

УДК 539.12.01  
 PACS 03.65.Nk, 13.75.Cs, 21.45.Bc  
 DOI 10.24144/2415-8038.2019.46.129-136

В.І. Жаба

Ужгородський національний університет, 88000, Ужгород, вул. Волошина, 54, Україна,  
 e-mail: viktorzh@meta.ua

## Апроксимація фаз розсіяння для потенціалу Argonne v18

Проведено апроксимацію фаз *np*-розсіяння, одержаних для реалістичного феноменологічного нуклон-нуклонного потенціалу Argonne v18. Апроксимаційну функцію використано у якості добре відомого співвідношення квадратичної функції для параболічного типу. Розраховані коефіцієнти цієї функції, що отримані для фазових зсувів за допомогою методу фазових функцій, порівнюються з характеристиками результатів апроксимації фаз розсіяння з оригінальної роботи.

**Ключові слова:** метод фазових функцій, нуклон-нуклонне розсіяння, апроксимація, фазові зсуви, потенціал Argonne v18.

### Вступ

Із експериментально спостережуваних величин отримують у першу чергу інформацію про фази та амплітуди розсіяння, ніж про хвильові функції. Останні є основним об'єктом дослідження при стандартному підході. Тобто в експерименті спостерігаються не самі хвильові функції, а їх зміни, викликані у результаті взаємодії [1]. Тому представляє інтерес отримати і застосувати таке рівняння, що безпосередньо пов'язують фази й амплітуди розсіяння з потенціалом і не знаходять при цьому хвильові функції.

До основних методів розв'язування рівняння Шредінгера з метою отримання фаз розсіяння належать: метод послідовних наближень, Борнівське наближення, метод фазових функцій та ін.

В попередніх роботах [2–7] отримані фази розсіяння для набору нуклон-нуклонних потенціалів Неймегенської та Аргоннської груп. Для знаходження фазових зсувів використовувався метод фазових функцій (МФФ). По отриманих фазах розсіяння були отримані скалярні амплітуди, повні перерізи і парціальні амплітуди розсіяння.

Дана робота присвячена аналізу розрахованих фазових зсувів нуклон-нуклонного розсіяння у різних спінових станах для реалістичного феноменологічного NN- потенціалу Argonne v18 за допомогою методу фазових функцій (результати згідно роботи [8]) та фазових зсувів із оригінальної роботи [9] для цього ж потенціалу.

### Метод фазових функцій

При розсіянні безспінової частинки з енергією  $E$  і орбітальним моментом  $l$  на сферично-симетричному потенціалі  $V(r)$  рівняння Шредінгера для радіальної хвильової функції  $u_l(r)$  має вигляд [1]:

$$u_l'' + \left( k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - U \right) u_l = 0, \quad (1)$$

де  $U(r) = 2mV(r)/\hbar^2$  – перенормований потенціал взаємодії,  $m$  – приведена маса,  $k^2 = 2mE/\hbar^2$  – хвильове число.

МФФ – це особливий, специфічний і спеціальний метод розв'язку радіального рівняння Шредінгера (1). Цей метод є зручний для отримання фаз розсіяння. Це зумовлено тим, що по цьому методу не потрі-

бно спочатку обчислювати в широкій області радіальні хвильові функції, а потім по їх асимптотикам знаходити ці фази.

Двома лінійно незалежними розв'язками вільного рівняння Шредінгера (1) є функції Ріккати-Бесселя  $j_l(kr)$  і  $n_l(kr)$ . Вільному рухові відповідає тільки регулярний у точці  $r=0$  розв'язок  $j_l(kr)$ . У цьому випадку асимптотично при великих значеннях  $r$  розв'язок набуде вигляду

$$u_l(r) \approx \text{const} \cdot \sin(kr - l\pi/2). \quad (2)$$

Наявність потенціалу приводить до того, що тепер в області зникнення потенціалу  $U(r)$  хвильова функція включає добавку  $n_l(kr)$  для нерегулярного розв'язку вільного рівняння. І мірою цієї добавки є саме фаза розсіяння  $\delta_l$  [1]:

$$u_l(r) \approx \text{const} \cdot [j_l(kr) - tg\delta_l \cdot n_l(kr)], \quad (3)$$

$$u_l(r) \rightarrow \text{const} \cdot \sin(kr - l\pi/2 + \delta_l), r \rightarrow \infty.$$

