

УДК 539.12

О.О.Шпеник, Й.М.Туровці

Ужгородський Національний Університет, вул. Університетська, 14, Ужгород, 88000  
e-mail: turocijolika@gmail.com

## СПЕКТР МАС ГЛЮБОЛІВ ТА ГІБРИДІВ

У даній роботі розроблено релятивістський підхід до опису спектрів мас глюоболів та гібридів з використанням рівняння Тодорова-Боголюбова. Одержано дво- і тричастинкове квазірелятивістське рівняння для розрахунку спектру мас глюоболів та гібридів.

**Ключові слова:** глюбол, гібрид, релятивістський підхід, потенціал.

## Вступ

Сьогодні актуальною залишається проблема вивчення внутрішньої структури елементарних частинок, тобто гадронів (мезони і баріони), глюоболів та гібридів, які розглядаються як зв'язані стани взаємодіючих кварків та глюонів. Фізичні дослідження, проведені в області елементарних частинок, показали можливість утворення зв'язаних станів двох глюонів, які були названі глюболами.

Існування безколірових систем, утворених з глюонів без валентних кварків – глюоніїв (глюоболів) – відносять до ранніх передбачень КХД. Більше того, сучасні розрахунки на ґратках підтверджують такий висновок. З іншого боку, певні експериментально відомі резонанси є «зайвими» в мезонних нонетах та мають досить незвичні властивості. Деякі з них називають «кандидатами на глюбол», наприклад скалярні резонанси  $f_0(1500)$  та  $f_0(1710)$ .

Для пошуку глюоболів і гібридів необхідно мати надійний опис звичайних мезонів. Звичайні мезони складаються з пари кварк-антикварк. Різні кваркові аромати в поєднанні з антикварковими утворюють різні мезони.

Можливо найзагадковіша ситуація у спектрі легких скалярних мезонів: спостерігається більше скалярів, ніж може пояснити проста  $q\bar{q}$ -модель. Зокрема, добре відомо п'ять скалярних ізоскалярних резонансів:  $f_0(600)$ ,  $f_0(980)$ ,  $f_0(1370)$ ,  $f_0(1500)$ ,  $f_0(1710)$ , в той час як проста кваркова модель передбачає лише два. Одним можливим поясненням є те, що скаляри із масою меншою 1 ГеВ утворюють нонет тетракварків. У цьому випадку

залишаються  $f_0(1370)$ ,  $f_0(1500)$ ,  $f_0(1710)$  – всеодно на один більше ніж очікується у простій  $q\bar{q}$ -моделі, тобто один з резонансів  $f_0(1370)$ ,  $f_0(1500)$ ,  $f_0(1710)$  є глюоболом.

Відомо два типи гадронів – мезони та баріони, зв'язані стани та  $qqq$  відповідно. Проте КХД не виключає існування інших безколірових комбінацій, що містять більше валентних кварків, наприклад  $qq\bar{q}\bar{q}$  (тетракварки),  $qq\bar{q}qq$  (пентакварки), або навіть валентні глюони –  $gg$  (глюболи) та  $qg\bar{q}$  (гібриди). Глюболи складаються із глюонів внаслідок глюон-глюонної взаємодії. Гібридні мезони складаються із кварк-антикваркової пари і одного або більше глюонів.

Однією з перших робіт на цю тему була доповідь К. Петерса [1], у якій поверхнево висвітлено деякі питання, але найбільш конструктивний внесок в даній області був зроблений у роботі [2], де були розглянуті основні властивості глюоболів на основі квантової хромодинаміки. В роботі [3] були досліджені не тільки системи «глюон-глюон» та «кварк-антикварк», але й гібриди «кварк-два глюони», «два кварки-глюон» та інші.

З іншого боку, у квантовій хромодинаміці показано, що глюони є кольоровими зарядами, тобто між ними існує сильна взаємодія, а отже вони мають утворювати зв'язані стани – глюболи. Тому у сучасній теоретичній фізиці виникає проблема опису цих станів. Крім цього, на сьогодні залишається актуальною задача двох і трьох взаємодіючих релятивістських частинок у квантовій теорії. Причиною цього є те, що не вдається поєднати загальні принципи релятивістської та квантової фізики [4].

**Механізми утворення глюболу**

Одним із можливих механізмів утворення глюболів є:

1. При радіаційному розпаді чармонію отримуємо  $\gamma$  фотон і два глюона (тобто глюбол):  $J/\psi \rightarrow \gamma + G$  (Рис.1.).

