) Q_{el}^\ell(E) + \sum_i \frac{\sigma_i^\ell(E)}{\sqrt{2\ell+1}} \sum_{\ell \neq \ell'} \sqrt{2\ell'+1} Q_{\ell\ell'}^\ell(E) - \frac{2\pi}{k^2} \sum_{\ell, \ell \neq \ell'} \sqrt{(2\ell+1)(2\ell'+1)} [\eta_\ell \eta_{\ell'} \sin^2 (\varepsilon_\ell - \varepsilon_{\ell'}) - 1] Q_{\ell\ell'}^\ell(E) \quad (6)$$

де  $\sigma_{el}^\ell(E)$  - парціальний переріз пружного розсіювання. Повний переріз пружного розсіювання є:

$$\sigma_{el}(E) = \sum_\ell \sigma_{el}^\ell(E) = \frac{2\pi}{k^2} \sum_\ell (2\ell+1) [1 - \eta_\ell \cos 2\varepsilon_\ell] - \frac{\pi}{k^2} \sum_\ell (2\ell+1) [1 - \eta_\ell^2] = \sigma_t - \sigma_r \quad (7)$$

$$k^2 = 2E.$$

Тут  $\sigma_t$  - повний переріз розсіювання,  $\sigma_r \equiv \sigma_{abs}$  - повний переріз поглинання (реакції). З (7) випливає, що  $\sigma_t = \sigma_{el} + \sigma_r$ .

Функції  $Q_{\ell\ell'}^\ell(E)$  в (6) зв'язані з поліномами Лежандра  $P_\ell(x)$  в (5):

$$Q_{\ell\ell'}^\ell(E) = \frac{\sqrt{(2\ell+1)(2\ell'+1)}}{2} \int_{x_1}^{x_2} dx P_\ell(x) P_{\ell'}(x). \quad (8)$$

З (5) та (6) бачимо, що диференціальний переріз зв'язаний з поліномами Лежандра  $P_\ell(x)$ , а функція  $S(E)$  - з функціями  $Q_{\ell\ell'}^\ell(E)$ . Таким чином,  $Q_{\ell\ell'}^\ell(E)$  "грають" у  $S(E)$  роль поліномів Лежандра, тобто вони відповідають за кінематику розсіювання, через свій зв'язок з граничними кутами розсіювання  $\theta_1$  та  $\theta_2$ . Для стандартних кутів ( $\theta_1=0$ ,  $\theta_2=\pi$ ) функція  $S(E)$  рівна повному перерізу розсіювання.

Використовуючи дану комплексну модель можна детально досліджувати розсіювання також і за межами першого порогу збудження. У випадку  $\eta_\ell = 1 \rightarrow \bar{\eta}_\ell = 0 \rightarrow \delta_\ell = \varepsilon_\ell$  маємо:  $\sigma_r = 0$ ,  $\sigma_t = \sigma_{el}$ , тобто комплексна модель переходить у дійсну.

Для перших 5-ти парціальних хвиль ( $\ell = 0 \div 4$ ), використовуючи (8), можна отримати слідуєчі вирази для  $Q_{ij}$ :

