

УДК 539.12.01, 539.126.4  
 PACS 12.39.-x, 12.39.Pn, 12.40.Yx, 14.40.-n  
 DOI 10.24144/2415-8038.2019.46.107-117

В. Ю. Лазур, В. В. Рубіш, О. К. Рейтій, С. І. Мигалина

ДВНЗ «Ужгородський національний університет», 88000, Ужгород, вул. Волошина, 54, Україна,  
 e-mail: volodymyr.lazur@uzhnu.edu.ua

## Опис спектра мас сімейства $B_c$ -мезонів

Розглянуто спектр мас  $\bar{b}c$ -системи в рамках потенціальних моделей важкого кварконія з екранованим потенціалом взаємодії. Спін-залежні розщеплення енергетичних  $S$ - і  $P$ -рівнів, обумовлені спін-спіновою, спін-орбітальною та тензорною взаємодіями, розраховано в квазірелятивістському наближенні Брейта-Фермі. В ситуації коли надійно експериментально встановлено енергію лише основного синглетного стану сімейства  $B_c$ -мезонів – псевдоскалярного мезона  $B^+(0^-)$ , розраховані значення енергії рівнів  $\bar{b}c$ -системи можуть використовуватись для цілеспрямованого експериментального пошуку інших членів сімейства  $B_c$ -мезонів.

**Ключові слова:** мезони, гамільтоніан Брейта-Фермі, спектр мас, екранований потенціал.

### Вступ

Серед важких кварконіїв особливе місце займає система  $\bar{b}c$  (сімейство  $B_c$ -мезонів), що складається з двох важких кварків різних мас, тобто є системою з відкритими ароматами кварків. На відміну від детально вивчених експериментально [1] і досить точно описаних теоретично [2–6] сімейств чармонію  $c\bar{c}$  і боттомонію  $b\bar{b}$  з прихованими ароматами, властивості важкого кварконію  $\bar{b}c$  внаслідок специфічних механізмів утворення і розпаду залишаються мало вивченими [7].

З точки зору спектроскопії, система  $\bar{b}c$  займає як по масам рівнів, так і по середніх відстанях між важкими кварками проміжне місце між чармонієм  $c\bar{c}$  і боттомонієм  $b\bar{b}$ . Тому методи, які застосовуються для вивчення чармонію і боттомонію (нерелятивістські потенціальні моделі або правила сум КХД) можна поширити і на дослідження властивостей  $B_c$ -мезонів. Опис їх спектра може слугувати тестом самоузгодженості для потенціальних моделей, параметри яких (наприклад, маси кварків, значення константи сильної взаємодії, параметри потенціалів) фіксувалися при фітируванні спектроскопічних даних чармонію та боттомонію.

Таким чином, з одного боку, теоретичні

методи, що застосовуються у фізиці важких кварків, здатні достатньо точно визначати спектроскопічні характеристики  $\bar{b}c$ -системи для того, щоб вести цілеспрямований експериментальний пошук даного важкого кварконія. З іншого боку, вимірювання спектроскопічних даних в сімействі  $B_c$ -мезонів дозволить поліпшити методи і способи знаходження фундаментальних параметрів Стандартної моделі як у фізиці  $B_c$ -мезонів, так і в інших областях фізики важких кварків.

Проте, треба відзначити, що не дивлячись на те, що експериментальні методики на вже діючих детекторах дозволяють виділяти передбачені теорією події з народженням і розпадом  $B_c$ -мезонів, надійно експериментально встановлено лише існування найнижчого синглетного стану  $\bar{b}c$ -системи –  $B^+(0^-)$  [1]: його маса  $M(B^+(0^-)) = 6.2749 \pm 0.0008$  ГеВ, а час життя рівний  $(0.507 \pm 0.009) \cdot 10^{-12}$  с. Є претендент на перший збуджений стан –  $M(B_c(2S)^\pm) = 6.842 \pm 0.004$  ГеВ, але його квантові числа ще точно не встановлені [1].

Попередні теоретичні оцінки мас зв'язаних станів системи важких кварків ( $\bar{b}c$ ) були зроблені в роботах [6, 8], присвячених опису властивостей чармонію ( $c\bar{c}$ ) і боттомонію ( $b\bar{b}$ ), а також в [9]. Більш ґрунтовний ана-

ліз спектроскопії  $B_c$ -мезонів в рамках потенціального підходу та правил сум КХД був проведений в роботах [7, 10–12].

У даній роботі ми розглянемо спектроскопію  $\bar{b}c$ -системи в рамках потенціальних моделей важкого кварконія з екранованим потенціалом взаємодії. Обчислимо в квазірелятивістському наближенні Брейта-Фермі спін-залежні розщеплення енергетичних  $S$ - і  $P$ -рівнів, обумовлені спін-спіновою, спін-орбітальною та тензорною взаємодіями. А також проведемо аналіз залежності величини розщеплення енергетичних рівнів від параметрів міжкваркового потенціалу взаємодії.

## Опис розщеплення рівнів $\bar{b}c$ -кварконію, обумовленого спінами кварків

### Потенціал міжкваркової взаємодії

Для опису спектра мас системи  $\bar{b}c$  в рамках потенціального підходу краще використовувати потенціали, які з одними і тими ж параметрами досить точно описують спектри мас як  $(c\bar{c})$ , так і  $(b\bar{b})$ , тобто, потенціали, параметри яких не залежать від ароматів важких кварків, що входять до складу важкого кварконію.

