

УДК 621.923

В. Д. КОВАЛЕВ, А. Н. ШЕЛКОВОЙ, А. А. КЛОЧКО

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ СТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ РАБОЧИХ ЖИДКОСТЕЙ ПОВЫШЕНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ГЛАВНЫХ ПРИВОДОВ ТЯЖЕЛЫХ ТОКАРНЫХ СТАНКОВ

Предметом исследования в статье являются вопросы, связанные с уточненными решениями изотермической стационарной задачи для смазывающей охлаждающей жидкости находящейся в ньютоновском состоянии с учетом усилий, действующих в зацеплении цилиндрических зубчатых колес и сил трения, возникающих на активных поверхностях зубьев в зоне контактирования эвольвентных поверхностей и толщины масляного слоя с учетом гидродинамических характеристик смазывающей жидкости. **Цель** – построение модели контактно-гидродинамического расчета зубчатой передачи. **Задачи:** рассмотреть установление величины толщины смазочного слоя при заданной внешней нагрузке, скорости движения для определения наличия или отсутствия жидкостного трения, с получением исходных данных для определения работоспособности и долговечности сопрягаемых тяжело нагруженных и ответственных зубчатых колес тяжелых токарных станков. Получены следующие **результаты**. В статье представлена разработанная авторами модель для получения соответствия приближенных и уточненных решений при установлении связи между максимальным контактно-гидродинамическим давлением и максимальным герцевским давлением. Анализ показал, что при любых рабочих параметрах максимальное контактно-гидродинамическое давление должно быть меньше или равно максимальному герцевскому давлению. При гидродинамическом (жидкостном) или граничном (полужидкостном) режимах трения масляный слой не только существенно влияет на состояние износа зубьев, потери мощности и температуру в контакте, но и исполняет роль упругой среды, демпфирующей удары и изменяющей распределение нагрузок по длине контактных линий. Так, для закрытых эвольвентных передач с поверхностно-упрочненными химико-термической обработкой зубьями наиболее актуальным является предотвращение глубинных (подслойных) повреждений, обусловленных концентрацией нагрузки в зацеплении. **Выводы.** Основные физико-механические и химические характеристики масляной пленки в условиях нагруженного контакта элементов зацепления, а именно толщина масляного слоя и коэффициент трения являются важнейшими комплексными критериальными показателями, определяющими начало и протекание процесса контактирования скоростных тяжело нагруженных зубчатых передач главных приводов тяжелых токарных станков с ЧПУ.

Ключевые слова: цилиндрические зубчатые колеса, изотермическая стационарная задача, смазывающая жидкость, толщина масляного слоя, гидродинамическая теория смазки.

Введение

Для исследования вопросов, связанных с уточненными решениями изотермической стационарной задачи для смазывающей охлаждающей жидкости находящейся в ньютоновском состоянии рассмотрены усилия, действующие в зацеплении цилиндрических зубчатых колес с учетом сил трения, возникающих на активных поверхностях зубьев в зоне контактирования эвольвентных поверхностей и толщины масляного слоя с учетом гидродинамических характеристик смазывающей жидкости.

Формулы для определения усилий, действующих в передаче прямозубых и косозубых цилиндрических зубчатых колес аппроксимируют длину контактирования по линии трения и учитывают в качестве исходного приближения результаты приближенного решения при постоянной и переменной вязкости масла.

Основная часть

Для получения соответствия приближенных и уточненных решений была установлена связь между максимальным контактно-гидродинамическим давлением $k_{0\max}$ и максимальным герцевским давлением $\sigma_{\text{Герц}}$. Анализ показал, что при любых рабочих параметрах максимальное контактно-

гидродинамическое давление должно быть меньше или равно максимальному герцевскому давлению.

Целью контактно-гидродинамического расчета зубчатой передачи является установление величины толщины смазочного слоя при заданной внешней нагрузке, скорости движения для определения наличия или отсутствия жидкостного трения, с получением исходных данных для определения работоспособности и долговечности сопрягаемых тяжело нагруженных и ответственных зубчатых колес тяжелых токарных станков.

Перемещения поверхностей трения эвольвентных сопрягаемых поверхностей зубчатых колес определяются методами теории упругости. При этом параллельно рассматриваем решения при вязкости смазочного масла постоянным и когда учитывается влияние давления на вязкость [1, 2].

При расчете принимались следующие условные обозначения: x – координата вдоль направления движения поверхностей, направленная в сторону, обратную движению, м; α, β – размерные координаты конца и начала области трения, м; U_a, U_b – скорости движения трущихся поверхностей, м/с; λ_a, λ_b – кривизны поверхностей в точке контакта до деформации, 1/м; h – толщина смазочного слоя в данной точке x с учетом деформации поверхности, м; h_1 – расстояние между поверхностями в данной точке x двух недеформированных окружностей, м; h_m – наименьшая толщина смазочного слоя с учетом деформации, м; h_{m1} – наименьшее расстояние между

двумя недеформированными окружностями, m ; h_0 – толщина смазочного слоя в точке, где градиент давления равен нулю (в точке максимума давления и в точке обрыва смазочной пленки) с учетом деформации, m ; k_0 – гидродинамическое давление в данной точке x с учетом зависимости вязкости масла от давления, $\text{кгс}/\text{м}^2$; ρ_0 – гидродинамическое давление в исследуемой точке без учета зависимости вязкости масла от давления, $\text{кгс}/\text{м}^2$; K_0 – гидродинамическая грузоподъемность единицы длины контакта зубчатого колеса с учетом зависимости вязкости масла от давления, $\text{кгс}/\text{м}$; P_0 – гидродинамическая грузоподъемность единицы длины контакта зубчатого колеса без учета зависимости вязкости масла от давления, $\text{кгс}/\text{м}$; μ – абсолютная вязкость масла при давлении k_0 , $(\text{кгс}\cdot\text{с})/\text{м}^2$; μ_0 – абсолютная вязкость масла при атмосферном давлении, $(\text{кгс}\cdot\text{с})/\text{м}^2$; ν – пьезокоэффициент вязкости, $\text{м}^2/\text{кгс}$; E – приведенный или эффективный модуль упругости трущихся поверхностей, $\text{кгс}/\text{м}^2$, $\frac{1}{E} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right]$;

ν_1 – суммарный прогиб двух трущихся поверхностей, m ; A' – коэффициент пропорциональности между прогибом поверхности и отношением гидродинамического давления к модулю упругости, m .