$$\begin{aligned}
Q_{00} &= \frac{x_2 - x_1}{2}, \quad Q_{11} = \frac{x_2^3 - x_1^3}{2}, \quad Q_{01} = \frac{\sqrt{3} \cdot (x_2^2 - x_1^2)}{4} \\
Q_{22} &= \frac{1}{8} [9(x_2^5 - x_1^5) - 10(x_2^3 - x_1^3) + 5(x_2 - x_1)] \\
Q_{33} &= \frac{1}{8} [25(x_2^7 - x_1^7) - 42(x_2^5 - x_1^5) + 21(x_2^3 - x_1^3)] \\
Q_{44} &= \frac{1}{128} [1225(x_2^9 - x_1^9) - 2700(x_2^7 - x_1^7) + \\
&+ 1998(x_2^5 - x_1^5) - 540(x_2^3 - x_1^3) + 81(x_2 - x_1)] \\
Q_{02} &= \frac{\sqrt{5}}{4} [x_2^3 - x_1^3 - (x_2 - x_1)] \\
Q_{03} &= \frac{\sqrt{7}}{16} [5(x_2^4 - x_1^4) - 6(x_2^2 - x_1^2)] \\
Q_{04} &= \frac{3}{16} [7(x_2^5 - x_1^5) - 10(x_2^3 - x_1^3) + 3(x_2 - x_1)] \\
Q_{12} &= \frac{\sqrt{15}}{16} [3(x_2^4 - x_1^4) - 2(x_2^2 - x_1^2)] \\
Q_{13} &= \frac{\sqrt{21}}{36} [9(x_2^5 - x_1^5) - 11(x_2^3 - x_1^3)] \\
Q_{14} &= \frac{\sqrt{3}}{32} [35(x_2^6 - x_1^6) - 45(x_2^4 - x_1^4) + 9(x_2^2 - x_1^2)] \\
Q_{23} &= \frac{\sqrt{35}}{16} [5(x_2^6 - x_1^6) - 7(x_2^4 - x_1^4) + 3(x_2^2 - x_1^2)] \\
Q_{24} &= \frac{3\sqrt{5}}{32} [15(x_2^7 - x_1^7) - 25(x_2^5 - x_1^5) + 13(x_2^3 - x_1^3) - 3(x_2 - x_1)] \\
Q_{34} &= \frac{\sqrt{7}}{256} [15(x_2^8 - x_1^8) - 1020(x_2^6 - x_1^6) + 630(x_2^4 - x_1^4) - 108(x_2^2 - x_1^2)]
\end{aligned} \tag{9}$$

де  $x_1 = (1 - b/E)^{1/2}$ ,  $x_2 = (1 - a/E)^{1/2}$  для кутів (2), та  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = -(1 - a/E)^{1/2}$  для кутів (3).

4. Значення цих функцій у області енергій  $0,6 \div 1,8$  eB для кутів (2) (при напрузі на аналізаторі  $0,55$  eB) наведені на рис.2а-г. З цих малюнків бачимо дуже цікаву енергетичну поведінку кутових функцій  $Q_{ij}(E)$ . З рис.2а бачимо, що  $Q_{02}(\approx 0,7) = 0$ ,  $Q_{03}(\approx 1,2) = 0$ , а функція  $Q_{04}(\approx 0,7)$  досягає від'ємного мінімуму. З рис.2б бачимо, що  $Q_{12}(\approx 0,75) = 0$ , а

$Q_{14}(\approx 0,8)$  має від'ємний мінімум. Самою цікавою є поведінка функцій  $Q_{2i}$  на рис.2в.  $Q_{22}(\approx 0,75)$  досягає нульового мінімуму.  $Q_{23}(\approx 0,9)$  має від'ємний мінімум, а  $Q_{24}(\approx 0,75) = 0$  та від'ємному мінімуму при  $E = 1,1$  eB. Тобто всі вони в інтервалі енергій  $0,75 - 0,8$  eB мають або нуль, або мінімум, або і те і інше. З рис.2г бачимо, що  $Q_{33}(1,2)$  має широкий нульовий мінімум,  $Q_{34}(\approx 0,75)$  досягає максимальної величини  $0,02$  та дорівнює нулю при  $E = 1,25$  eB.  $Q_{44}(0,8)$  досягає свого максимуму, що дорівнює  $0,2$ .

Максимальна величина значень  $|Q_{ij}|$  на рис.2 не більша за 0,035 на початку

енергетичної шкали та не менша за 0,007 на її кінці.

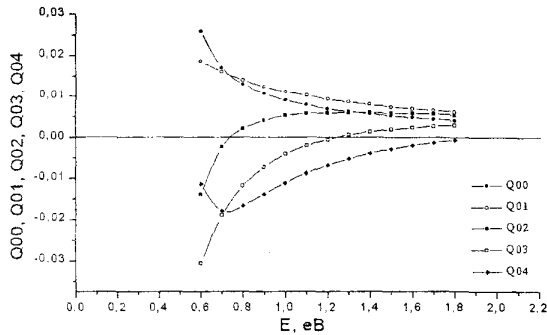


Рис. 2а. Функції  $Q_{0i}$  ( $i=0\div4$ );  $a=0,482$  eB,  $b=0,508$  eB.