Повну ефективну кварк-антикваркову взаємодію, слідуючи [5, 13], представимо у вигляді комбінації потенціалу пертурбативного одноглюонного обміну  $V_{coul}(r) = -\xi/r$  (де  $\xi = 4/3\alpha_s$ ,  $\alpha_s$  – константа сильної взаємодії) з далекодійним скалярним  $S_{conf}(r) = (1 - \lambda)v(r)$  та векторним  $V_{conf}(r) = \lambda v(r)$  потенціалами утримання:

$$V(r) = V_{coul}(r) + V_{conf}(r) = (1) \\ = -\xi/r + \lambda(v(r) + V_0),$$

$$S(r) = S_{conf}(r) = (1 - \lambda)(v(r) + V_0). (2)$$

Тут  $V_0$  – константа адитивного зсуву енергії зв'язку, а  $\lambda$  – коефіцієнт змішування векторного та скалярного утримуючих потенціалів ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ). Значення  $\alpha_s$  в однопетльовому наближенні на масштабі імпульсу  $p^2$  визначається виразом

$$\alpha_s(p^2) = 12\pi / [(33 - 2N_f) \ln(p^2/\Lambda^2)], (3)$$

де  $N_f$  – число ароматів кварків, а  $\Lambda = 360$  MeV – параметр КХД. Використовуючи вираз для кінетичної енергії  $\langle T \rangle = \langle p^2 \rangle / (2\mu)$ , де  $\mu$  – приведена маса важких кварків  $c$  і  $b$ , одержуємо

$$\alpha_s(p^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \ln(2\langle T \rangle \mu / \Lambda^2)}. (4)$$

Як показано в [7, 10, 11], кінетична енергія важких кварків є практично постійною величиною, яка не залежить від ароматів важких кварків та квантових чисел збудженого рівня, на якому вони перебувають в системі важкого кварконію. Отже, значення ефективної константи  $\alpha_s$ , в основному, визначається приведеною масою важкого кварконія і може розглядатися приблизно постійним в кожному сімействі мезонів і таким, що змінюється тільки при переході від одного сімейства до іншого.

Для практичних розрахунків необхідно конкретизувати вигляд конфайнментної частини міжкваркового потенціалу  $v(r)$ . В рамках потенціального підходу найбільш часто використовують Корнелський потенціал [6], з яким отримано задовільний опис спектра мас важких кварконіїв [6, 11, 12] та важко-легких мезонів [13, 14]. Проте, в роботі [15] вивчався (розрахунки на решітках КХД) перехід статичної кварк-антикваркової струни в статичну мезон-антимезонну систему, тобто, розрив кольорової струни між кварками. Показано, що він може відбуватися на міжкваркових відстанях порядку 1,25 Фм і приводити до поляризації вакууму КХД та екранування кольорових сил. Підтвердженням екранування міжкваркового потенціалу також вважають спостереження нелінійних адронних траєкторій Редже [16]. До того ж, швидка зміна лінійно зростаючого потенціалу плоским потенціалом добре встановлена в SU(2) теорії Янга-Мілса [17].

Екранований потенціал успішно застосовувався до опису спін-усередненого спектра мас важких мезонів та баріонів [18, 19]. З екранованим потенціалом в [20] отримано детальний опис нуклон-нуклонної взаємодії. У роботах [5, 21–24] із екранованим потенціалом розраховано спін-спінове розщеплення енергетичних рівнів, лептонні ширини та радіаційні розпади важких кварконіїв.

З результатів цих робіт випливає наступне: при однаковій точності розрахованого спектра мас між моделями [21] з екранованим потенціалом та моделями [11, 14], в яких використовують неекранований конфайнмент, існують суттєві відмінності. Найбільш характерними є: екранований потенціал приводить до обмеженості спектра зв'язаних станів кварк-антикваркової системи (скінченно-го числа зв'язаних станів) та іншої енергетичної структури високозбуджених станів. Зокрема, передбачене в [22] число зв'язаних станів знаходиться в повному узгодженні з кількістю експериментально спостережуваних станів. Цей факт, можливо, проливає світло на, так звану, проблему відсутніх резонансів (див. посилання [25]).

З огляду на вище сказане, в подальших розрахунках будемо використовувати просту форму екранованого потенціалу, запропоновану в [5, 22]:

$$V(r) = -\frac{\xi}{r} + \lambda \left( \frac{g^2}{6\pi} \frac{(1 - e^{-\sigma r})}{\sigma} + V_0 \right), \quad (5)$$

$$S(r) = (1 - \lambda) \left( \frac{g^2}{6\pi} \frac{(1 - e^{-\sigma r})}{\sigma} + V_0 \right). \quad (6)$$

Параметри екранованого потенціалу рівні:  $\frac{g^2}{6\pi} = 0,3 \text{ GeV}^2$ ,  $\sigma = 0,054 \text{ GeV}$ .

#### Узагальнений гамільтоніан Брейта-Фермі

Для врахування спін-спінової, спін-орбітальної та тензорної взаємодій, які призводять до розщеплення  $n_r^{2S+1}L$ -рівнів, (де  $n_r$  – радіальне квантове число,  $L$  – орбітальний момент,  $S$  – повний спіновий момент двох кварків), слідуючи роботам [5, 26], будемо використовувати гамільтоніан Брейта-Фермі ( $\hbar = c = 1$ ,  $1 \text{ GeV} = 5.068/\text{Фм}$ ):

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2\mu} + V(r) + S(r) + \hat{H}_{LS} + \hat{H}_{SS} + \hat{H}_T, \quad (7)$$

де  $\mu$  – приведена маса важких кварків  $c$  і  $b$ . Залежні від спіну добавки мають вигляд:

$\hat{H}_{LS}$  – оператор спін-орбітальної взаємодії –

$$\begin{aligned} \hat{H}_{LS} &= \\ &= \frac{1}{4m_c^2 m_b^2} \frac{1}{r} \left\{ \left[ ((m_c + m_b)^2 + 2m_c m_b) \vec{L} \vec{S}_+ \right. \right. \\ &+ (m_b^2 - m_c^2) \vec{L} \vec{S}_- \left. \right] \frac{dV(r)}{dr} - \left[ (m_c^2 + m_b^2) \vec{L} \vec{S}_+ \right. \\ &+ (m_b^2 - m_c^2) \vec{L} \vec{S}_- \left. \right] \frac{dS(r)}{dr} \left. \right\}, \quad (8) \end{aligned}$$