Суммарные перемещения противоположных элементов двух эвольвентных поверхностей под действием нормальных давлений в смазочном слое, где постоянные определяются относительным смещением поверхностей, определим по Штаерману в виде

$$\nu_1(x) = -\frac{4}{\pi E} (1-m^2) \int_a^b k_0(\varepsilon) \ln|\varepsilon-x| d\varepsilon + const; \quad (1)$$

$$\nu_1(x) = -\frac{4}{\pi E} (1-m^2) \int_a^b p_0(\varepsilon) \ln|\varepsilon-x| d\varepsilon + const, \quad (2)$$

где m – коэффициент Пуассона, $h(x) = h_1(x) + \nu_1(x) - \Delta$.

Переходя от размерных координат и параметров к безразмерным и учитывая, что $H(a) = 1$, найдем

$$H(z) = 1 - a^2 + z^2 + D \int_a^b k(t) \ln \frac{t-a}{|t-z|} dt \quad (3)$$

$$H(z) = 1 - a^2 + z^2 + D \int_a^b p(t) \ln \frac{t-a}{|t-z|} dt. \quad (4)$$

Здесь новый безразмерный коэффициент деформации

$$D = \frac{48\mu_0(U_a + U_b)(1-m^2)}{\pi E h_0^2(\lambda_a \pm \lambda_b)}. \quad (5)$$

Подставив (3) в (4), получим одно нелинейное сингулярное интегродифференциальное уравнение

для функции $k(z)$ или $p(z)$. Решение этого уравнения связано со значительными трудностями, так как очень мало работ посвящено решению нелинейных интегродифференциальных уравнений.

Для упрощения рассмотрим более простой случай постоянной вязкости масла, уравнение (4). Для его решения приводится нелинейное сингулярное интегродифференциальное уравнение к регулярному нелинейному интегральному уравнению типа Гаммерштейна.

$$p(t) = \int_a^t \frac{1-H(z)}{H^3(z)} dz. \quad (6)$$

Подставляя это выражение в (4) и изменяя порядок интегрирования или применяя интегрирование по частям, а также учитывая, что $p(a) = 0$; $p(b) = 0$, найдем

$$H(z) = 1 - a^2 + z^2 + D \int_a^b M(t, z) \frac{1-H(t)}{H^3(t)} dt, \quad (7)$$

где ядро

$$M(t, z) = \ln \frac{|t-z|^{t-z}}{(t-u)^{t-a}}. \quad (8)$$

Это уравнение можно отнести к нелинейным интегральным уравнениям типа уравнений Гаммерштейна с несимметричным ядром.

Единственными попытками разработать алгоритм приближенного численного решения интегральных уравнений были работы В. П. Ветчинкина и Д. Ю. Панова. В работах [5, 8] были разработаны теории приближенных методов.

Основными задачами теории приближенных методов решения являются:

- построение эффективных универсальных алгоритмов; определение сходимости процесса решения; исследование быстроты сходимости; выяснение устойчивости процесса вычислений; оценка погрешности;

- определение существования и единственности решения.

Существование и единственность решения уравнения (7) при его вариации по H :

$$\delta H(z) = D \int_a^b M(t, z) \frac{2H(t)-3}{H^4(t)} \delta H dt, \quad (9)$$

где $H_s(z)$ – безразмерная толщина смазочного слоя в точке z при s -м приближении;

$H_{s+1}(z)$ – безразмерная толщина смазочного слоя в точке z при $(s+1)$ -м приближении.

Переходя от вариаций к конечным разностям для соответствующих приближений, получим

$$H_{(s+1)}(z) - H_s(z) = D \int_a^b M(t, z) \frac{2H_s(t)-3}{H_s^4(t)} [H_{(s+1)}(t) - H_s(t)] dt.$$

Введем обозначения

$$\eta_s(z) = H_s(z) - D \int_a^b M(t, z) \frac{2H_s(t) - 3}{H_s^3(t)} dt;$$

$$M_s(t, z) = M(t, z) \frac{2H_s(t) - 3}{H_s^4(t)}.$$

Тогда окончательно

$$H_{s+1}(z) = \eta_s(z) + D \int_a^b M_s(t, z) H_{s+1}(t) dt. \quad (10)$$

Следовательно, вместо нелинейного интегрального уравнения (7) получили ряд последовательно решаемых линейных интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода относительно неизвестной функции H_{s+1} при известной H_s . Уравнение (10) решается многими известными численными методами. Фактически произведенный переход от (7) к (10) представляет собой своеобразное применение известного метода Ньютона.

Недостатком описанного метода является необходимость задаваться вначале для каждого D своим значением a , проводить указанным путем решения и в конце проверять правильность выбора a по условию $p(b) \approx 0$.

При несоответствующем выборе величины $a - p(b) \neq 0$ следует изменить нужным образом величину a и повторить сначала все решение.

Для ускорения решения предложен видоизмененный метод, пригодный в случае как постоянной, так и переменной вязкости масла. Основное уравнение при переменной вязкости получим из (3) и произведем интегрирование по частям:

$$H(z) = 1 - a^2 + z^2 + D \int_a^b M(t, z) \frac{1 - H(t)}{H^3(t)} e^{Bnk(t)} dt, \quad (11)$$

где – ядро $M(t, z)$ определяется по формуле (8).

Пользуясь связью между $k_0(t)$ и $p_0(t)$ и переходя от размерных давлений к безразмерным,

получим $k(t) = -\frac{\ln[1 - Bnp(t)]}{Bn}$, откуда

$$e^{Bnk(t)} = \frac{1}{1 - Bnp(t)}.$$

В результате

$$H(z) = 1 - a^2 + z^2 + D \int_a^b M(t, z) \frac{1 - H(t)}{H^3(t)} \frac{1}{1 - Bnp(t)} dt, \quad (12)$$

где

$$p(t) = \int_a^t \frac{1 - H(z)}{H^3(z)} dz. \quad (13)$$

При $B_n = 0$ получим уравнение для постоянной вязкости. Сущность используемого метода заключается в рассмотрении интегралов выражений

(12) и (13) как конечные суммы после применения метода механических квадратур. Задаваясь различными значениями для узловых точек интегрирования, получаем систему нелинейных алгебраических уравнений относительно H_i и a , которую решим методом Ньютона. Таким образом, сразу находим все неизвестные.