Стандартний і загальноприйнятий метод обчислення фаз розсіяння – це безпосередній розв'язок рівняння Шредінгера (1) з асимптотичною граничною умовою. МФФ – це перехід від рівняння Шредінгера (1) до рівняння для фазової функції. Для цього роблять наступну просту заміну [1, 10]:

$$u_l = A_l [\cos \delta_l \cdot j_l(kr) - \sin \delta_l \cdot n_l(kr)]. \quad (4)$$

Введені дві нові функції  $\delta_l(r)$  і  $A_l(r)$  мають фізичний зміст відповідних фаз розсіяння і констант нормування (або амплітуд) хвильових функцій для розсіяння на визначеній послідовності обрізаних потенціалів. Їх називаються відповідно їх фізичному змісту фазовою й амплітудною функцією. Термін “фазова функція” вперше був використаний у роботі Морзе і Алліса [11]. Після підстановки виразу (4) в рівняння Шредінгера (1) отримують рівняння для фазової й амплітудної функцій з початковими умовами [1, 10]:

$$\delta'_l = -\frac{U}{k} [\cos \delta_l \cdot j_l - \sin \delta_l \cdot n_l]^2, \quad \delta_l(0) = 0; \quad (5)$$

$$A'_l = -\frac{A_l U}{k} [\cos \delta_l \cdot j_l - \sin \delta_l \cdot n_l] [\sin \delta_l \cdot j_l + \cos \delta_l \cdot n_l]; \quad A_l(0) = 1. \quad (6)$$

Фазове рівняння (5) було вперше отримано Друкаревим [12], а потім незалежно у роботах Бергмана, Кінча, Ольсона, Дашена, Колоджера [13]. МФФ виявився зручним при розв'язуванні багатьох практичних задач атомної і ядерної фізики.

В роботі [2] розглянуто асимптотику хвильової функції для одно- і двоканального NN- розсіяння. Асимптотика хвильової функції вже не буде  $\sim r_0^{l+1}$ , а матиме складніший вид і визначатиметься також і поведінкою потенціалу поблизу початку координат. Проведено чисельні розрахунки фазової, амплітудної та хвильової функцій для  $^1S_0$ -,  $^3P_0$ -,  $^3P_1$ - станів  $np$ - системи з використанням потенціалу Argonne v18.

## Апроксимація фаз розсіяння

В оригінальній роботі [9] отримано фази розсіяння для потенціалу Аргоннської групи - Argonne v18. В роботі [8] фазові зсуви  $np$ - розсіяння для нуклон-нуклонного потенціалу Argonne v18 були одержані за допомогою МФФ з використанням чисельних методів Ейлера і Рунге-Кутта (2-5-го порядків) [14, 15].

Згідно детального аналізу [8] можна зробити такі висновки. Порівняння фазових зсувів для  $np$ - розсіяння розрахованих для одного і того ж потенціалу Argonne v18 різними методами вказує на те, що розходження між результатами становить не більше семи відсотків. Порівняння результатів розрахунків фазових зсувів для потенціалу Argonne v18, отриманих за допомогою МФФ, і фазових зсувів для інших потенціальних моделей (наприклад, NijmI, NijmII [16], CD-Vonn [17]) і для парціального хвильового аналізу [16] вказує на те, що відхилення між цими даними становить до десяти відсотків.

Найкраще узгодження з даними фаз розсіяння оригінальної роботи [9] мають результати, отримані по МФФ [8] за допомогою чисельного методу Рунге-Кутта 4-го по-

рядку. Вони і будуть використані для подальшої апроксимації.

Зрештою отримані дані фаз розсіювання [8] можна порівняти з результатами аналізу зразкових NN- потенціалів [18], придатних до бази даних Granada-2013, де був зроблений статистично значущий парціальний хвильовий аналіз для 6713 *np*- і *pp*- даних розсіювання нижче 350 MeV від 1950 до 2013 рр.

Апроксимація для фаз розсіювання для відштовхувального сильносингулярного потенціалу розглянуто в [19]. Це наближення застосоване для цілого діапазону енергії. Отриманий вираз дає правильну граничну поведінку фазових зсувів і буде точним при високих енергій.