де  $\vec{S}_+ \equiv \vec{S}_c + \vec{S}_b$ ,  $\vec{S}_- \equiv \vec{S}_c - \vec{S}_b$ ,

$$(\vec{L} \vec{S}) = \frac{1}{2} [j(j+1) - l(l+1) - S(S+1)]; \quad (9)$$

$\hat{H}_{SS}$  – оператор спін-спінової взаємодії –

$$H_{SS} = \frac{2}{3m_c m_b} \Delta V(r) \cdot \vec{S}_c \vec{S}_b, \quad (10)$$

де

$$\vec{S}_c \vec{S}_b = \frac{1}{2} S(S+1) - \frac{3}{4} = \begin{cases} -\frac{3}{4}, & S = 0, \\ +\frac{1}{4}, & S = 1; \end{cases} \quad (11)$$

$\hat{H}_T$  – оператор тензорної взаємодії –

$$\hat{H}_T = \frac{1}{12 m_c m_b} \left( \frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr} - \frac{d^2 V(r)}{dr^2} \right) S_{12}, \quad (12)$$

де

$$\begin{aligned} S_{12} &= \frac{4}{(2l+3)(2l-1)} \\ &\times \left[ \vec{L}^2 \vec{S}^2 - \frac{3}{2} \vec{L} \vec{S} - 3(\vec{L} \vec{S})^2 \right]. \quad (13) \end{aligned}$$

З приведених формул бачимо, що найбільш чутливою до лоренц-природи потенціалу міжкваркової взаємодії є спін-орбітальна взаємодія. Лише вона містить адитивні вклади, як від скалярного ( $-S'(r)$ ), так і векторного ( $V'(r)$ ) потенціалів, причому вони входять з протилежними знаками і частково компенсують один одного (див. (8)). Таким чином, відомості про положення та тонке розщеплення рівнів, в сукупності, можуть уже виявити роль кожного з потенціалів  $S(r)$  та  $V(r)$  окремо.

У системі двох взаємодіючих кварків спін-спінова взаємодія приводить (в схемі  $LS$ -зв'язку) до розщеплення рівня з  $L =$

0 на два підрівні  ${}^3S_1$  і  ${}^1S_0$ , що відповідають повному спіну двох кварків 1 та 0. При  $L = 1$ , аналогічно отримуємо синглетний  ${}^1P_1$ -стан, що відповідає повному спіну 0 і триплетний  ${}^3P_J$ -стан ( $J$ -повний момент кварк-антикваркової системи) з повним спіном 1. У свою чергу,  ${}^3P_J$ -рівень за рахунок спін-орбітальної взаємодії розщеплюється на три підрівні:  ${}^3P_0$ ,  ${}^3P_1$  та  ${}^3P_2$ . Вклад у величину розщеплення  ${}^3P_J$ -рівня також дає тензорна взаємодія, в той час як для станів з  $L = 0$  або  $S = 0$  її внесок рівний нулю. У системах, що складаються з кварків різних мас ( $m_q \neq m_{\bar{q}}$ ) додатковий внесок у величину розщеплення між  ${}^3P_J$ - та  ${}^1P_1$ -рівнями дає доданок в операторі спін-орбітальної взаємодії (див. (8)), пропорційний  $\vec{L}\vec{S}_-$ . Крім того, він приводить до змішування станів з однаковим кутовим моментом  $L$ , але різними значеннями сумарного спіну кварк-антикваркової системи  $S$  (наприклад, між  ${}^3P_1$  і  ${}^1P_1$  станами або між  ${}^3D_2$  і  ${}^1D_2$  станами), оскільки в даному випадку зарядова парність вже не є «хорошим» квантовим числом. Таким чином,  $P$ -стан з повним моментом  $J = 1$  є лінійною комбінацією станів  ${}^3P_1$  і  ${}^1P_1$ :

$$\begin{aligned} P' &= {}^1P_1 \cos \theta + {}^3P_1 \sin \theta, \\ P &= -{}^1P_1 \sin \theta + {}^3P_1 \cos \theta, \end{aligned} \quad (14)$$

де  $\theta$  – кут змішування. Деякі автори [7, 11]

$$\begin{aligned} \hat{H}_{LS} &= \frac{1}{4m_c^2m_b^2} \frac{1}{r} \left\{ \left[ ((m_c + m_b)^2 + 2m_cm_b) \vec{L}\vec{S}_+ + (m_b^2 - m_c^2) \vec{L}\vec{S}_- \right] \left( \frac{4\alpha_s}{3r^2} + \lambda \frac{g^2}{6\pi} e^{-\sigma r} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left[ (m_c^2 + m_b^2) \vec{L}\vec{S}_+ + (m_b^2 - m_c^2) \vec{L}\vec{S}_- \right] (1 - \lambda) \frac{g^2}{6\pi} e^{-\sigma r} \right\}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\hat{H}_{SS} = \frac{2}{3m_cm_b} \left[ \frac{16}{3} \pi \alpha_s \delta(\vec{r}) + \lambda \frac{g^2}{6\pi} \left( \frac{2}{r} - \sigma \right) e^{-\sigma r} \right] \vec{S}_c \vec{S}_b, \quad (19)$$

$$\hat{H}_T = \frac{1}{12m_cm_b} \left[ 3 \frac{\alpha_s}{r^3} + \lambda \left( \frac{1}{r} + \sigma \right) \frac{g^2}{6\pi} e^{-\sigma r} \right] S_{12}. \quad (20)$$