Последний метод весьма близок к предыдущему и также является своеобразным видоизменением метода Ньютона. Можно показать, что результаты расчета, полученные обоими способами, практически совпадают так как сразу определяются не только все H_i , но и a . Для правильного выбора приема интегрирования, а также количества и расположения узловых точек следует предварительно определить, какая получится форма зазора при контактировании эвольвентных поверхностей зубчатых колес, т.к. в конце области трения имеется "запорный язык" – редан, в окрестности которого необходимо иметь весьма малый шаг интегрирования.

Вычислять интегралы необходимо по наиболее точным формулам – Маркова (формулы интегрирования замкнутого типа). Однако применять эти формулы можно только в случае постоянной вязкости, так как при расчетах по формуле (12) необходимо определять $p(t)$ в каждой узловой точке интегралов уравнений (12) и (13).

При переменной вязкости масла целесообразно вычислять интегралы по Симпсону, тогда одни и те же точки могут быть использованы несколько раз для вычисления различных $p(t)$.

Разделим всю длину области трения по высоте зуба на три диапазона, в каждом из которых принимаем постоянный шаг интегрирования. Всего область трения разобьем на i участков, следовательно, получим i неизвестных значений H в соответствующих узловых точках. В первой – нулевой точке $H(a) = 1$. Кроме того, неизвестным является a . Таким образом, всего имеем $(i+1)$ неизвестных.

Придавая z в выражении (12) соответственно i различных значений, соответствующих узловым точкам, и рассматривая интеграл как сумму по Симпсону, получим i нелинейных алгебраических уравнений с $(i+1)$ неизвестными.

Для получения замкнутой системы необходимо добавить еще одно уравнение.

Таким уравнением является $p(b) = 0$, где $p(b)$ берется по (13) с ранее выбранными узловыми значениями для z . Переносим все члены в выражении (12) в одну сторону и вводим дополнительные обозначения:

$$H(t_i) = H_i;$$

$$\psi(t_q, z_i) = \frac{1 - H(t_q)}{H^3(t_q)} \frac{1}{1 - Bnp(t_q)} \ln \left| \frac{t_q - z_i}{t_q - a} \right|^{t_q - z_i}, \quad (14)$$

где $q = i$.

В результате получим, что

$$F_i [H_1, H_2, \dots, H_i, a] = -H_i + 1 - a^2 + z_i^2 +$$

$$\begin{aligned}
& +D \left\{ \frac{\Delta t_1}{3} \left[\psi(t_{10}, z_1) + 4 \sum_{s=1}^5 \psi(t_{2s-1}, z_1) + 2 \sum_{s=1}^4 \psi(t_{2s}, z_1) \right] + \right. \\
& + \frac{\Delta t_2}{3} \left[\psi(t_{10}, z_1) + \psi(t_{2s-1}, z_1) + 4 \sum_{s=6}^8 \psi(t_{2s-1}, z_1) + 2 \sum_{s=6}^7 \psi(t_{2s}, z_1) \right] + \\
& \left. + \frac{\Delta t_3}{3} [\psi(t_{16}, z_1) + \psi(t_{38}, z_1) + 4 \sum_{s=9}^{19} \psi(t_{2s}, z_1) + 2] \right\}. \quad (15)
\end{aligned}$$

Полученную систему $(i+1)$ нелинейных алгебраических уравнений с $(i+1)$ неизвестными (H_i и a) решим методом Ньютона, применяя в качестве исходного приближения результаты приближенного решения при переменной вязкости.

Метод Ньютона заключается в том, что вместо решения (15) решают следующую систему линейных алгебраических уравнений для поправок:

$$\frac{\partial F_1}{\partial H_1} \Delta H_1 + \frac{\partial F_1}{\partial H_2} \Delta H_2 + \dots + \frac{\partial F_1}{\partial H_{38}} \Delta H_{38} + \frac{\partial F_1}{\partial a} \Delta a = -F_1; \quad (16)$$

$$\frac{\partial F_{i+19}}{\partial H_1} \Delta H_1 + \frac{\partial F_{i+1}}{\partial H_2} \Delta H_2 + \dots + \frac{\partial F_{i+1}}{\partial H_{i+1}} \Delta H_{i+1} + \frac{\partial F_{i+1}}{\partial a} \Delta a = -F_{i+1}.$$

При этом все F_t и $\frac{\partial F_t}{\partial H_j}$ вычисляются по H_i ,

принятым на основе исходного приближения либо результатов уточненного расчета при постоянной вязкости и меньшем значении D .

Для решения принимается, что $b-a = const$. Поэтому при переходе от исходного приближения к первому изменяются a_1 , b и все другие абсциссы узловых точек. В этом случае разность координат любых узловых точек не изменяется.

Отсюда следует, что $\frac{\partial F_t}{\partial a} = 2(z_1 - a)$. После нахождения поправок ΔH_i и Δa определяем

$$H_{i\text{нов}} = H_{i\text{см}} + \Delta H_i; a_{\text{нов}} = a_{\text{см}} + \Delta a.$$

Рассматриваемый метод пригоден для малых величин B_n и $B_n = 0$, так как при больших B_n в некоторой области аргумента z произведение B_{np} приближается к единице. Здесь малые погрешности, допускаемые при вычислении p , приводят к большим погрешностям в определении H , так как в знаменатель выражения (12) входит в разность $1 - B_{np}$.

Для больших коэффициентов B_n непосредственно определяются только эпюры давления. При этом интеграл уравнения (3) вычисляется для увеличения точности с использованием особенностей формы ядра уравнения [3, 4]:

$$k(z) = \int_a^z \frac{1-H(t)}{H^3(t)} e^{Bnk(t)} dt. \quad (17)$$

Подставляя (17) в выражение (3), получаем нелинейное сингулярное интегральное уравнение

$$k(z) = \int_a^z \frac{\left[a^2 - t^2 - D \int_a^b k(z) \ln \frac{z-a}{|z-t|} dz \right] e^{Bnk(t)}}{\left[1 - a^2 + t^2 + D \int_a^b k(z) \ln \frac{z-a}{|z-t|} dz \right]^3} dt. \quad (18)$$

Разделим всю область трения по высоте зуба на i участков (допускается переменный шаг) и на каждом участке примем, что эпюра давления описывается отрезком прямой. Пусть на участке i

$$k(z) = a_i + b_i z \quad (19)$$

В дальнейшем будем обозначать давление в точке z_i через $k_i = k(z_i)$. Тогда из системы двух уравнений $k_i = a_i + b_i z_i$; $k_{i-1} = a_i + b_i z_{i-1}$ найдем

$$a_i = \frac{k_{i-1} z_i - k_i z_{i-1}}{z_i - z_{i-1}}; b_i = \frac{k_i - k_{i-1}}{z_i - z_{i-1}}. \quad (20)$$

При этом интеграл выражения (3) представим в виде суммы интегралов, в каждый из которых подставим свое значение $k(z)$ по формуле (19).

