

¹ Т. И. Шейко, д-р техн. наук¹ К. В. Максименко-Шейко,

д-р техн. наук

¹ Ю. С. Литвинова² Д. А. Лисин, канд. техн. наук¹ Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН Украины,
г. Харьков,

e-mail: sheyko@ipmach.kharkov.ua,

e-mail: m-sh@ipmach.kharkov.ua,

e-mail: litjuli56@gmail.com,

² Харьковский национальный
университет имени В. Н. Каразина**Ключові слова:** *R-функції, математична
модель, оребрення теплопередаючих поверх-
хонь, шеврон.*

УДК 517.95+518.517

**R-ФУНКЦИИ И ШЕВРОННЫЕ
ПОВЕРХНОСТИ В МАШИНОСТРОЕНИИ**

На основі теорії R-функцій розроблено методику і побудовано рівняння різноманітних оребрень теплопередаючих поверхонь, в тому числі шевронних. Оребрення ТВЕЛів не тільки збільшує поверхню теплообміну, але й чинить великий вплив на гідродинаміку потоку, а тим самим і на коефіцієнт тепловіддачі. Отримані рівняння поверхонь було реалізовано на 3D-принтері. Шевронні передачі вирішують проблему осьової сили, однак через складність і високу вартість виготовлення їх застосовують рідше. Технологія 3D-друку дозволяє знизити собівартість і трудомісткість виготовлення продукції, у тому числі шевронних коліс. Аналітичний запис проєктованих об'єктів дає можливість використовувати буквені геометричні параметри, складні суперпозиції функцій, що, в свою чергу, дозволяє оперативно змінювати їх конструктивні елементи. Властивість додатності побудованих функцій у внутрішніх точках об'єкта є зручною для реалізації 3D-друку.

Введение

Для увеличения эффективного коэффициента теплопередачи в технике широко используется оребрение теплопередающих поверхностей. Форма оребрения весьма разнообразна. Применяют продольные, поперечные, спиральные ребра, ребра в виде шипов и т. д. Подробные сведения о различных способах оребрения и технологии изготовления ребристых поверхностей можно найти в работах [1, 2, 3]. Оребрение не только увеличивает поверхность теплообмена, но и оказывает большое влияние на гидродинамику потока, а тем самым и на коэффициент теплоотдачи. В ходе экспериментов с различными методами оребрения оболочек ТВЭЛов были разработаны более выгодные формы оребрения, так называемое шевронное и полизональное. При шевронном оребрении вся поверхность оболочки делится на четыре, шесть или восемь секторов и на соседних секторах спирали расположены симметрично относительно продольной оси.

Зубчатое колесо или шестерня – основная деталь зубчатой передачи. Шестерни – это главная составляющая подавляющего большинства механизмов. Часы, токарные станки, коробки переключения передач, насосы, тепловозы, подъемно-транспортные агрегаты и другие машины, механизмы, которые относятся практически ко всем отраслевым направлениям народного хозяйства, в частности энергетике, машиностроению, металлургии, горно-шахтному оборудованию, буровому оборудованию нефтегазодобывающего промысла – малая часть в перечне сфер применения шестерен. Цилиндрическое зубчатое колесо, венец которого по ширине состоит из участков с правыми и левыми зубьями, называют шевронным. Шевронные колёса решают проблему осевой силы. Осевые силы обеих половин такого колеса взаимно компенсируются, поэтому отпадает необходимость в установке валов на упорные подшипники. При этом передача является самоустанавливающейся в осевом направлении, по причине чего в редукторах с шевронными колесами один из валов устанавливают на плавающих опорах. Ввиду сложности и высокой стоимости изготовления шевронные передачи применяют реже, чем косозубые, т. е. только в тех случаях, когда требуется передавать большую мощность и высокую скорость, а осевые нагрузки нежелательны. На специальных станках шевронные колеса изготавливают целыми из одной заготовки. Недостатком шевронных колес является высокая трудоемкость и себестоимость изготовления. Благодаря технологии 3D-печати эти недостатки можно устранить, т. к. преимущества использования 3D-принтеров – это снижение себестоимости изготовления продукции, сокращение сроков ее появления на рынке, моделирование объектов любой формы и сложности, быстрота и высокая точность изготовления, возможность использования различных материалов, среди которых бетон, гидрогель, дерево, металл, выдерживающие высокую температуру и