Структура Парижського потенціалу в роботі [20] аналізується з точки зору незалежності коефіцієнтів різних компонентів. Крім цього в [20] здійснена апроксимація фаз розсіювання, одержаних для Парижського потенціалу.

В даній роботі було проведено апроксимацію фаз *np*- розсіювання із робіт [8] і [9] для потенціалу Argonne v18. Використано квадратичну функцію параболічного типу, яку М.А. Долгополов, Л.А. Мінін і В.А. Роботкін [20] застосували для фаз розсіювання, отриманих для Парижського потенціалу

$$y_i(x) = a + bx + cx^2. \quad (7)$$

Апроксимація [20] здійснювалась при аргументі  $x = T_{lab} / 100$ .

Розраховані коефіцієнти  $a$ ,  $b$ ,  $c$  для апроксимації фаз *np*- розсіювання для потенціалу Argonne v18 приведено в Таблиці 1.

Для оцінки якості апроксимації фаз розсіювання  $\delta_i$  обчислено величини:

1) середнє квадратичне відхилення для наближення:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_i - y_i(x))^2}{N - P}};$$

2)  $\chi^2$  припадає на степінь вільності функції;

3) коефіцієнт кореляції  $R$ .

Тут  $N$  – кількість точок для апроксимації;  $P=3$  – кількість параметрів функції (7).

Згідно даних Таблиці 1 в межах одного спінового стану важко виявити різницю між коефіцієнтами для апроксимаційного співвідношення (7) та характеристиками апроксимації  $\sigma$ ,  $\chi^2$ ,  $R$ . Тільки можна оцінити для якого із станів апроксимація за допомогою квадратичної функції (7) буде “кращою” або “гіршою”. Зрештою мінімальне значення коефіцієнту кореляції  $R$  буде для  $^3P_0$ - стану, а максимальне – для  $^1D_2$ - стану. Слід зазначити, що  $\chi^2$  буде мінімальним при 100 і більше ітераціях в процесі апроксимації.

На Рис. 1 – Рис. 4 приведені фазові зсуви *np*- розсіювання з роботи [8] (точки) та результати апроксимації цих даних (крива) згідно формули (7). Для наочної ілюстрації вказано дані для чотирьох спінових станів ( $^1S_0$ ,  $^3P_1$ ,  $^1D_2$ ,  $^3D_2$ ).

Аналогічно одержані значення параметрів апроксимаційної функції (7) для потенціалу Reid93 (див. [21]).

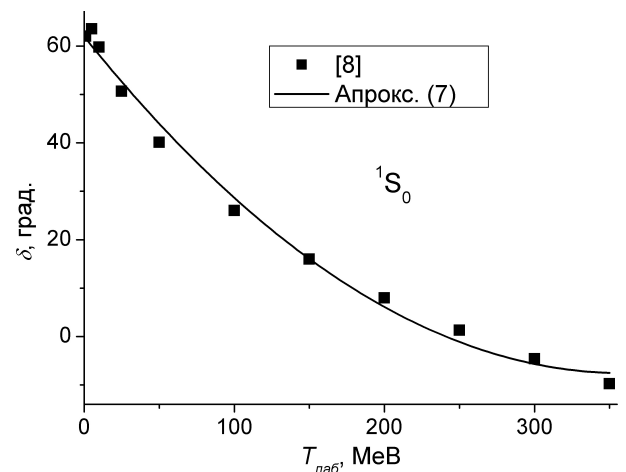


Рис. 1: Фази *np*- розсіювання для  $^1S_0$ - стану.

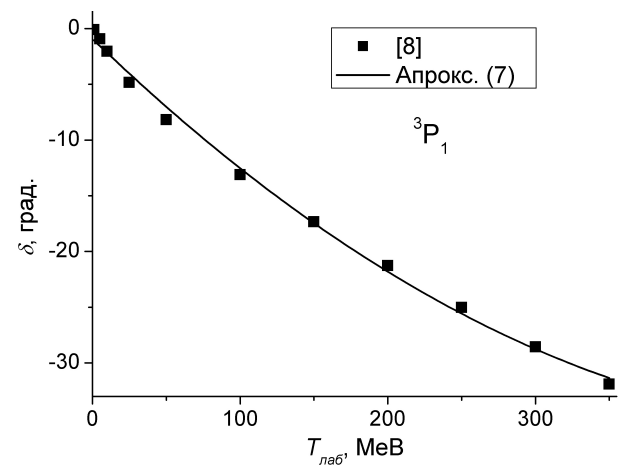


Рис. 2: Фази *np*- розсіювання для  $^3P_1$ - стану.