В результате получим

$$\begin{aligned}
& \int_a^b k(z) \ln \frac{z-a}{|z-t|} dz = \\
& = \sum_{i=1}^i \left\{ \frac{k_{i-1} z_i - k_i z_{i-1}}{z_i - z_{i-1}} \int_{z_{i-1}}^{z_i} \ln \frac{z-a}{|z-t|} dz + \frac{k_i - k_{i-1}}{z_i - z_{i-1}} \int_{z_{i-1}}^{z_i} z \ln \frac{z-a}{|z-t|} dz \right\}. \quad (21)
\end{aligned}$$

Несобственные интегралы в последнем выражении легко определяются в смысле главного значения интеграла Коши. Так как условие Хельдера здесь выполняется, то

$$\int_{z_{i-1}}^{z_i} \ln \frac{z-a}{|z-t|} dz = \ln \frac{(z_i - a)^{(z_i - a)} |z_{i-1} - t|^{(z_{i-1} - t)}}{(z_{i-1} - a)^{(z_{i-1} - a)} |z_i - t|^{(z_i - t)}};$$

$$\int_{z_{i-1}}^{z_i} z \ln \frac{z-a}{|z-t|} dz =$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \ln \frac{(z_i - a)^{(z_i^2 - a^2)} |z_{i-1} - t|^{(z_{i-1}^2 - t^2)}}{(z_{i-1} - a)^{(z_{i-1}^2 - a^2)} |z_i - t|^{(z_i^2 - t^2)}} + (z_i - z_{i-1})(t - a) \right\}. \quad (22)$$

Переноса в выражении (18) $k(z)$ в правую часть и придавая z последовательно все узловые значения, получим

$$F_s = F[k(z_s)] =$$

$$= -k_s + \int_a^{z_s} \frac{\left[a^2 - t^2 - D \int_a^b k(z) \ln \frac{z-a}{|z-t|} dz \right] e^{Bnk(t)}}{\left[1 - a^2 + t^2 + D \int_a^b k(z) \ln \frac{z-a}{|z-t|} dz \right]^3} dt, \quad (23)$$

где $s = 1, 2, \dots, l-1$.

Принимая $k = 0$, найдем

$$F_1 = \int_a^b \frac{\left[a^2 - t^2 - D \int_a^b k(z) \ln \left| \frac{z-a}{z-t} \right| dz \right] e^{Bnk(t)}}{\left[1 - a^2 + t^2 + D \int_a^b k(z) \ln \left| \frac{z-a}{z-t} \right| dz \right]^3} dt. \quad (24)$$

Подставляя сюда (21) и (22), преобразуем (24) в систему l нелинейных (трансцендентных) уравнений с $(l-1)$ неизвестными k_i (где $i=1, 2, \dots, l-1$) и a .

Эту систему решаем по методу Ньютона, как и ранее. При этом получаем систему уравнений для поправок Δk_i и Δa .

$$\frac{\partial F_1}{\partial k_1} \Delta k_1 + \frac{\partial F_1}{\partial k_2} \Delta k_2 + \dots + \frac{\partial F_1}{\partial k_{l-1}} \Delta k_{l-1} + \frac{\partial F_1}{\partial a} \Delta a = -F_1; \quad (25)$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial k_1} \Delta k_1 + \frac{\partial F_i}{\partial k_2} \Delta k_2 + \dots + \frac{\partial F_i}{\partial k_{l-1}} \Delta k_{l-1} + \frac{\partial F_i}{\partial a} \Delta a = -F_i.$$

Откуда находим $k_{i\text{НОВ}} = k_{i\text{см}} + \Delta k_i$; $a_{\text{НОВ}} = a_{\text{см}} + \Delta a$. Указанный процесс повторяем до сходимости результатов. После чего по формуле (3) отыскиваем $H(r)$.

В результате проведенных расчетов получены формы зазоров и эпюры распределения давления для ряда соотношений параметров при постоянной и переменной вязкостях масла.

На рис. 1–3 приведены эпюры распределения давления для ряда соотношений параметров при постоянной и переменной вязкостях масла. На рис. 1 и рис. 2 сравниваются формы зазоров и эпюры давлений, полученные при приближенном и уточненном решении контактно-гидродинамической задачи. Таким образом, в инженерной практике при расчете нагрузочной способности цилиндрических зубчатых колес рекомендуется пользоваться результатами приближенного решения.

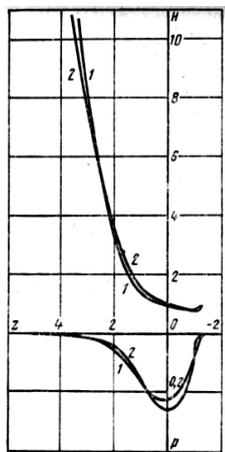


Рис. 1. Графики для сравнения приближенного и уточненного решений при $B_n = 0$; $C = 8$; $D = 2,71$
1 – приближенное решение; 2 – уточненное решение

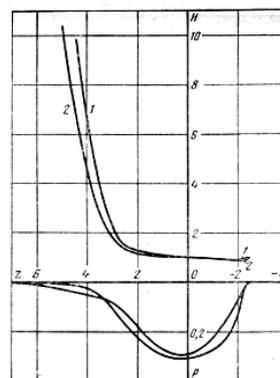


Рис. 2. Графики сравнения приближенного и уточненного решений при $B_n = 0$; $C = 25$; $D = 5,42$

1 – приближенное решение; 2 – уточненное решение

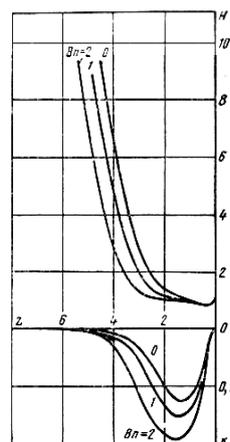


Рис. 3. Графики сравнения результатов для случаев постоянной вязкости и вязкости, зависящей от давления при $D = 2,71$

Переход от местных давлений к гидродинамической грузоподъемности цилиндрических зубчатых рассмотрен в [2, 3]. На рис. 4 приведен график зависимости безразмерной грузоподъемности от D и B_n при уточненном решении. Получены решения для случая $B_n = 0$ и ряда различных значений D (уточненный метод) и C (приближенный метод). Далее были получены такие пары значений C и D , которые привели к одинаковой погонной безразмерной несущей способности по длине контактирования зубьев цилиндрических зубчатых колес. В результате получена зависимость, связывающая C и D при $B_n = 0$:

$$C = 0,613D^2 + 1,29D, \quad (26)$$

и таким образом получена связь между приближенным и уточненным решением при постоянной вязкости масла.