## Розрахунок розщеплення $S$ та $P$ -рівнів $\bar{b}c$ -кварконію

Для розрахунку спінових розщеплень  $S$  та  $P$ -рівнів  $\bar{b}c$ -кварконію розглянемо рівняння

вважають за краще використовувати схему  $jj$ -зв'язку, в якій будуть змішуватися стани з різним значенням  $J_c$  ( $\vec{J}_c = \vec{L} + \vec{S}_c$ ) при заданому повному моменті  $J$  ( $\vec{J} = \vec{J}_c + \vec{S}_b$ ). Але оскільки оператори (8)–(13) записані в  $LS$ -базисі, то ми використовуємо позначення рівняння (14). Виявляється, що особливо чутливими до кута змішування між  ${}^3P_1$  і  ${}^1P_1$  є радіаційні переходи  $E1$ . Оскільки процедура визначення кута змішування є неоднозначною, і іноді різні моделі дають кардинально різні результати, то вимірювання радіаційних переходів може стати критерієм для відбору моделей.

Таким чином, гамільтоніан (7), який використовується нами для обчислення величини «тонкого» та «надтонкого» розщеплення  $S$  та  $P$ -рівнів  $B_c$ -мезонів, з потенціалами (5) (6) набуває вигляду:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{W}, \quad (15)$$

де

$$\hat{H}_0 = -\frac{1}{2\mu} \Delta + \left( -\frac{4\alpha_s}{3r} + \frac{g^2}{6\pi} \frac{(1 - e^{-\sigma r})}{\sigma} \right), \quad (16)$$

$$\hat{W} = \hat{H}_{LS} + \hat{H}_{SS} + \hat{H}_T, \quad (17)$$

а оператори  $\hat{H}_{SS}$ ,  $\hat{H}_{LS}$  та  $\hat{H}_T$  мають вигляд:

Шредінгера з гамільтоніаном (15)–(17):

$$\left( \hat{H}_0 + \hat{W} \right) \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r}). \quad (21)$$

Представимо хвильову функцію  $\Psi(\vec{r})$  у вигляді розкладу за повним ортонормованим

набором власних функцій  $\varphi_n$  незбуреного гамільтоніана  $\hat{H}_0$

$$\Psi(\vec{r}) = \sum_n a_n \varphi_n(\vec{r}),$$

$$\hat{H}_0 \varphi_n(\vec{r}) = E^0 \varphi_n(\vec{r}). \quad (22)$$

Після підстановки (22) у (21), ми одержуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для коефіцієнтів розкладу  $a_n$ , що повинна бути обмежена для розумно-великого  $n$ :

$$\left. \begin{aligned} a_1(E - E_1^0 - W_{11}) - a_2 W_{12} - \dots - a_n W_{1n} &= 0 \\ -a_1 W_{21} + a_2(E - E_2^0 - W_{22}) - \dots - a_n W_{2n} &= 0 \\ \dots &\dots \\ -a_1 W_{n1} - a_2 W_{n2} - \dots + a_n(E - E_n^0 - W_{nn}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

де

$$W_{ij} = \langle \varphi_i | \hat{W} | \varphi_j \rangle.$$

Система (23) має нетривіальний розв'язок, коли визначник, складений із співмножників при  $a_n$ , рівний нулю

$$\begin{vmatrix} E + E_1^0 + W_{11} & W_{12} & \dots & W_{1n} \\ W_{21} & E + E_2^0 + W_{22} & \dots & W_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{n1} & W_{n2} & \dots & E + E_n^0 + W_{nn} \end{vmatrix} = 0. \quad (24)$$

Визначник у лівій частині (24) може бути знайдений методом діагоналізації. В результаті одержимо алгебраїчне рівняння для знаходження енергії  $E$ .

Базисні функції  $\varphi_i$  та матричні елементи  $W_{ij}$  у даній роботі розраховувались чисельно. При проведенні розрахунків враховано 6 конфігураційних станів в розкладі (22) (число конфігурацій збільшували до тих пір, поки різниця між двома послідовними наближеннями не досягала наперед заданої точності).

Попередні результати розрахунків показали (як і результати представлені в [11]), що кут змішування  $\theta$  між рівнями  ${}^3P_1$  і  ${}^1P_1$  є малим  $\sim 2^\circ$ , і можна з великою ймовірністю вважати, що  $P'$  є чистим  ${}^1P_1$ -станом, а  $P$  – чистим  ${}^3P_1$ -станом (див. формулу (14)). Тому, надалі, в таблицях 1, 2 ми використовуємо спектроскопічні позначення незмішаних станів  $P'$  і  $P$ , а позначення відповідних їм чистих станів  ${}^1P_1$  і  ${}^3P_1$ .

При обчисленні матричних елементів від оператора спінової взаємодії, інтегрування першого доданка в (19), що походить від кулоноподібного потенціалу одноглюонного обміну і містить  $\delta(\vec{r})$ -функцію,

приводить до  $|\Psi(0)|^2$ . А оскільки, хвильова функція  $P$ -стану в нулі рівна нулю, то вклад від кулоноподібного потенціалу у розщеплення  $P$ -станів рівний нулю. Таким чином, в розщеплення між рівнями  ${}^3P_J$  та  ${}^1P_1$ , що обумовлене спіно-спіною взаємодією, внесок дає лише векторна конфайментна частина екранованого потенціалу. Відоме експериментальне значення величини розщеплення  ${}^3P_J - {}^1P_1$  дало б можливість точніше встановити співвідношення між векторною та скалярною частинами конфайментного потенціалу.

Як вже було зазначено у вступі, на даний час експериментально достовірно встановлено (див. [1]) лише масу основного псевдоскалярного  $1^1S_0(0^-)$ -стану  $\bar{b}c$ -системи, тому одержані в даній роботі маси інших станів порівнюються з результатами розрахунків на решітках [27] та розрахованіми у інших підходах [12].