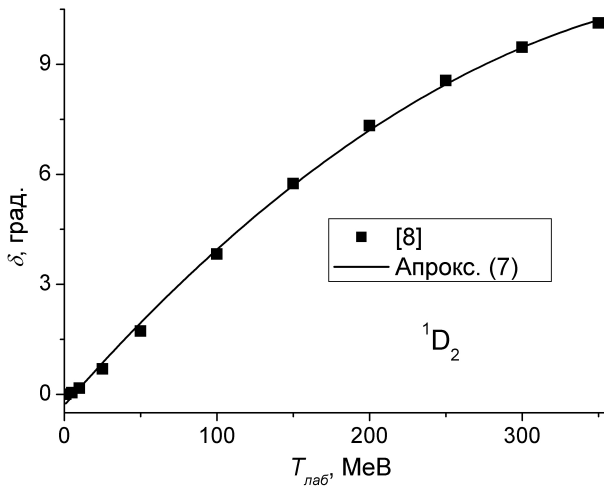


Рис. 3: Фази  $np$ - розсіяння для  $^1D_2$ - стану.

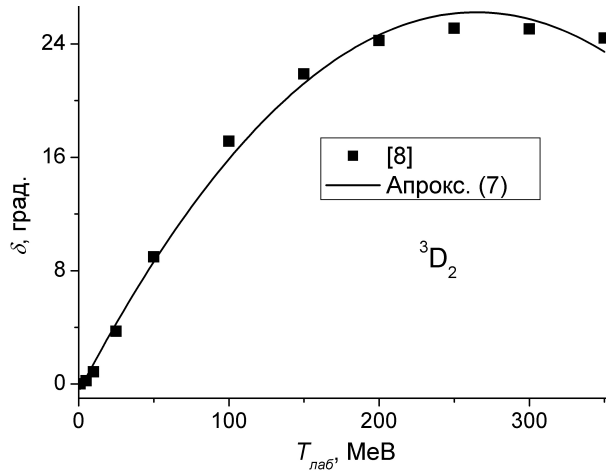


Рис. 4: Фази  $np$ - розсіяння для  $^3D_2$ - стану.

Стан	$\sigma$	$\chi^2$	$R$	$a$	$b$	$c$
$^1S_0$ [8]	2.64373	6.98930	0.99643	61.96412	-38.68333	5.38101
$^1S_0$ [9]	2.65119	7.02882	0.99640	61.94775	-38.67658	5.38657
$^3P_0$ [8]	3.43140	11.77448	0.93072	4.14370	4.92866	-3.21797
$^3P_0$ [9]	3.38773	11.47673	0.93179	4.08172	4.87285	-3.19505
$^1P_1$ [8]	1.25446	1.57368	0.99404	-1.84425	-13.18033	1.64189
$^1P_1$ [9]	1.25669	1.57928	0.99402	-1.83072	-13.17847	1.64190
$^3P_1$ [8]	0.75482	0.56975	0.99830	-0.91664	-12.77924	1.16726
$^3P_1$ [9]	0.75311	0.56718	0.99830	-0.91236	-12.73242	1.15752
$^1D_2$ [8]	0.15959	0.02547	0.99938	-0.29433	4.74141	-0.49716
$^1D_2$ [9]	0.16484	0.02717	0.99933	-0.29980	4.73331	-0.49862
$^3D_2$ [8]	0.84268	0.71011	0.99767	-0.54091	20.23831	-3.82411
$^3D_2$ [9]	0.84703	0.71745	0.99764	-0.54128	20.20412	-3.81545

Табл. 1: Параметри апроксимації фаз  $np$ - розсіяння для потенціалу Argonne v18

## Висновки

В роботі розглянуто метод фазових функцій для задачі одноканального нуклон-нуклонного розсіяння та підсумкові результати застосування даного методу для пошуку фаз розсіяння при використанні потенціалу міжнуклонної взаємодії Argonne v18.