Для сравнения контактных нагрузок при одинаковом h_m следует иметь одинаковое значение KH_m , так как

$$KH_m = \frac{K_0 h_m}{BB_1 h_0}. \quad (27)$$

Для получения соответствия приближенных и уточненных решений при больших значениях B_n была выяснена связь между максимальным контактно-гидродинамическим давлением k_{0max} и максимальным герцевским $\sigma_{герц}$. Анализ показывает, что при любых рабочих параметрах максимальное контактно-гидродинамическое давление должно быть меньше или равно максимальному герцевскому

$$\sigma_{герц} = 0,418\sqrt{K_0 E (\lambda_a \pm \lambda_b)}. \quad (28)$$

Найдем отношение этих давлений

$$\begin{aligned} \frac{k_{0max}}{\sigma_{герц}} &= \frac{k_{max}}{0,418\sqrt{K}} \sqrt{\frac{6\mu_0 (U_a + U_b)}{h_0^2 (\lambda_a \pm \lambda_b) E}} = \\ &= \frac{k_{max}}{0,418\sqrt{K}} \sqrt{\frac{\pi D}{8E(1-m^2)}}. \end{aligned} \quad (29)$$

Найдя уточненное решение при $D=2,71$ и $B_n = 0$; 1; 2 и соответствующие значения коэффициента

Таблица 1. Результаты расчета $\frac{k_{0max}}{\sigma_{герц}}$

D	B_n	C	k_{max}	K	$\frac{k_{0max}}{\sigma_{герц}}$
2,71	0	8	0,255	0,554	0,89
2,71	1	8,5	0,308	0,715	0,95
2,71	2	9,4	0,380	1,023	0,98

Учитывая, что в зубчатых передачах $B_n \geq 5 \div 6$, можно с ошибкой менее 3% считать, что максимальные контактно-гидродинамические давления совпадают с герцевскими. При этом эпюра давления почти совпадает с квадратичной параболой и из приближенного решения, где $H(z) = 1 - a^2 + z^2 + Ck(z)$ следует, что $k \approx \frac{a^2 - z^2}{c}$;

$$k_{max} \approx \frac{a^2}{C} \text{ и}$$

$$C = \frac{a^2}{k_{max}}. \quad (30)$$

Так как отклонение эпюры давления от квадратичной параболы имеется только в зоне малых давлений, очевидно, что контактная нагрузка эпюры давления (имеющей вид квадратичной параболы) будет $K = \frac{4}{3}ak_{max}$, откуда $a = \frac{3}{4} \frac{k}{k_{max}}$.

Подставляя выражение в (30), после перехода к размерным величинам и подстановки $k_{0max} = \sigma_{герц}$ получим выражение для C :

$$C = \frac{32,7\mu_0 (U_a + U_b) \sqrt{K_0}}{h_0^2 E \sqrt{h_0 E} (\lambda_a \pm \lambda_b)}. \quad (31)$$

деформации C приближенного решения, определим $\frac{k_{0max}}{\sigma_{герц}}$.

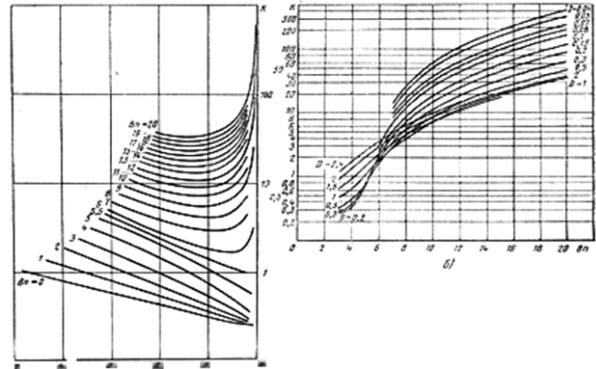


Рис. 4. График зависимости безразмерной грузоподъемности при уточненном решении от D и B_n

Результаты расчета $\frac{k_{0max}}{\sigma_{герц}}$ приведены в табл. 1.

Решая совместно (31) с (5), получаем зависимость коэффициентов деформации при приближенном C и уточненном D решениях для разных B_n (рис. 5).

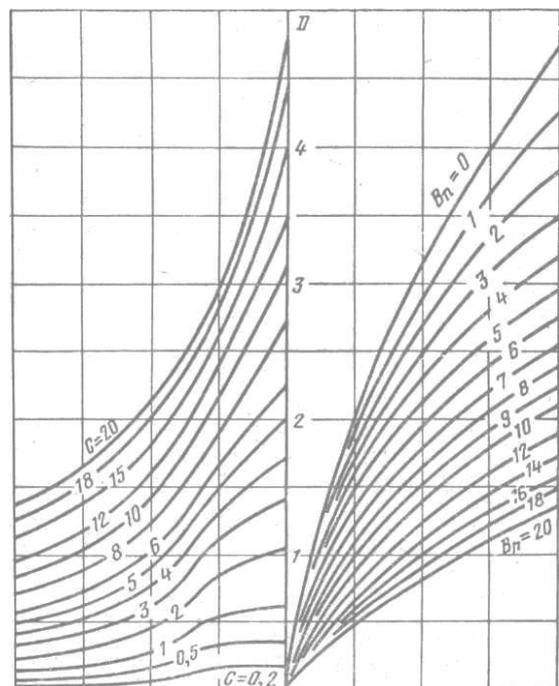


Рис. 5. Соотношение между коэффициентами деформации приближенного и уточненного решений

Эта связь была использована при получении уточненного решения для определения исходного приближения и возможности моделирования процесса контактирования зубьев с определением толщины смазочного слоя h_0 и учетом связи безразмерной контактной нагрузки K с основными безразмерными параметрами C и B_n для определения толщины смазочного слоя

$$h_0 = \frac{3,17 [\mu_0 (U_a + U_b)]^{0,75} n^{0,6}}{K_0^{0,15} (\lambda_a \pm \lambda_b)^{0,4}} \quad (32)$$

и коэффициента трения при контактировании эвольвентных поверхностей зубчатых колес. При гидродинамическом (жидкостном) или граничном (полужидкостном) режимах трения масляный слой не только существенно влияет на состояние зубьев, потери мощности и температуру в контакте, но и исполняет роль упругой среды, демпфирующей удары и изменяющей распределение нагрузок по длине контактных линий. Так, для закрытых эвольвентных передач с поверхностно-упрочненными химико-термической обработкой зубьями наиболее актуальным является предотвращение глубинных (подслойных) повреждений, обусловленных концентрацией нагрузки в зацеплении, критериальным показателем которой является коэффициент $K_L = f(C, h_0)$.