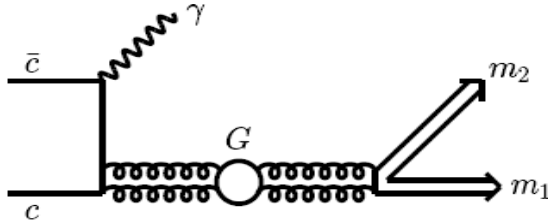


Рис.1. Радіаційний розпад чармонію.

2. Центральне народження резонансів через Померон-Померон обмін:  $pp \rightarrow p_f(G)p_s$  (Рис.2.).

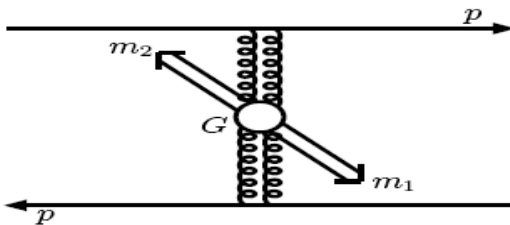


Рис.2. Центральне народження резонансів

3. Протон-антипротонна анігіляція – реакція взаємознищення при зіткненні протона та антипротона (Рис.3.).

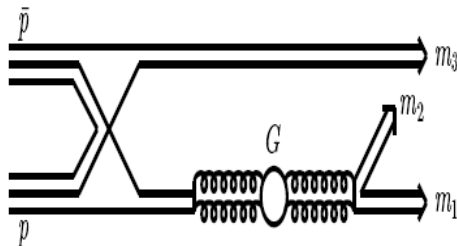


Рис.3. Протон-антипротонна анігіляція

Так само є вірогідність існування інших безколірних систем, наприклад гібридів. Гібриди складаються з одної чи більше кварк-антикваркових пар і одного чи більше реальних глюонів.

$$\left( W - U_{ij} \right)^2 = \begin{pmatrix} \left( (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) + (\vec{\sigma}_2 \vec{p}_2) + (\vec{\sigma}_3 \vec{p}_3) \right)^2 + (I_1 m_1 + I_2 m_2 + I_3 m_3)^2; & 0; \\ 0; & \left( (\vec{\sigma}_1 \vec{p}_1) + (\vec{\sigma}_2 \vec{p}_2) + (\vec{\sigma}_3 \vec{p}_3) \right)^2 + (I_1 m_1 + I_2 m_2 + I_3 m_3)^2; \end{pmatrix} \quad (5)$$

**Застосування релятивістського рівняння типу Тодорова - Боголюбова для двох та трьох частинок**

Ми вивчали проблему мас-спектрів глюболів та гібридів з використанням рівняння Тодорова-Боголюбова, яке було використана для отримання спектру мас мезонів та баріонів. Наш підхід заснований на припущенні, що характер і сили між двома глюонами ті ж самі, що між двома кварками. У наших попередніх роботах [4, 5] ми вже отримали хороший опис спектрів мезонів і баріонів.

Для отримання релятивістського підходу до опису спектрів мас глюболів та гібридів ми застосували рівняння Тодорова – Боголюбова:

$$W = \sum_{i=1}^3 \sqrt{\vec{p}_i^2 + m_i^2} + \sum_{i < j} U_{ij} \quad (1)$$

де  $p_i$  та  $m_i$  – імпульс та маса "i-вої" частинки,  $U_{ij}$  – потенціал взаємодії, який ми використовували у вигляді суми векторної та скалярної частин [8]:

$$U_{ij} = \frac{1}{2} (S_{ij} + V_{ij}), \quad (2)$$

де  $S_{ij} = A_0 r$  – скалярний потенціал, а  $V_{ij} = -\frac{a}{r}$  – векторний.