Для апроксимації фаз розсіяння використано квадратичну функцію параболічного типу у виді (7), яка була запропонована в роботі [20]. Порівнюються результати апроксимації фаз  $np$ - розсіяння, одержаних різними методами.

Форма запису фазової функції у зручному виді (7) дозволяє її застосовувати для подальшого розрахунку або перерахунку значень повної скалярної амплітуди, повно-

го перерізу і парціальної амплітуди розсіяння відповідно [1]

$$F(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{i\delta_l} \sin \delta_l P_l(\cos \theta); \quad (8)$$

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l; \quad (9)$$

$$f_l = \frac{1}{k} e^{i\delta_l} \sin \delta_l. \quad (10)$$

При обчисленнях не потрібно буде враховувати фази розсіяння окремо в певній точці енергетичного інтервалу. Після застосування функції (7) до фазових зсувів отримані коефіцієнти згідно Таблиці 1 можна буде використати для розрахунків величин (8)-(10) для будь-якого значення фази в

межах проведеної апроксимації (в даній роботі – в інтервалі енергій  $T_{lab}=0-350$  MeВ). В подальших дослідженнях можна одержати і порівняти коефіцієнти та параметри апроксимації для інших сучасних феноменологічних потенціалів.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Баби́ков В.В. Метод фазовых функций в квантовой механике / В.В. Баби́ков. — Москва: Наука, 1988. — 256 с.
- [2] Жаба В.І. Асимптотики фазової та хвильової функцій / В.І. Жаба // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика. — 2016. — Вип. 40. — С. 106–112.
- [3] Жаба В.І. Розрахунок фаз нуклон-нуклонного розсіяння для потенціалів NijmI, NijmII і Nijm93 за методом фазових функцій / В.І. Жаба // ЖФД. — 2015. — V. 19. — С. 4201.
- [4] Zhaba V.I. The phase-functions method and full cross-section of nucleon-nucleon scattering / V.I. Zhaba // Mod. Phys. Lett. A. — 2016. — V. 31. — P. 1650049.
- [5] Zhaba V.I. The phase-functions method and scalar amplitude of nucleon-nucleon scattering / V.I. Zhaba // Int. J. Mod. Phys. E. — 2016. — V. 25. — P. 1650088.
- [6] Zhaba V.I. Calculation of phases of np-scattering up to  $T_{lab}=3$  GeV for Reid68 and Reid93 potentials on the phase-function method / V.I. Zhaba // Probl. Atom. Sci Tech. — 2016. — V. 5(105). — P. 29–32.
- [7] Жаба В.І. Розрахунок фаз нуклон-нуклонного розсіяння для потенціалу Reid93 за методом фазових функцій / В.І. Жаба // Наукові записки НаУКМА. Фіз.-матем. науки. — 2016. — Вип. 178. — С. 44–48.
- [8] Zhaba V.I. Calculation of phases of np- scattering for potentials Reid93 and Argonne v18 on the phase-function method / V.I. Zhaba // arXiv:nucl-th/1603.05382. — 2016. — 9 p. — Режим доступу: <https://arxiv.org/abs/1603.05382>.
- [9] Wiringa R.B. et al. Accurate nucleon-nucleon potential with charge-independence breaking / R.B. Wiringa et al. // Phys. Rev. C. — 1995. — V. 51. — P. 38–51.
- [10] Баби́ков В.В. Метод фазовых функций в квантовой механике / В.В. Баби́ков // УФН. — 1967. — Т. 92, Вып. 1. — С. 3–26.
- [11] Morse P.M., Allis W.P. The Effect of Exchange on the Scattering of Slow Electrons from Atoms / P.M. Morse, W.P. Allis // Phys. Rev. — 1933. — V. 44. — P. 269–276.
- [12] Друкарев Г.Ф. Об определении фазы волновой функции при рассеянии частиц / Г.Ф. Друкарев // ЖЭТФ. — 1949. — Т. 19, Вып. 3. — P. 247–250.
- [13] Calogero F. A novel approach to elementary scattering theory / F. Calogero // Nuovo Cimento. — 1963. — V. 27, Iss. 1. — P. 261–302.
- [14] Калиткин Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин . — Москва: Наука, 1978. — 512 с.
- [15] Мудров А.Е. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль / А.Е. Мудров . — Томск: РАСКО, 1991. — 272 с.
- [16] Stoks V.G.J. et al. Construction of high quality NN potential models / V.G.J. Stoks et al // Phys. Rev. C. — 1994. — V. 49. — P. 2950–2962.