Основные физико-механические и химические характеристики масляной пленки в условиях нагруженного контакта элементов зацепления, а именно толщина масляного слоя h_0 , и коэффициент трения f являются важнейшими комплексными критериальными показателями, определяющими начало и протекание процесса контактирования скоростных тяжело нагруженных зубчатых передач тяжелых токарных станков с ЧПУ.

При назначении определенной жидкой смазки принимают во внимание, прежде всего, ее динамическую или кинематическую ν вязкость. С увеличением вязкости улучшаются условия создания гидродинамической масляной пленки, разделяющей смазываемые поверхности и предотвращающей их непосредственный металлический контакт, уменьшается вероятность повреждения рабочих поверхностей. На коэффициент трения f вязкость масла оказывает влияние аналогичное влиянию скорости скольжения: при больших значениях ν повышается несущая способность масляного слоя и одновременно увеличиваются силы сопротивления вязкому сдвигу. В итоге коэффициент трения f уменьшается незначительно. Одна из наиболее распространенных рекомендаций относительно выбора вязкости масла для смазывания тяжело нагруженных зубчатых передач

$$\nu_{50} = (100 \dots 200) / V_{окр}^{0,4} \quad (33)$$

Внутренние динамические нагрузки в зубчатом зацеплении, несмотря на применяемые

конструктивные и технологические меры по их снижению, остаются источником вибрации и повышенной акустической эмиссии, что существенно понижает конкурентоспособность соответствующих средне – и высокоскоростных передач при сопоставлении с другими современными конструкциями привода, в частности, электрическим, гидравлическим, пневматическим. Это объясняется интенсивным динамическим взаимодействием профилей зубьев в процессе пересопряжения, имеющим стохастический или детерминированный характер (зависит от геометрии зацепления, конструкции зубчатых колес, точности изготовления). Увеличенная толщина масляного слоя эвольвентных передач обеспечивает высокую плавность работы. Одновременно происходит более интенсивное передвижение объемов масла к торцам зубчатых колес и, в результате, повышение уровня акустической эмиссии редукторов.

Выводы

Рассмотрены вопросы, связанные с уточненными решениями изотермической стационарной задачи для смазывающей охлаждающей жидкости находящейся в ньютоновском состоянии с учетом усилий, действующих в зацеплении цилиндрических зубчатых колес и сил трения, возникающих на активных поверхностях зубьев в зоне контактирования эвольвентных поверхностей и толщины масляного слоя с учетом гидродинамических характеристик смазывающей жидкости.

Для получения соответствия приближенных и уточненных решений была установлена связь между максимальным контактно-гидродинамическим давлением k_{0max} и максимальным герцевским давлением отгерц. Анализ показал, что при любых рабочих параметрах максимальное контактно-гидродинамическое давление должно быть меньше или равно максимальному герцевскому давлению.

При гидродинамическом (жидкостном) или граничном (полужидкостном) режимах трения масляный слой не только существенно влияет на состояние зубьев, потери мощности и температуру в контакте, но и исполняет роль упругой среды, демпфирующей удары и изменяющей распределение нагрузок по длине контактных линий. Так, для закрытых эвольвентных передач с поверхностно-упрочненными химико-термической обработкой зубьями наиболее актуальным является предотвращение глубинных (подслойных) повреждений, обусловленных концентрацией нагрузки в зацеплении, критериальным показателем которой является коэффициент $K_L = f(C, h_0)$.

Основные физико-механические и химические характеристики масляной пленки в условиях нагруженного контакта элементов зацепления, а именно толщина масляного слоя h_0 , и коэффициент трения f являются важнейшими комплексными

критериальними показателями, определяющими скоростных тяжело нагруженных зубчатых передач начало и протекание процесса контактирования тяжелых токарных станков с ЧПУ.

Список литературы

1. Цилиндрические зубчатые передачи с неньютоновским состоянием рабочей жидкости / В. Д. Ковалев, А. А. Клочко, Д. А. Кравченко, М. И. Гасанов // Важке машинобудування. Проблеми та перспективи розвитку: матеріали п'ятнадцятої Міжнародної науково-технічної конференції. Краматорськ: ДДМА, 2017. С. 40.
2. Скоростное зубофрезерование закаленных зубчатых колес / В. Ф. Шаповалов, А. А. Пермяков, А. А. Клочко, А. Н. Лищенко // Важке машинобудування. Проблеми та перспективи розвитку: матеріали п'ятнадцятої Міжнародної науково-технічної конференції. Краматорськ: ДДМА, 2017. С. 96.
3. Трибологические параметры цилиндрических зубчатых передач / А. Н. Шелковой, А. А. Клочко, Д. А. Кравченко, Т. В. Терещенко // Важке машинобудування. Проблеми та перспективи розвитку: матеріали п'ятнадцятої Міжнародної науково-технічної конференції. Краматорськ: ДДМА, 2017. С. 97.
4. Технологическое обеспечение эксплуатационных параметров цилиндрических зубчатых передач при аппроксимативном решении контактно-гидродинамических задач смазки / В. Д. Ковалев, Ю. В. Тимофеев, А. Н. Шелковой [и др.] // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Технології в машинобудуванні. Харків: НТУ «ХПІ», 2015. № 4 (1113). С. 11-19. ISBN 2079-004X
5. Исследование гидродинамических свойств высокоскоростных тяжело нагруженных зубчатых цилиндрических передач тяжелых токарных станков / В. Д. Ковалев, А. А. Клочко, Д. А. Кравченко, Е. Н. Киреев // Надежность инструмента и оптимизация технологических систем: сборник научных трудов. Краматорск: ДГМА, 2012. Вып. 31. С. 79-93.
6. Гидродинамические свойства высокоскоростных зубчатых цилиндрических передач металлорежущих станков / Ю. В. Тимофеев, А. А. Клочко, В. Д. Ковалев [и др.] // Качество, стандартизация, контроль, теория и практика: Материалы 14-й Международной научно-практической конференции. Киев: АТМ Украины, 2014. С. 135-136.
7. Контактно-гидродинамическая проблема высокоскоростных цилиндрических зубчатых передач тяжелых токарных станков / В. Д. Ковалев, А. Н. Шелковой, А. А. Клочко [и др.] // Збірник наукових праць. Прогресивні технології в машинобудуванні: Тези доповідей III-ої Всеукраїнської науково-технічної конференції. Львів: Національний університет «Львівська політехніка», 2015. С. 56.
8. Клочко О. О., Кравченко Д. О., Терещенко Т. В. Технологічні параметри розрахунку товщини шару мастила в косозубих циліндричних зубчастих колесах з гідродинамічними карманами // Наукові нотатки: міжвузовий збірник. Луцьк, 2016. Вип. 53. С. 68-78.
9. Повышение эффективности гидродинамических свойств высокоскоростных тяжело-нагруженных зубчатых цилиндрических передач / В. Д. Ковалев, А. А. Клочко, Д. А. Кравченко, Т. В. Терещенко // Физические и компьютерные технологии. Труды 22-й Международной научно-практической конференции. Днепр: Лира, 2016. С. 49-51. ISBN 978-966-383-795-6.
10. Шелковой А. Н., Клочко А. А., Басова Е. В. Впервые в мировой практике. Зубчатые передачи с эффектом неньютоновского состояния рабочей жидкости // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Технології в машинобудуванні. Харків: НТУ «ХПІ», 2016. №5 (1177). С. 104-109. ISBN 2079-004X