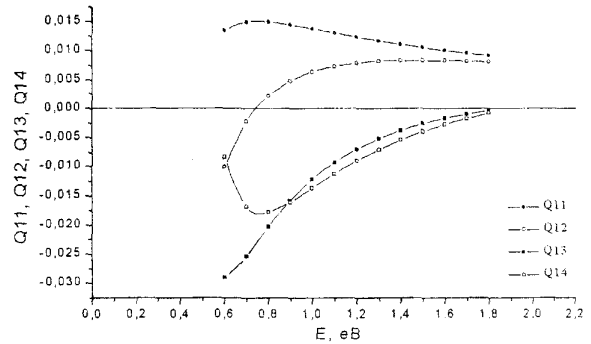


Рис. 2б. Функції  $Q_{1i}$  ( $i=1\div4$ );  $a=0,482$  eB,  $b=0,508$  eB.

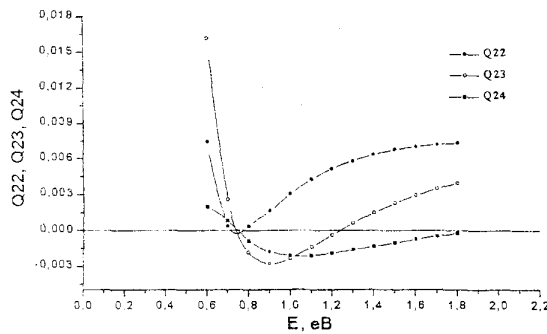


Рис. 2в. Функції  $Q_{2i}$  ( $i=2\div4$ );  $a=0,482$  eB,  $b=0,508$  eB.

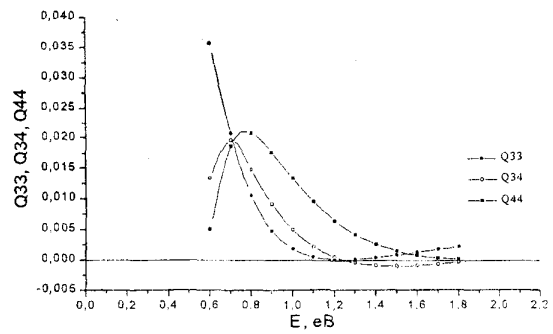


Рис. 2г. Функції  $Q_{33}, Q_{34}, Q_{44}$ ;  $a=0,482$  eB,  $b=0,508$  eB

Як бачимо з рис.2 при енергіях  $0,7\div0,8$  eB функції  $Q_{ij}(E)$  мають особливості. Граничні кути  $\theta_1$  та  $\theta_2$  при цих енергіях охоплюють інтервал  $\approx 50\div 60^\circ$ , в який попадає магічний кут  $54,7^\circ$ , при якому  $P_2(\cos \theta)=0$ . Це є причиною особливостей  $Q_{02}$  та  $Q_{2i}$  ( $i=2\div4$ ), що для  $D$ -резонансу ( $\ell=2$ ) в розсіюванні спричиняє немонотонну поведінку  $S(E)$ .

Поведінка функцій  $Q_{ij}(E)$  на рис.3а-г для енергій більш близьких до порогу пружного розсіювання суттєво змінюється. Кут  $54,7^\circ$  тепер знаходиться в інтервалі при  $E=0,3$  eB, що теж спричиняє особливості функцій  $Q_{2i}$ . Таким чином, прояв  $D$ -резонансу в розсіюванні при  $E=0,3$  eB буде відображено на  $S(E)$ . Абсолютні значення цих функцій як на

початку енергетичної шкали, так і на її кінці значно більші за їх значення на рис.2.