Слід відмітити, що основні параметри потенціалів (5) (6) та маси  $b$  і  $c$  кварків, взяті з робіт [5, 18], в яких одержано спектри мас боттомонію і чармонію, що добре узгоджуються з експериментальними даними:  $g^2/(6\pi) = 0,3 \text{ GeV}^2$ ,  $\sigma = 0,054 \text{ GeV}$ ,

$m_b = 5,05$  GeV,  $m_c = 1,675$  GeV.

Результати розрахунків розщеплення  $S$ - та  $P$ -рівнів сімейства  $B_c$ -мезонів, обумовлені спіновою, спіно-орбітальною та тензорною взаємодіями представлено в таблиці 1 (значення енергій приведено в GeV, а  $\alpha_s = 0.343$ ,  $V_0 = -0.770$  GeV,  $\lambda = 0, 3$ ). Наші результати наведено в другому стовпці. Розрахунки спектра мас  $B_c$ -мезона проводились як з урахуванням зміни ефективної константи сильної взаємодії при переході від основного рівня до вищих збуджених, так і з однаковим значенням  $\alpha_s = 0.343$  (відповід-

но до формули (4)) для всіх рівнів. Було виявлено, що відмінність між одержаними спектрами є незначною. Таким чином, можна прийти до висновку, що константа сильної взаємодії  $\alpha_s$  в межах сімейства  $B_c$ -мезонів змінюється дуже слабо і її можна вважати приблизно сталою. Це, в свою чергу, вказує на те, що, як і у випадку чармонію ( $c\bar{c}$ ) і ботомонію ( $b\bar{b}$ ) [7, 10, 11], кінетична енергія важких кварків в сімействі  $B_c$ -мезонів є практично постійною величиною і не залежить від квантових чисел збудженого рівня, на якому вони перебувають.

Табл. 1: Передбачення для енергій (в GeV)  $S$ - та  $P$ -рівнів сімейства  $B_c$ -мезонів (\* – дана робота).

Стан	*	[12]	[27]
$1^1S_0$	6.200	6.271	$6.280 \pm 190$
$1^3S_1$	6.329	6.338	$6.321 \pm 20$
$2^1S_0$	6.918	6.855	$6.960 \pm 80$
$2^3S_1$	6.989	6.887	$6.990 \pm 80$
$3^1S_0$	7.389	7.250	
$3^3S_1$	7.444	7.272	
$1^3P_0$	6.713	6.706	$6.727 \pm 30$
$1^3P_1$	6.775	6.741	$6.743 \pm 30$
$1^3P_2$	6.814	6.768	$6.783 \pm 30$
$1^1P_1$	6.793	6.750	$6.765 \pm 30$
$2^3P_0$	7.216	7.122	
$2^3P_1$	7.265	7.145	
$2^3P_2$	7.299	7.164	
$2^1P_1$	7.282	7.150	
$3^3P_0$	7.612		
$3^3P_1$	7.655		
$3^3P_2$	7.686		
$3^1P_1$	7.607		

З таблиці 1 видно, що наші результати, маючи передбачувальний характер, узгоджуються, в межах точності потенціальних моделей, з результатами робіт [12] та [27]. Проте, є і деякі відмінності. Зокрема, як впливає з таблиці 2, розщеплення рівнів, обумовлене спіновою взаємодією, (між  $^3S_1$  і  $^1S_0$ ) в нашій моделі приблизно в 2 рази більше за відповідне розщеплення, одержане в [12]. Наші передбачення величини розщеплення рівнів в середині триплету  $^3P_J$ , обумовленого спіно-орбітальною та тензорною взаємодіями, в 1.7 разів перевищують

відповідні результати роботи [12]. Це можна пояснити наступним чином: в нашій моделі оператори спіно-орбітальної (18), спіно-спінової (19) та тензорної (20) взаємодій містять внески як від векторного кулоноподібного потенціалу, так і від векторного конфайнментного потенціалу (див. (5)), в той час як, в моделі [12] розглядається чисто скалярний конфайнмент. Ці додаткові внески від векторного конфайнментного потенціалу і призводять до збільшення величини розщеплення рівнів.

Табл. 2: Величина розщеплення (в ГеВ)  $S$ - та  $P$ -рівнів сімейства  $B_c$ -мезонів (\* – дана робота).

$n_r L_J - n_r L_{J'}$	*	$\Delta E$		$n_r L_J - n_r L_{J'}$	*	$\Delta E$	
		[12]	[27]			[12]	[27]
$1^3 S_1 - 1^1 S_0$	0.128	0.067	0.041	$1^3 P_2 - 1^3 P_1$	0.040	0.027	0.040
$2^3 S_1 - 2^1 S_0$	0.071	0.032	0.030	$1^3 P_2 - 1^3 P_0$	0.101	0.062	0.056
$3^3 S_1 - 3^1 S_0$	0.055	0.022		$1^3 P_1 - 1^3 P_0$	0.061	0.035	0.016
				$1^1 P_1 - 1^3 P_1$	0.019	0.009	0.022
$n_r L_J - n_r L_{J'}$		$\Delta E$		$n_r L_J - n_r L_{J'}$		$\Delta E$	
		*	[12]			*	
$2^3 P_2 - 2^3 P_1$		0.034	0.019	$3^3 P_2 - 3^3 P_1$		0.031	
$2^3 P_2 - 2^3 P_0$		0.083	0.042	$3^3 P_2 - 3^3 P_0$		0.074	
$2^3 P_1 - 2^3 P_0$		0.049	0.023	$3^3 P_1 - 3^3 P_0$		0.042	
$2^1 P_1 - 2^3 P_1$		0.018	0.005	$3^1 P_1 - 3^3 P_1$		0.017	

## Висновки

Метою даної роботи був розрахунок спектра мас  $\bar{b}c$ -системи (сімейство  $B_c$ -мезонів) в рамках потенціальних моделей важкого кварконія. Зокрема, у квазірелятивістському наближенні Брейта-Фермі було розраховано спінові розщеплення  $S$ - та  $P$ -енергетичних рівнів, обумовлені спін-спіною, спін-орбітальною та тензорною взаємодіями з екранованим потенціалом взаємодії.