- [17] Machleidt R. High-precision, charge-dependent Bonn nucleon-nucleon potential / R. Machleidt // Phys. Rev. C. — 2001. — V. 63. — P. 024001.
- [18] Perez R.N., Amaro J.E., Arriola E.R. The low-energy structure of the nucleon-nucleon interaction: statistical versus systematic uncertainties / R.N. Perez, J.E. Amaro, E.R. Arriola // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. — 2016. — V. 43. — P. 114001.
- [19] Calogero F. Approximation for the Phase Shifts Produced by Repulsive Potentials Strongly Singular in the Origin / F. Calogero // Phys. Rev. — 1964. — V. 135. — P. 693–700.
- [20] Dolgoplov M.A., Minin L.A., Rabotkin V.A. Approximation Properties of the Paris Potential of Nucleon-Nucleon Interaction / M.A. Dolgoplov, L.A. Minin, V.A. Rabotkin // Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. — 2017. — V. 81. — P. 1225–1229.
- [21] Zhaba V.I. Approximation of scattering phases for Reid93 potential / V.I. Zhaba // International Journal of Advanced Research in Physical Science. — 2018. — Vol. 5, No. 8. — P. 1–6.

Стаття надійшла до редакції 28.11.2020

В.И. Жабa

Ужгородский национальный университет, 88000, Ужгород, ул. Волошина, 54, Украина,  
e-mail: viktorzh@meta.ua

## Аппроксимация фаз рассеяния для потенциала Argonne v18

Проведена аппроксимация фаз  $np$ - рассеяния, полученных для реалистичного феноменологического нуклон-нуклонного потенциала Argonne v18. Аппроксимационная функция использована в качестве хорошо известного соотношения квадратичной функции для параболического типа. Рассчитанные коэффициенты этой функции, полученные для фазовых сдвигов с помощью метода фазовых функций, сравниваются с характеристиками результатов аппроксимации фаз рассеяния с оригинальной работы.

**Ключевые слова:** метод фазовых функций, нуклон-нуклонное рассеяние, аппроксимация, фазовые сдвиги, потенциал Argonne v18.

V.I. Zhaba

Uzhhorod National University, 88000, Uzhhorod, Voshyna Str., 54, Ukraine, e-mail: viktorzh@meta.ua

## Approximation of scattering phases for Argonne v18 potential

**Purpose.** This article is dedicated to the study of phase shifts for single-channel neutron-proton scattering. The phase shifts, which are obtained in the variable phase approach, are studied. For the approximation of phase shifts, a function

is used in the form of a known formula for a parabolic-type quadratic function  $y(x)=a+bx+cx^2$ , which was proposed by M.A. Dolgoplov, L.A. Minin and V.A. Rabotkin in the study of phase shifts for the Paris potential. It is necessary to find the coefficients  $a, b, c$  for  $y(x)$  when approximating the np- scattering phases for the Argonne v18 potential.

**Methods.** Approximation is used to find the coefficients of the function  $y(x)$ . Find the optimal values of the coefficients  $a, b, c$  at a minimum value  $\chi^2$ .

**Results.** An approximation of the neutron-proton scattering phases obtained by various methods for the phenomenological nucleon-nucleon potential Argonne v18 was made. The calculated coefficients of this function obtained for phase shifts by means of the variable phase approach are compared with the results of the approximation of the scattering phases from the original paper. For illustration graphs are given for phase shifts for four spin states for the  $np$ - system ( $^1S_0, ^3P_1, ^1D_2, ^3D_2$ ).

**Conclusions.** The obtained coefficients for the function  $y(x)$  can be used to calculate the values of the scalar scattering amplitude, the full cross-section and the partial scattering amplitude for any phase value within the energy interval for the approximation carried out. In next studies one can obtain and compare the coefficients and parameters of approximation for scattering phases for other modern phenomenological nucleon-nucleon potentials.