© Т. И. Шейко, К. В. Максименко-Шейко, Ю. С. Литвинова, Д. А. Лисин, 2017

интенсивные механические нагрузки, термопластики, шоколад и даже живые клетки. Существует много технологий 3D-печати: стереолитография, ламинирование, селективное лазерное спекание, послойное наплавление FDM (Fused Deposition Modeling). Печать в формате 3D уже получила широкое распространение: автомобилестроение с оригинальным дизайном, авиамоделирование, машиностроение, строительство, оружие, медицина. Компания 3D Systems Corporation (США) объявила об успешном испытании трехмерного принтера VFB-3000 в условиях невесомости, что изменит подход к космическим исследованиям и обеспечению функционирования космических аппаратов.

В процессе подготовки к печати на 3D-принтере необходимо создать компьютерную 3D-модель желаемого объекта. В исследованиях по компьютерному моделированию сплошных тел, выполненных в работах А. G. Requicha [4–6], выделены восемь основных схем представления: 1) инженерные чертежи; 2) каркасное представление; 3) представление экземплярами примитивов; 4) воксельное представление; 5) дискретные модели; 6) конструктивная сплошная (блочная) геометрия (Constructive Solid Geometry, CSG); 7) схемы представления разверткой; 8) граничное представление (Brep). Анализ приведенных выше классических представлений показал, что их практическое применение ограничено или требует значительных усилий для построения моделей сложных геометрических объектов. С точки зрения универсальности одним из наиболее перспективных выглядит функциональное представление, в основе которого лежит использование языка неявных математических функций с конструктивными возможностями теории R-функций, разработанной академиком Рвачевым В. Л. [7].

Целью статьи является разработка методик и построение уравнений различных поверхностей оребрения, в том числе шевронных, на основе теории R-функций с их последующей реализацией на 3D-принтере.

Основная часть

Для построения уравнений, соответствующих геометрическим объектам с симметрией трансляции вдоль прямой, воспользуемся следующей теоремой [8].

Теорема 1. Пусть трансляционная область $\Sigma_0 = [\sigma_0(x, y) \geq 0]$ симметрична относительно оси Oy и может быть заключена в вертикальную полосу $-a < x < a$, а области $\Sigma_i = [\sigma_0(x - hi, y) \geq 0]$ получены в результате преобразования переноса области Σ_0 вдоль оси абсцисс на величины, кратные $h > 2a$. Тогда уравнение границы $\partial\Omega$ области $\Omega = \bigcup_{i \in Z} \Sigma_i$ имеет вид

$$\omega(x, y) \equiv \sigma_0(\mu(x, h), y) \geq 0,$$

где
$$\mu(x, h) = \frac{4h}{\pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}}{(2i-1)^2} \sin \frac{(2i-1)x\pi}{h}.$$

Для построения уравнений, соответствующих геометрическим объектам с точечной симметрией циклического типа, воспользуемся следующей теоремой [8].

Теорема 2. Пусть трансляционная область $\Sigma_0 = [\sigma_0(x, y) \geq 0]$ симметрична относительно оси абсцисс, а область $\Sigma_1 = [\sigma_0(x - r_0, y) \geq 0]$ может быть размещена внутри сектора $-\alpha \leq \theta \leq \alpha$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{n}$.

Области $\Sigma_k = [\sigma_0(r \cos(\theta - 2\pi k/n) - r_0, r \sin(\theta - 2\pi k/n)) \geq 0]$ $k = 0, 1, \dots, n-1$ получены в результате поворота области $\Sigma_1 = [\sigma_0(x - r_0, y) \geq 0]$ вокруг начала координат на углы $2\pi k/n$ ($k = 0, 1, \dots, n-1$).