Поведінка функцій  $Q_{ij}(E)$  (рис.4) для інтервалу кутів (3) суттєво відрізняється від їх поведінки на рис.2,3. Особливості функцій  $Q_{ij}(E)$  на рис.4 є відображенням їх інтегральних властивостей. При  $E\approx 0,2\div 0,3$  eB відповідні кути див. на рис.1. Зауважимо, що в цьому випадку їх абсолютна величина дуже велика – від 0,5 на початку шкали до 0,1 наприкінці.

Цей графічний аналіз для рис.2-4 з використанням рис.1 показав, що функції  $Q_{ij}(E)$  мають особливості, які спричиняють немонотонну поведінку енергетичних залежностей  $S(E)$ , яка в

свою чергу може бути обумовленою

резонансним характером розсіювання.

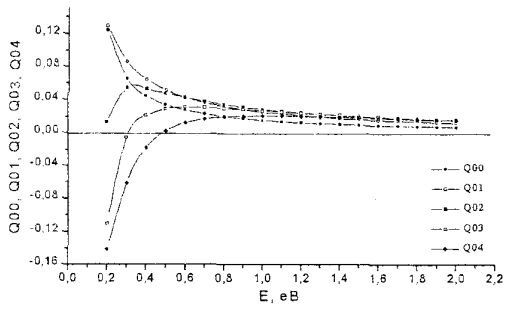


Рис. 3а. Функції  $Q_{0i}$  ( $i=0 \div 4$ );  $a=0,09487$  еВ,  $b=0,1546$  еВ.

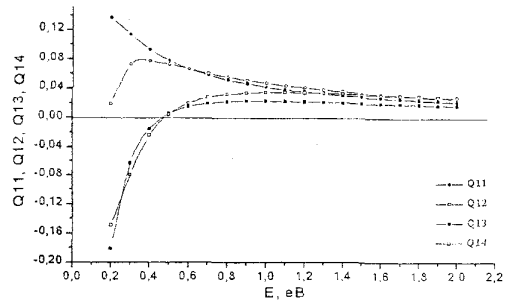


Рис. 3б. Функції  $Q_{1i}$  ( $i=1 \div 4$ );  $a=0,09487$  еВ,  $b=0,1546$  еВ.

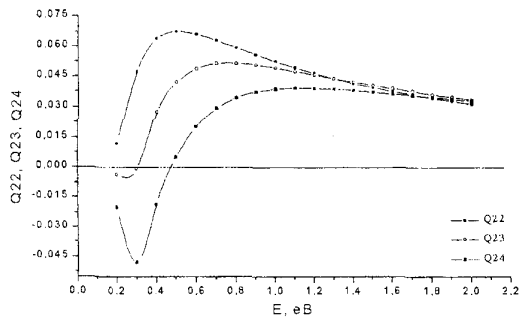


Рис. 3в. Функції  $Q_{2i}$  ( $i=2 \div 4$ );  $a=0,09487$  еВ,  $b=0,1546$  еВ.

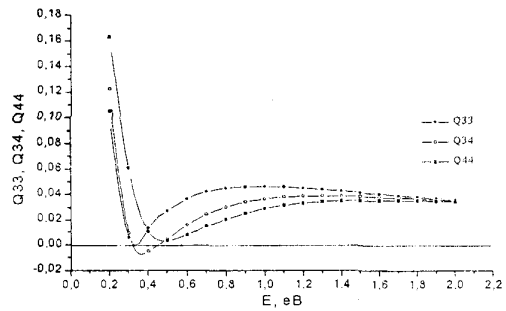


Рис.3г. Функції  $Q_{33}, Q_{34}, Q_{44}$ ;  $a=0,09487$  еВ,  $b=0,1546$  еВ.