**Keywords:** variable phase approach, nucleon-nucleon scattering, approximation, phase shifts, Argonne v18 potential.

## REFERENCES

- [1] Babikov, V.V. (1988), The phase-function method in quantum mechanics, Science, Moscow, 256 p.
- [2] Zhaba, V.I. (2016), "Asymptotics of phase and wave functions", Uzhhorod Univ. Scien. Herald. Ser. Phys., V. 40, pp. 106 – 112. <https://doi.org/10.24144/2415-8038.2016.40.106-112>
- [3] Zhaba, V.I. (2015), "Calculation of phases of nucleon-nucleon scattering for potentials NijmI, NijmII and Nijm93 on the phase-function method", J. Phys. Stud., V. 19, pp. 4201.
- [4] Zhaba, V.I. (2016), "The phase-functions method and full cross-section of nucleon-nucleon scattering", Mod. Phys. Lett. A, V. 31, pp. 1650049.
- [5] Zhaba, V.I. (2016), "The phase-functions method and scalar amplitude of nucleon-nucleon scattering", Int. J. Mod. Phys. E, V. 25, pp. 1650088.
- [6] Zhaba, V.I. (2016), "Calculation of phases of np-scattering up to  $T_{lab}=3$  GeV for Reid68 and Reid93 potentials on the phase-function method", Probl. Atom. Sci Tech., V. 5(105), pp. 29 – 32.
- [7] Zhaba V. (2016), "Calculation of phases of nucleon-nucleon scattering for potential Reid93 on the phase-functions method", Scientific notes NaUKMA, Physics and mathematics, V. 178, pp. 44 – 48.
- [8] Zhaba, V.I. (2016), "Calculation of phases of np- scattering for potentials Reid93 and Argonne v18 on the phase-function method", arXiv:nucl-th/1603.05382, available at: <https://arxiv.org/abs/1603.05382>.
- [9] Wiringa, R.B. et al. (1995), "Accurate nucleon-nucleon potential with charge-independence breaking", Phys. Rev. C, V. 51, pp. 38 – 51.
- [10] Babikov, V.V. (1967), "The phase-function method in quantum mechanics", Sov. Phys. Usp., V. 10, pp. 271 – 284.
- [11] Morse, P.M., Allis, W.P. (1933), "The Effect of Exchange on the Scattering of Slow Electrons from Atoms", Phys. Rev., V. 44, pp. 269 – 276.

- [12] Drukarev, H.F. (1949), "About determination of phase of wave function at dispersion of particles", ZhETF, V. 19, pp. 247–250.
- [13] Calogero, F (1963), "A novel approach to elementary scattering theory", Nuovo Cimento, V. 27, pp. 261–302.
- [14] Kalitkin, N.N. (1978), Numerical methods, Science, Moscow, 512 p.
- [15] Mudrov, A.E. (1991), Numeral methods for PECM in languages Basic, Fortran and Pascal, RASKO, Tomsk, 272 p.
- [16] Stoks, V.G.J. et al. (1994), "Construction of high quality NN potential models", Phys. Rev. C, V. 49, pp. 2950–2962.
- [17] Machleidt, R. (2001), "High-precision, charge-dependent Bonn nucleon-nucleon potential", Phys. Rev. C, V. 63, pp. 024001.
- [18] Perez, R.N., Amaro, J.E., Arriola, E.R. (2016), "The low-energy structure of the nucleon-nucleon interaction: statistical versus systematic uncertainties", J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., V. 43, pp. 114001.
- [19] Calogero, F. (1964), "Approximation for the Phase Shifts Produced by Repulsive Potentials Strongly Singular in the Origin", Phys. Rev., V. 135, pp. 693–700.
- [20] Dolgoplov, M.A., Minin L.A., Rabotkin V.A. (2017), "Approximation Properties of the Paris Potential of Nucleon-Nucleon Interaction", Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys., V. 81, pp. 1225–1229.
- [21] Zhaba, V.I. (2018), "Approximation of scattering phases for Reid93 potential", International Journal of Advanced Research in Physical Science, V. 5, pp. 1–6.

©Ужгородський національний університет