References

1. Kovalev, V., Klochko, A., Kravchenko, D., Gasanov, M. (2017), "Cylindrical gears with non-Newtonian state of working fluid", *Heavy engineering. Problems and prospects of development: Materials of the 15th International Scientific and Technical Conference*, the DDA, Kramatorsk, p. 40.
2. Shapovalov, V., Permyakov, A., Klochko, A., Lyshenko, A. (2017), "High-speed milling of hardened gears", *Heavy engineering. Problems and prospects of development: Materials of the 15th International Scientific and Technical Conference*, the DDA, Kramatorsk, p. 96.
3. Shelkovoy, A., Klochko, A., Kravchenko, D., Tereshchenko, T. (2017), "Tribological parameters of cylindrical gears", *Heavy engineering. Problems and prospects of development: Materials of the 15th International Scientific and Technical Conference*, the DDA, Kramatorsk, p. 97.
4. Kovalev, V., Timofeev, Y., Shelkovoy, A., Klochko, A., Kravchenko, D. (2015), "Technological maintenance of operating parameters of cylindrical gears in the approximative solution of contact-hydrodynamic problems of lubrication", *Bulletin of the NTU "KhPI". Series: Technology in Mechanical Engineering*, NTU "KhPI", Khakiv, No. 4 (1113), pp. 11-19. ISBN 2079-004X
5. Kovalev, V., Klochko, A., Kravchenko, D., Kireev, E. (2012), "Investigation of the hydrodynamic properties of high-speed heavily-loaded gears for heavy turning machines", *Reliability of the instrument and optimization of technological systems: collection of scientific papers*, DGMA, Kramatorsk, Issue 31, pp. 79-93.
6. Timofeev, Y., Klochko, A., Kovalev, V., Kravchenko, D., Tereshchenko, T. (2014), "Hydrodynamic properties of high-speed toothed cylindrical gears of metal-cutting machine tools", *Quality, standardization, control, Theory and Practice: Materials of the 14th International Scientific and Practical Conference*, ATM of Ukraine, Kyiv, pp. 135-136.
7. Kovalev, V., Shelkovoy, A., Klochko, A., Kravchenko, D., Kravtsov, A. (2015), "Contact-hydrodynamic problem of high speed cylindrical gears of heavy turning machines", *Collection of scientific works. Progressive Technologies in Mechanical Engineering: Abstracts of the Third All-Ukrainian Scientific and Technical Conference*, Lviv Polytechnic National University, Lviv, p. 56.
8. Klochko, A., Kravchenko, D., Tereshchenko, T. (2016), "Technological parameters for calculating the thickness of the lubricant layer in collar-toothed cylindrical gears with hydrodynamic pockets", *Scientific notes: Intercollegiate collection*, Lutsk, Issue 53, pp. 68-78.
9. Kovalev, V., Klochko, A., Kravchenko, D., Tereshchenko, T. (2016), "Increasing the efficiency of the hydrodynamic properties of high-speed heavily-loaded gear cylindrical gears", *Physical and Computer Technologies. Proceedings of the 22nd International Scientific and Practical Conference*, Lira, Dnepr, pp. 49-51. ISBN 978-966-383-795-6.

10. Shelkovoy, A., Klochko, A., Basova, E. (2016), "For the first time in world practice. Gear gears with effect of non-Newtonian state of working fluid", *Bulletin of the NTU "KhPI". Series: Technology in Mechanical Engineering*, NTU "KhPI", Kharkov, No. 5 (1177), pp. 104-109. ISBN 2079-004X

Поступила 12.06.2017

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ковалев Віктор Дмитрович – доктор технічних наук, професор, Донбаська державна машинобудівна академія, ректор, м. Краматорськ, Україна; e-mail: kovalov.viktor@gmail.com; ORCID: 0000-0001-5091-5856.

Ковалев Виктор Дмитриевич – доктор технических наук, профессор, Донбасская государственная машиностроительная академия, ректор; г. Краматорск, Украина; e-mail: kovalov.viktor@gmail.com; ORCID: 0000-0001-5091-5856.

Kovalev Viktor – Doctor of Sciences (Engineering), Professor, Donbas State Machine-Building Acade, rector, Kramatorsk, Ukraine; e-mail: kovalov.viktor@gmail.com; ORCID: 0000-0001-5091-5856.

Шелковий Олександр Миколайович – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", професор кафедри технології машинобудування та металорізальних верстатів, м. Харків, Україна; e-mail: perm_a@i.ua; ORCID: 0000-0002-7414-4854.

Шелковой Александр Николаевич – доктор технических наук, профессор, Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", профессор кафедры технологии машиностроения и металлорежущих станков, г. Харьков, Украина; e-mail: perm_a@i.ua; ORCID: 0000-0002-7414-4854.

Shelkovoy Alexander - Doctor of Sciences (Engineering), Professor, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Professor of the Department of Technology of Machine Building and Metal Cutting Machine, Kharkiv, Ukraine; e-mail: perm_a@i.ua; ORCID: 0000-0002-7414-4854.