Встановлено, що енергії рівнів та величини «тонкого» та «надтонкого» розщеплень суттєво залежить від значення параметра змішування  $\lambda$  скалярного та векторного далекодійних потенціалів екранованого типу та константи сильної взаємодії  $\alpha_s$  (значення якої в межах сімейства  $B_c$ -мезонів майже не змінюється). Збільшення внеску лоренц-

векторного потенціалу в оператори спін-орбітальної (18), спін-спінової (19) та тензорної (20) взаємодій призводить до збільшення величини розщеплення енергетичних рівнів.

Одержане значення параметра змішування  $\lambda = 0.3$  вказує на те, що конфайментний екранований потенціал має переважно скалярну Лоренц-природу (близько 70%), а кулоноподібний потенціал одноглюонного обміну є чисто Лоренц-вектором.

Отримані результати по спектру мас сімейства  $B_c$ -мезонів носять передбачувальний характер і узгоджуються (при  $\lambda = 0.3$ ,  $\alpha_s = 0.343$ ) в межах точності потенціальних моделей, як з результатами розрахунків відповідних характеристик на решітках, так і отриманими в інших підходах.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Tanabashi M. Review of Particle Physics (Particle Data Group) / M. Tanabashi [et al.] // Phys. Rev. D. — 2018. — V. 98. — P. 030001.
- [2] Novikov V.A. Charmonium and gluons / V.A. Novikov, L.B. Okun, M.A. Shifman, A.I. Vainshtein, M.B. Voloshin, M.B. Zakharov // Phys. Rep. C. — 1978. — V. 41. — P. 1–133.
- [3] Bykov A.A. Potential models of quarkonium / A.A. Bykov, I.M. Dremin, A.V. Leonidov // Sov. Phys. Usp. — 1984. — V. 27. — P. 321–338.
- [4] Lengyel V. The role of relativistic kinematics in describing two-quark systems / V. Lengyel, V. Rubish, Yu. Fekete, S. Chalupka, M. Salak // Cond. Matter Phys. — 1998. — V. 1. — P. 575–585.

- [5] Lengyel V. Use of the configuration interaction method to describe «fine»-splitting in the bound two-quark system / V. Lengyel, V. Rubish, A. Shpenik // Ukr. J. Phys. — 2002. — V. 47. — P. 508–513.
- [6] Eichten E. Charmonium: The model / E. Eichten, K. Gottfried, T. Kinoshita, K.D. Lane, T.-M. Yan // Phys. Rev. D. — 1978. — V. 17. — P. 3090–3117; Eichten E. Charmonium: Comparison with experiment / E. Eichten, K. Gottfried, T. Kinoshita, K.D. Lane, T.-M. Yan // Phys. Rev. D. — 1980. — V. 21. — P. 203–233.
- [7] Gershtein S.S. Physics of  $B_c$ -mesons / S.S. Gershtein, V.V. Kiselev, A.K. Likhoded, A.V. Tkabladze // Phys. Usp. — 1995. — V. 38. — P. 1–37.
- [8] Godfrey S. Mesons in a relativized quark model with chromodynamics / S. Godfrey, N. Isgur // Phys. Rev. D. — 1985. — V. 32. — P. 189–231.
- [9] Gershtein S.S. General characteristics of  $B_c$ -mesons: production mechanisms and decays / S.S. Gershtein, A.K. Likhoded, S.R. Slabospitsky // Int. J. Mod. Phys. A. — 1991. — V. 6. — P. 2309–2329.
- [10] Bagan E. Hadrons with charm and beauty / E. Bagan, H.G. Dosch, P. Godzinsky, S. Narison, J.-M. Richard // Zeitschrift für Physik C. — 1994. — V. 64. — P. 57–71.
- [11] Eichten E. Mesons with beauty and charm: Spectroscopy / E. Eichten, Ch. Quigg // Phys. Rev. D. — 1994. — V. 49. — P. 5845–5856.
- [12] Godfrey S. Spectroscopy of  $B_c$  mesons in the relativized quark model / S. Godfrey // Phys. Rev. D. — 2004. — V. 70. — P. 054017.
- [13] Lazur V.Yu. Quasiclassical theory of the Dirac equation with a scalar-vector interaction and its applications in the physics of heavy-light mesons / V.Yu. Lazur, O.K. Reity, V.V. Rubish // Phys. Rev. D. — 2011. — V. 83. — P. 076003.
- [14] Godfrey S. Properties of excited charm and charm-strange mesons / S. Godfrey, K. Moats // Phys. Rev. D. — 2016. — V. 93. — P. 034035.
- [15] Bali G.S. Observation of string breaking in QCD / G.S. Bali, H. Neff, T. Düssel, T. Lippert, K. Schilling (SESAM Collab.) // Phys. Rev. D. — 2005. — V. 71. — P. 114513.
- [16] Brisudová M.M. Effective functional form of Regge trajectories / M.M. Brisudová, L. Burakovsky, T. Goldman // Phys. Rev. D. — 2000. — V. 61. — P. 054013.
- [17] Stephenson P.W. Breaking of the adjoint string in 2+1 dimensions / P.W. Stephenson // Nucl. Phys. B. — 1999. — V. 550. — P. 427–448.
- [18] Chikovani Z.E. Dipole gluon propagator and quarkonium spectroscopy / Z.E. Chikovani, L.L. Jenkovszky, F. Paccanoni // Mod. Phys. Lett. A. — 1991. — V. 6. — P. 1409–1414.
- [19] Yubing D. Effects of different kinds of confinement potentials and configuration space on  $N$  and Delta spectra / D. Yubing, Yu. Youwen // High Energy Phys. Nucl. Phys. — 1993. — V. 17. — P. 191–198.
- [20] Valcarce A. Spin-orbit force in a quark model based nucleon-nucleon potential / A. Valcarce, A. Buchmann, F. Fernández, A. Faessler // Phys. Rev. D. — 1995. — V. 51. — P. 1480–1487.
- [21] González P. Heavy meson description with a screened potential / P. González, A. Valcarce, H. Garcilazo, J. Vijande // Phys. Rev. D. — 2003. — V. 68. — P. 034007.