Тогда уравнение границы $\partial\Omega$ области $\Omega = \bigcup_{k=0}^{n-1} \Sigma_k$ имеет вид

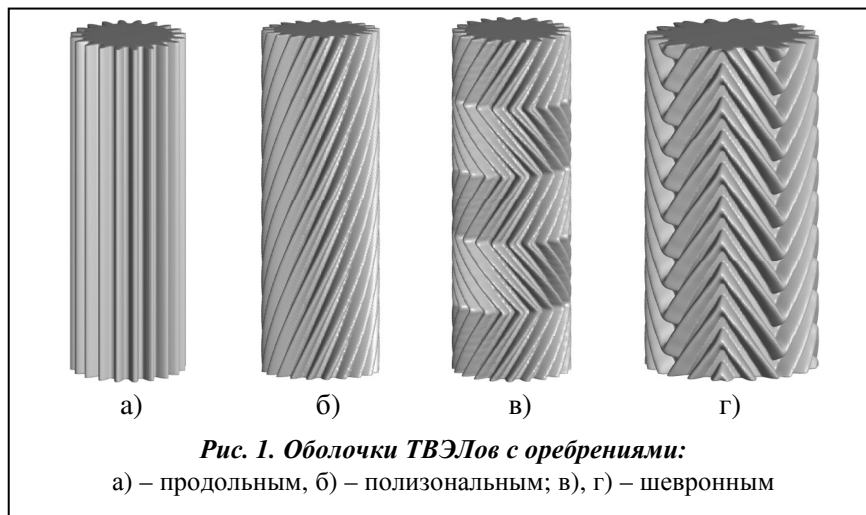
$$\omega(x, y) \equiv \sigma_0(r \cos \mu(\theta, n) - r_0, r \sin \mu(\theta, n)) = 0, \left(r = \sqrt{x^2 + y^2}, \theta = \arctg \frac{y}{x} \right),$$

где
$$\mu(n\theta) = \frac{8}{n\pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[(2k-1)\frac{n\theta}{2}\right]}{(2k-1)^2}.$$

В работе были использованы R-операции систем $\{R_0\}$, $\{R_1\}$ и суперпозиции с приведенными выше функциями μ .

Математические модели оболочек ТВЭЛов с полизональным и шевронным оребрением

На рис. 1 представлены оболочки ТВЭЛов с различным оребрением.



1. Оболочка ТВЭЛа с продольным оребрением (рис. 1, а).

$$\omega = \left(1 - \frac{(sx-2)^2}{0,56^2} - \frac{sy^2}{0,2^2} \vee_0 4 - x^2 - y^2 \right) \wedge_0 7,5^2 - z^2 \geq 0 \tag{1}$$

$$\begin{cases} sx = r \cos \mu \\ sy = r \sin \mu \end{cases}; \mu = \frac{8}{\pi n o 1} \sum_k (-1)^{k-1} \frac{\sin(2k-1)\frac{\theta n o 1}{2}}{(2k-1)^2}; r = \sqrt{x^2 + y^2}; \theta = \arctg \frac{y}{x};$$

$n o 1 = 20$ – количество ребер в оболочке.

2. Оболочка ТВЭЛа с полизональным оребрением (рис. 1, б).

$$\omega = \left(1 - \frac{(sx-2)^2}{0,56^2} - \frac{sy^2}{0,2^2} \vee_0 4 - x^2 - y^2 \right) \wedge_0 7,5^2 - z^2 \geq 0, \begin{cases} sx = rs \cos \mu s \\ sy = rs \sin \mu s \end{cases};$$

$$\mu s = \frac{8}{\pi n o 1} \sum_k (-1)^{k-1} \frac{\sin(2k-1)\frac{\theta s n o 1}{2}}{(2k-1)^2}; rs = \sqrt{xs^2 + ys^2}; \theta s = \arctg \frac{ys}{xs};$$

$$\begin{cases} xs = x \cos \frac{fi}{n} + y \sin \frac{fi}{n} \\ ys = y \cos \frac{fi}{n} - x \sin \frac{fi}{n} \end{cases}; fi = \frac{2\pi z}{10}, \quad n = 3.$$

3. Оболочка ТВЭЛа с горизонтальным шевронным оребрением (рис. 1, в).