Клочко Олександр Олександрович – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", професор кафедри технології машинобудування та металорізальних верстатів, м. Харків, Україна; e-mail: klochko21@rambler.ru; ORCID: 0000-0003-2841-9455.

Клочко Александр Александрович – доктор технических наук, профессор, Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", профессор кафедры технологии машиностроения и металлорежущих станков, г. Харьков, Украина; e-mail: klochko21@rambler.ru; ORCID: 0000-0003-2841-9455.

Klochko Alexander – Doctor of Sciences (Engineering), Professor, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Professor of the Department of Technology of Machine Building and Metal Cutting Machine, Kharkiv, Ukraine; e-mail: klochko21@rambler.ru; ORCID: 0000-0003-2841-9455.

ТЕХНОЛОГІЧНІ РІШЕННЯ СТАЦІОНАРНОЇ ЗАВДАННЯ РОБОЧИХ РІДИН ПІДВИЩЕННЯ ДОВГОВІЧНОСТІ ЗУБЧАТИХ КОЛЕС ГОЛОВНИХ ПРИВОДІВ ВАЖКИХ ТОКАРНИХ ВЕРСТАТАХ

Предметом дослідження в статті є питання пов'язані з уточненими рішеннями ізотермічної стаціонарної задачі для змазує охолоджуючої рідини знаходиться в ньютонівському стані з урахуванням зусиль, що діють в зачепленні циліндричних зубчастих коліс і сил тертя, що виникають на активних поверхнях зубів в зоні контактування евольвентних поверхонь та товщини масляного шару з урахуванням гідродинамічних характеристик змазує рідини. **Мета** - побудова моделі контактно-гідродинамічного розрахунку зубчастої передачі. **Завдання**: розглянути встановлення величини товщини мастильного шару при заданій зовнішньої навантаженні, швидкості руху для визначення наявності або відсутності рідинного тертя, з отриманням вихідних даних для визначення працездатності і довговічності сполучених важко навантажених і відповідальних зубчастих коліс важких токарних верстатів. Отримані наступні **результати**. У статті представлена розроблена авторами модель для отримання відповідності наближених і уточнених рішень при встановленні зв'язку між максимальним контактно-гідродинамічним тиском і максимальним герцевським тиском. Аналіз показав, що при будь-яких робочих параметрах максимальне контактно-гідродинамічний тиск повинен бути менше або дорівнює максимальному герцевському тиску. При гідродинамічному (рідинному) або граничному (напіврідинних) режимах тертя масляний шар не тільки істотно впливає на стан зносу зубів, втрати потужності і температуру в контакт, а й виконує роль пружного середовища, демпфуючої удари і змінює розподіл навантажень по довжині контактних ліній. Так, для закритих евольвентних передач з поверхнево-зміцненим хіміко-термічною обробкою зубами найбільш актуальним є запобігання глибинних (підшарового) ушкоджень, обумовлених концентрацією навантаження в зачепленні. **Висновки**. Основні фізико-механічні та хімічні характеристики масляної плівки в умовах навантаженого контакту елементів зачеплення, а саме товщина масляного шару і коефіцієнт тертя є найважливішими комплексними критеріальними показниками, що визначають початок і перебіг процесу контактування швидкісних важко навантажених зубчастих передач головних приводів важких токарних верстатів з ЧПУ.

Ключові слова: циліндричні зубчасті колеса, ізотермічна стаціонарна завдання, змащуюча рідина, товщина масляного шару, гідродинамічна теорія мастила

TECHNOLOGICAL SOLUTIONS OF THE STATIONARY TASK OF WORKING LIQUIDS FOR INCREASING THE DURABILITY OF MAIN DRIVE GEARS OF HIGH-POWER LATHES

The **subject** of the research in the article are questions connected with the refined solutions of the isothermal stationary problem for the lubricating cooling liquid in the Newtonian state, taking into account the forces acting in the meshing of the cylindrical gears and

the frictional forces arising on the active surfaces of the teeth in the area of contacting the involute surfaces and the thickness of the oil layer with taking into account the hydrodynamic characteristics of the lubricating fluid. The **goal** is to build a model of contact-hydrodynamic calculation of gear transmission. **Objectives:** to consider setting the thickness of the lubricating layer at a given external load, the speed of motion to determine the presence or absence of fluid friction, with the acquisition of initial data to determine the operability and durability of the coupled heavy loaded and critical gears of heavy lathes. The following **results** are obtained. The article presents a model developed by the authors for obtaining the correspondence of approximate and refined solutions in establishing the connection between the maximum contact-hydrodynamic pressure and the maximum Gertsev pressure. The analysis showed that for any operating parameters the maximum contact-hydrodynamic pressure should be less than or equal to the maximum Gertsev pressure. In the hydrodynamic (liquid) or boundary (semi-liquid) modes of friction, the oil layer not only significantly affects the wear state of the teeth, power loss and contact temperature, but also acts as an elastic medium damping the impact and changing the load distribution along the length of the contact lines. Thus, for closed involute transmissions with surface-hardened chemical-thermal treatment of teeth, the most urgent is to prevent deep (sublayer) damage caused by the concentration of the load in the gearing. **Conclusions.** The main physico-mechanical and chemical characteristics of the oil film under conditions of loaded contact of the engagement elements, namely the thickness of the oil layer and the coefficient of friction are the most important complex criterial parameters determining the beginning and the course of the process of contacting high-speed heavy-duty gears of the main drives of heavy lathes with CNC.

Keywords: cylindrical gears, isothermal steady-state problem, the lubricating fluid, the oil film thickness, hydrodynamic theory of lubrication.

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Ковалев В. Д., Шелковий О. М., Клочко О. О. Технологічні рішення стаціонарної завдання робочих рідин підвищення довговічності зубчатих колес головних приводів важких токарних верстатах. *Сучасний стан наукових досліджень та технологій в промисловості*. Харків. 2017. № 1 (1). С. 36–45.

Ковалев В. Д., Шелковой А. Н., Клочко А. А. Технологические решения стационарной задачи рабочих жидкостей повышения долговечности зубчатых колес главных приводов тяжелых токарных станков. *Сучасний стан наукових досліджень та технологій в промисловості*. Харків. 2017. № 1 (1). С. 36–45.

Kovalev V., Shelkovoy A., Klochko A. Technological solutions of the stationary task of working liquids for increasing the durability of main drive gears of high-power lathes. *Innovative technologies and scientific solutions for industries*. Kharkiv. 2017. No. 1 (1). P. 36–45.