Енергію записували в наступній формі [6]:

$$E_i = \sqrt{\vec{p}_i^2 + m_i^2} = \vec{\alpha}_i \vec{p}_i + \beta_i m_i. \quad (3)$$

Використовуючи матриці Дірака [7]:

$$\vec{\alpha}_i = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma}_i \\ \vec{\sigma}_i & 0 \end{pmatrix} \text{ та } \beta_i = \begin{pmatrix} I_i & 0 \\ 0 & -I_i \end{pmatrix}, \quad (4)$$

отримали наступне рівняння:

Квазірелятивістське рівняння (5) містить спін-спінову, спін - орбітальну та тензорну взаємодії. Далі стверджуємо, що маса важких кварків набагато більша від маси легкого глюона. При цьому вважатимемо, що однакові частинки жорстко зв'язані між собою і братимемо до уваги тільки їх центр мас, навколо якого буде рухатися третя.

$$(W-U_{ij})^2 = \begin{pmatrix} (\vec{\sigma}_1 - \vec{\sigma}_z)^2 \vec{p}^2 + (I_1 m_1 + I_z m_z)^2; & 0; \\ 0; & (\vec{\sigma}_1 - \vec{\sigma}_z)^2 \vec{p}^2 + (I_1 m_1 + I_z m_z)^2; \end{pmatrix} \quad (6)$$

Для того, щоб перейти від  $\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_z$  до  $\vec{S}_1, \vec{S}_z$  скористаємось такими виразами:

$$\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_z = \frac{4\vec{S}_1 \vec{S}_z}{\hbar^2}, \text{ де } \vec{S}_1 \vec{S}_z = \begin{pmatrix} -\frac{3}{4} \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

Таким чином нами одержано співвідношення для синглетного та триплетного зв'язаного стану двох частинок. Відповідно для синглетного та триплетного не збуджених зв'язаних станів отримуємо такі два рівняння для хвильових функцій:

$$(W-V)^2 \psi_1 = (9\vec{p}^2 + (m_1 + m_2 + m_3 + S)^2) \psi_1, \quad (8)$$

$$(W-V)^2 \psi_2 = (13\vec{p}^2 + (m_1 + m_2 + m_3 + S)^2) \psi_2, \quad (9)$$

Квазірелятивістське рівняння (6) можуть бути використані для розрахунку глюбола, що складається з двох глюонів. Один глюон фіксуємо, а другий рухається навколо першого. В цьому випадку отримуємо наступні рівняння для синглетного та триплетного станів:

$$(W-V)^2 \psi_1 = (8\vec{p}^2 + (m_1 + m_2 + m_3 + S)^2) \psi_1 \quad (10)$$

$$(W-V)^2 \psi_2 = (40\vec{p}^2 + (m_1 + m_2 + m_3 + S)^2) \psi_2 \quad (11)$$

Внаслідок цього спрощення, наша модель переходить у двох-частинкову модель, для якої справедливим є твердження про те, що імпульс центру мас двох важких частинок дорівнює імпульсу легшої з оберненим знаком. Тобто  $\vec{p}_z = -\vec{p}_1 = \vec{p}$ . Таким чином рівняння (5) можемо переписати:

Розв'язки рівнянь (8) та (9) дають нам спектр мас гібридів, а рівнянь (10) та (11) - спектр мас глюоболів.

### Розв'язок квазірелятивістського рівняння

Для того, щоб розв'язати рівняння (8)-(11) необхідно перейти до сферичних координат, де отримаємо наступні радіальні рівняння для гібридів:

$$\frac{d^2}{dr^2} R_1(r) - \left( \frac{9l(l+1) - \alpha^2}{r^2} + M^2 + A_0^2 r^2 - W^2 \right) \frac{R_1(r)}{9} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{d^2}{dr^2} R_2(r) - \left( \frac{13l(l+1) - \alpha^2}{r^2} + M^2 + A_0^2 r^2 - W^2 \right) \frac{R_2(r)}{13} = 0. \quad (13)$$

Дані рівняння можна розв'язати і аналітичними, і чисельними методами. Аналітичний метод розв'язку даних рівнянь проведемо на прикладі рівняння (12).

Позначивши

$$E(r) = \frac{9l(l+1) - \alpha^2}{r^2} + A_0^2 r^2,$$

запишемо радіальне хвильове рівняння:

$$\frac{d^2}{dr^2} R_1(r) = \left( E(r) - (W^2 - M^2) \right) \frac{R_1(r)}{20}. \quad (14)$$

Знайдемо мінімум для  $E(r)$ :

$$r_m = \left( \frac{9l(l+1) - \alpha^2}{A_0^2} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Розкладемо енергію  $E(r)$  в ряд Тейлора в околі  $r_m$  :

$$\begin{aligned} E(r) &= E(r_m) + \frac{1}{2} \frac{d^2 E(r_m)}{d^2 r} (r - r_m)^2 + O((r - r_m)^3) = \\ &= K + F (r - r_m)^2 + O((r - r_m)^2) \end{aligned}$$