- [22] Vijande J. Screened potential and the baryon spectrum / J. Vijande, P. González, H. Garcilazo, A. Valcarce // Phys. Rev. D. — 2004. — V. 69. — P. 074019.
- [23] Segovia J. Bottomonium spectrum revisited / J. Segovia, P.G. Ortega, D.R. Entem, F. Fernández // Phys. Rev. D. — 2016. — V. 93. — P. 074027.
- [24] Wang J.-Z. Constructing  $J/\psi$  family with updated data of charmoniumlike  $Y$  states / J.-Z. Wang, D.-Y. Chen, X. Liu, T. Matsuki // Phys. Rev. D. — 2019. — V. 99. — P. 114003.
- [25] Capstick S. Quark models of baryon masses and decays / S. Capstick, W. Roberts // Prog. Part. Nucl. Phys. — 2000. — V. 45. — P. S241 – S331.
- [26] Lucha W. Bound states of quarks / W. Lucha, F.F. Schöberl, D. Gromes // Phys. Rep. — 1991. — V. 200. — P. 127 – 240.
- [27] Davies C.T.H.  $B_c$  spectroscopy from lattice QCD / C.T.H. Davies, K. Hornbostel, G.P. Lepage, A.J. Lidsey, J. Shigemitsu, J. Sloan // Phys. Lett. B. — 1996. — V. 382. — P. 131 – 137.

Стаття надійшла до редакції 26.11.2019

В. Ю. Лазур, В. В. Рубиш, А. К. Рейтий, С. И. Мигалина

ГБУЗ «Ужгородский национальный университет», 88000, Ужгород, ул. Волошина, 54, Украина,  
e-mail: volodymyr.lazur@uzhnu.edu.ua

## Описание спектра масс семейства $B_c$ -мезонов

Рассмотрен спектр масс  $\bar{b}c$ -системы в рамках потенциальных моделей тяжелого кваркония с экранированным потенциалом взаимодействия. Спин-зависимые расщепления энергетических  $S$ - и  $P$ -уровней, обусловленные спин-спиновым, спин-орбитальным и тензорным взаимодействиями, рассчитаны в квазирелятивистском приближении Брейта-Ферми. В ситуации, когда надежно экспериментально установлена энергия только основного синглетного состояния семейства  $B_c$ -мезонов – псевдоскалярного мезона  $B^+(0^-)$ , рассчитанные значения энергии уровней  $\bar{b}c$ -системы могут использоваться для целенаправленного экспериментального поиска других членов семейства  $B_c$ -мезонов.

**Ключевые слова:** мезоны, гамильтониан Брейта-Ферми, спектр масс, экранированный потенциал.

V.Yu. Lazur, V.V. Rubish, O.K. Reity, S.I. Myhalyna

SU «Uzhhorod National University», 88000, Uzhhorod, Voshyna St., 54, Ukraine,  
e-mail: volodymyr.lazur@uzhnu.edu.ua

## Description of mass spectrum of $B_c$ -meson family

**Purpose.** Calculation of the spectrum of masses of system  $\bar{b}c$  consisting of two heavy  $b$  and  $c$  quarks ( $B_c$  mesons family) within the potential models of heavy quarkonium. In particular, to calculate the spin-dependent splitting of the energy  $S$  and  $P$  levels of a given of heavy mesons family. Investigate the dependence of the energy splitting magnitude on the parameters of the interaction potential between the quarks.

**Methods.** The spin-dependent splittings of the  $S$  and  $P$  energy levels caused by spin-spin, spin-orbital and tensor interactions in the framework of the Breit-Fermi quasi-relativistic approximation with the screened quark interaction

potential are calculated. Wave functions and matrix elements of spin-spin, spin-orbital and tensor interactions were calculated numerically.

**Results.** It is found that the energies of the  $S$  and  $P$  levels and the magnitude of the «fine» and «hyperfine» splitting depend essentially on the mixing constant  $\lambda$  of scalar and vector long-range screening potential and the constant of the strong interaction  $\alpha_s$  (whose value is almost unchanged within the  $B_c$  meson family). Increasing the contribution of the Lorentz vector potential to operators of spin-orbital, spin-spin and tensor interactions leads to increase of the magnitude of the corresponding splittings of energy levels. The obtained value of the mixing constant  $\lambda = 0.3$  indicates that the confined screened potential has a predominantly scalar Lorentz nature (about 70 %), and the Coulomb-like potential of one-gluon exchange is purely a Lorentz vector.

**Conclusions.** The calculated energy levels of the system  $\bar{b}c$  can be used for experimental search for  $B_c$  mesons.