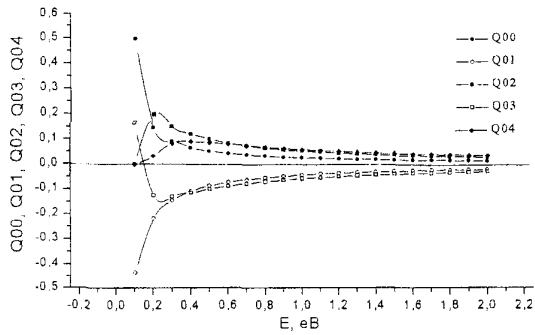


Рис. 4а. Функції  $Q_{0i}$  ( $i=0 \div 4$ );  $a=0,1$  еВ.

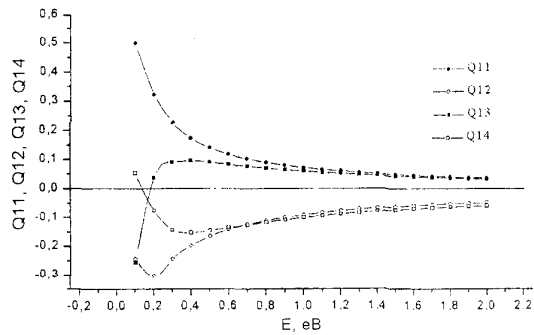


Рис. 4б. Функції  $Q_{1i}$  ( $i=1 \div 4$ );  $a=0,1$  еВ.

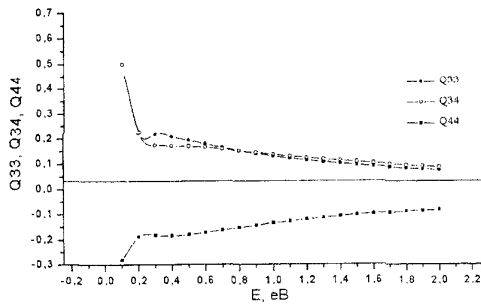
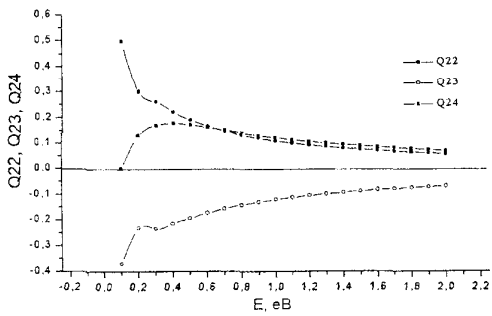


Рис. 4в. Функції  $Q_{2i}$  ( $i=2\div 4$ );  $a=0,1$  еВ.

Рис. 4г. Функції  $Q_{33}, Q_{34}, Q_{44}$ ;  $a=0,1$  еВ.

1. Н.І.Романюк // Дис. ...канд. физ.-мат. наук. 1981. ЛГУ. 256 с.
2. М.И.Романюк, О.Б.Шпенник, Ф.Ф.Папп и др. // УФЖ. 1992. Т.37, № 11. С.1639-1647.
3. M.I. Romanyuk, O.B.Shpenik // Meas. Sci. Technol. 1994. Vol.5. P.238-246.
4. I.V.Chernyshova, J.E Kontros., O.B.Shpenik // 21th Intern. Conf. on Phys. of Elect. and Atom Coll. (ICPEAC). Sindai. Japan. 1999. 22-27 July. P.403.
5. E.Yu Remeta., Yu.Yu.Bilak, L.L.Shimon // 21th Intern. Conf. on Phys. of Elect. and Atom Coll. (ICPEAC). Sindai. Japan. 1999. 22-27 July. P.404.

## KINEMATIC CHARACTERISTICS OF ELASTIC SLOW ELECTRON SCATTERING BY ATOM IN THE ENERGY DEPENDENT INTERVAL OF ANGLES

**Yu.Yu.Bilak**

Uzhgorod State University, 88000, Uzhgorod, Voloshin st., 54

There has been examined analytical expression of the energetic dependence, which is obtained in experiments on scattering of electrons by atoms using hypocycloidal electron spectrometer. There has been made analysis of the functions, that are responsible for kinematic features of scattering and there was obtained their analytical aspect for the first five partial waves. Graphical analysis of these functions has shown, that they have peculiarities which may reveal on the conduct of  $S(E)$ .