де постійні  $K$  і  $F$  входять до виразів для розрахунку спектра мас і визначаються відповідно:

$$K = E(r) = \frac{9l(l+1) - \alpha^2}{r_m^2} + A_0^2 r_m^2,$$

$$F = \frac{1}{2} \frac{d^2 E(r)}{d^2 r} = \frac{27l(l+1) - 3\alpha^2}{r_m^4} + A_0^2.$$

Враховавши той факт, що  $E(r) = M^2 - W^2$ , одержимо наступний аналітичний вираз енергії для синглетного стану:

$$W_1 = \sqrt{12(K_1 + 2\sqrt{F_1}(n+1)) + M^2} - M.$$

Відповідно для триплетного стану отримаємо наступне рівняння:

$$W_2 = \sqrt{17(K_2 + 2\sqrt{F_2}(n+1)) + M^2} - M.$$

### Висновки

Головним результатом даної роботи є отримання квазірелятивістського рівняння для глюболів та гібридів. Вдалося побудувати квазірелятивістське рівняння, у яке вже “вбудовані” спин-спінові, спин-орбітальні взаємодії і яке дає результати для синглетного та триплетного станів двох і трьох взаємодіючих частинок. Цінність роботи полягає в тому, що в роботі одержано аналітичну формулу для розрахунку спектру мас дво- і тричастинкової системи. Також важливим є той факт, що спин-спінові та спин-орбітальні взаємодії вбудовані в теорію та рівняння, жодних нових параметрів не було використано.

В подальшому наше завдання полягає в тому, щоб на основі отриманого підходу розраховувати спектр мас глюболів та гібридів аналітично і чисельними розрахунками, і отримати результати, які з високою точністю співпадають з результатами інших авторів (підходів).

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Peters K.. Experimental review on scalar and tensor glueballs // Upton: Hadron spectroscopy – 1997. – P. 669-681.
- 2 Chen H., Sexton J., Vaccarino A., D.Weingarten. The Scalar and tensor glueballs in the valence approximation // Nucl. Phys. B. – 1994. – V. 34. – P. 357-359.
- 3 Minkovski P., Ochs W. Gluon fragmentation into glueballs and hybrid mesons // Phys. Lett. B. – 2000. – V. 485. – P. 139-144.
- 4 Shpenik A., Fekete Yu., Kic J.. Introducing potential models theory to calculations of glueballs mass-spectra // Nucl. Phys. B. – 2001. – V. 99A. – P. 274-277.
- 5 Шпенік О.О., Меліка М.Д. Електромагнітна різниця мас мезонів // Науковий вісник УжНУ. Серія Фізика – 2001. – № 9. – С. 150-154.
- 6 Semay C., Buissere F., Stancu F.. Charm and bottom baryons masses in the combined  $1/N_c$  and  $1/m_Q$  expansion versus the quark model // Phys. Rev. D. – 2008. – V. 78. – 076003.
- 7 Давидов А.С. Квантовая механика // М.: Наука, 1973. – 704 с.
- 8 Whitney J.F., Crater H.W.. Baryon spectrum analysis using Dirac’s covariant constraint dynamics // Phys. Rev. D. – 2014. – V. 89. – 014023.

Стаття надійшла до редакції 21.06.2015

O.O.Shpenik, J.M.Turóci

Uzhhorod National University, Universitetska St. 14, Uzhhorod, 88000

## MASS SPECTRA OF GLUBALLS AND HIBRIDS

In this work designed a relativistic approach to describing the mass spectra of gluballs and hibrids by using equation Todorov-Bogolyubov. We obtained the two and three body semirelativistic equation to calculate the mass spectra of gluballs and hibrids.

**Keywords:** gluball, hibrid, relativistic approach, potential

О.О.Шпеник, Й.М.Туровци

Ужгородский Национальный Университет, ул. Университетская, 14, Ужгород, 88000

## СПЕКТР МАС ГЛЮБОЛОВ И ГИБРИДОВ

В данной работе разработаны релятивистский подход к описанию спектров масс глюболив и гибридов с использованием уравнения Тодорова-Боголюбова. Получены двух- и тричастинковые квазирелятивистские уравнения для расчета спектр масс глюболив и гибридов.

**Ключевые слова:** глюбол, гибрид, релятивистский подход, потенциал.