**Keywords:** mesons, Breit-Fermi hamiltonian, mass spectrum, screening potential.

## REFERENCES

- [1] Tanabashi, M. [et al.] (2018), «Review of Particle Physics» (Particle Data Group), Phys. Rev. D, V. 98, pp. 030001.
- [2] Novikov, V.A., Okun, L.B., Shifman, M.A., Vainshtein, A.I., Voloshin, M.B., Zakharov M.B. (1978), «Charmonium and gluons», Phys. Rep. C, V. 41, pp. 1 – 133.
- [3] Bykov, A.A., Dremin, I.M., Leonidov, A.V. (1984), «Potential models of quarkonium», Sov. Phys. Usp., V. 27, pp. 321 – 338.
- [4] Lengyel, V., Rubish, V., Fekete, Yu., Chalupka, S., Salak, M. (1998), «The role of relativistic kinematics in describing two-quark systems», Cond. Matter Phys., V. 1, pp. 575 – 585.
- [5] Lengyel, V., Rubish, V., Shpenik, A. (2002), «Use of the configuration interaction method to describe «fine»-splitting in the bound two-quark system», Ukr. J. Phys., V. 47, pp. 508 – 513.
- [6] Eichten, E., Gottfried, K., Kinoshita, T., Lane, K.D., Yan, T.-M. (1978), «Charmonium: The model», Phys. Rev. D, V. 17, pp. 3090 – 3117; Eichten, E., Gottfried, K., Kinoshita, T., Lane, K.D., Yan, T.-M. (1980), «Charmonium: Comparison with experiment», Phys. Rev. D, V. 21, pp. 203 – 233.
- [7] Gershtein, S.S., Kiselev, V.V., Likhoded, A.K., Tkabladze, A.V. (1995), «Physics of  $B_c$ -mesons», Phys. Usp., V. 38, pp. 1 – 37.
- [8] Godfrey, S., Isgur, N. (1985), «Mesons in a relativized quark model with chromodynamics», Phys. Rev. D, V. 32, pp. 189 – 231.
- [9] Gershtein, S.S., Likhoded, A.K., Slabospitsky, S.R. (1991), «General characteristics of  $B_c$ -mesons: production mechanisms and decays», Int. J. Mod. Phys. A, V. 6, pp. 2309 – 2329.
- [10] Bagan, E., Dosch, H.G., Godzinsky, P., Narison, S., Richard, J.-M. (1994), «Hadrons with charm and beauty», Zeitschrift für Physik C, V. 64, pp. 57 – 71.
- [11] Eichten, E., Quigg, Ch. (1994), «Mesons with beauty and charm: Spectroscopy», Phys. Rev. D, V. 49, pp. 5845 – 5856.
- [12] Godfrey, S. (2004), «Spectroscopy of  $B_c$  mesons in the relativized quark model», Phys. Rev. D, V. 70, pp. 054017.
- [13] Lazur, V.Yu., Reity, O.K., Rubish, V.V. (2011), «Quasiclassical theory of the Dirac equation with a scalar-vector interaction and its applications in the physics of heavy-light mesons», Phys. Rev. D, V. 83, pp. 076003.

- [14] Godfrey, S., Moats, K. (2016), «Properties of excited charm and charm-strange mesons», *Phys. Rev. D*, V. 93, pp. 034035.
- [15] Bali, G.S., Neff, H., Düssel, T., Lippert, T., Schilling, K. (SESAM Collab.) (2005), «Observation of string breaking in QCD» *Phys. Rev. D*, V. 71, pp. 114513.
- [16] Brisudová, M.M., Burakovsky, L., Goldman, T. (2000), «Effective functional form of Regge trajectories», *Phys. Rev. D*, V. 61, pp. 054013.
- [17] Stephenson, P.W. (1999), «Breaking of the adjoint string in 2+1 dimensions», *Nucl. Phys. B*, V. 550, pp. 427–448.
- [18] Chikovani, Z.E., Jenkovszky, L.L., Paccanoni, F. (1991), «Dipole gluon propagator and quarkonium spectroscopy», *Mod. Phys. Lett. A*, V. 6, pp. 1409–1414.
- [19] Yubing, D., Youwen, Yu. (1993), «Effects of different kinds of confinement potentials and configuration space on  $N$  and Delta spectra», *High Energy Phys. Nucl. Phys.*, V. 17, pp. 191–198.
- [20] Valcarce, A., Buchmann, A., Fernández, F., Faessler, A. (1995), «Spin-orbit force in a quark model based nucleon-nucleon potential», *Phys. Rev. D*, V. 51, pp. 1480–1487.
- [21] González, P., Valcarce, A., Garcilazo, H., Vijande, J. (2003), «Heavy meson description with a screened potential», *Phys. Rev. D*, V. 68, pp. 034007.
- [22] Vijande, J., González, P., Garcilazo, H., Valcarce, A. (2004), «Screened potential and the baryon spectrum», *Phys. Rev. D*, V. 69, pp. 074019.
- [23] Segovia, J., Ortega, P.G., Entem, D.R., Fernández, F. (2016), «Bottomonium spectrum revisited», *Phys. Rev. D*, V. 93, pp. 074027.
- [24] Wang, J.-Z., Chen, D.-Y., Liu, X., Matsuki, T. (2019), «Constructing  $J/\psi$  family with updated data of charmoniumlike  $Y$  states», *Phys. Rev. D*, V. 99, pp. 114003.
- [25] Capstick, S., Roberts, W. (2000), «Quark models of baryon masses and decays», *Prog. Part. Nucl. Phys.*, V. 45, pp. S241–S331.
- [26] Lucha, W., Schöberl, F.F., Gromes, D. (1991), «Bound states of quarks», *Phys. Rep.*, V. 200, pp. 127–240.
- [27] Davies, C.T.H., Hornbostel, K., Lepage, G.P., Lidsey, A.J., Shigemitsu, J., Sloan, J. (1996), « $B_c$  spectroscopy from lattice QCD», *Phys. Lett. B*, V. 382, pp. 131–137.