$$\omega = \left(1 - \frac{(sx-2)^2}{0,56^2} - \frac{sy^2}{0,2^2} \vee_0 4 - x^2 - y^2 \right) \wedge_0 7,5^2 - z^2 \geq 0, \begin{cases} sx = rs \cos \mu s \\ sy = rs \sin \mu s \end{cases};$$

$$\mu_s = \frac{8}{\pi n o 1} \sum_k (-1)^{k-1} \frac{\sin(2k-1) \frac{\theta s n o 1}{2}}{(2k-1)^2}; \quad r_s = \sqrt{x s^2 + y s^2}; \quad \theta s = \arctg \frac{y s}{x s};$$

$$\begin{cases} x s = x \cos \frac{f i}{n l} + y \sin \frac{f i}{n l} \\ y s = y \cos \frac{f i}{n l} - x \sin \frac{f i}{n l} \end{cases}; \quad f i = \frac{4 h}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k-1} \frac{\sin(2k-1) \frac{\pi z}{h}}{(2k-1)^2}, \quad h=3, \quad n l=3.$$

3. Оболочка ТВЭЛа с вертикальным шевронным оребрением (рис. 1, г).

$$\omega = \left(1 - \frac{(s x - 2)^2}{0,56^2} - \frac{s y^2}{0,2^2} \vee_0 4 - x^2 - y^2 \right) \wedge_0 7,5^2 - z^2 \geq 0, \quad \begin{cases} s x = r o s \cos \mu 1 \\ s y = r o s \sin \mu 1 \end{cases};$$

$$r o s = \sqrt{x s^2 + y s^2}; \quad \theta s = \arctg \frac{y s}{x s}; \quad \mu 1 = \frac{8}{\pi n o 1} \sum_k (-1)^{k=1} \frac{\sin(2k-1) \frac{\theta s n o 1}{2}}{(2k-1)^2};$$

$$\begin{cases} x s = x x \cos \frac{f i}{n} + y y \sin \frac{f i}{n} \\ y s = y y \cos \frac{f i}{n} - x x \sin \frac{f i}{n} \end{cases}; \quad \begin{cases} x x = r \cos \mu 2 \\ y y = r \sin \mu 2 \end{cases}; \quad \mu 2 = \frac{8}{\pi n o 2} \sum_k (-1)^{k=1} \frac{\sin(2k-1) \frac{\theta n o 2}{2}}{(2k-1)^2}; \quad f i = \frac{2 \pi z}{20};$$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \theta = \arctg \frac{y}{x}; \quad n o 2 = 6$ – количество секторов.

На рис. 1, г представлена визуализация оболочки ТВЭЛа с шевронным оребрением в системе RFPreview [9, 10] по построенному уравнению, а на рис. 2 – реализация на 3D-принтере.

Последовательное построение уравнений продольного, поперечного и шевронного оребрений оболочек ТВЭЛов позволяет проследить процесс усложнения алгоритма за счет соответствующих суперпозиций в уравнение (1), вид которого не изменяется. Это является одним из примеров преимущества аналитической идентификации геометрических объектов, реализованной с использованием R-функций.

Математическая модель прямозубого подшипника

На рис. 3 представлены детали прямозубого подшипника.

Вначале построим уравнение $w_{bk} \geq 0$ внутреннего колеса (рис. 3, а), с количеством зубьев $n_{o2} = 11$.

$$w_1 = \left(1 - \frac{(x_1 - 0,8)^2}{0,56^2} - \frac{y_1^2}{0,2^2} \right) \vee_0 \left(1 - \frac{x_1 - 0,8^2}{0,2^2} - \frac{y_1^2}{0,56^2} \right) \geq 0, \quad w_{12} = (1 - x^2 - y^2) \vee_0 w_1 \geq 0,$$

где $x_1 = r_o \cos(\mu_1), \quad y_1 = r_o \sin(\mu_1), \quad r_o = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \arctg \frac{x}{y}, \quad f f 1 = \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right) \frac{n_{o2}}{2},$

$$\mu_1 = \frac{8}{n_{o2} \pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1) f f 1]}{(2k-1)^2}.$$

Окончательно, уравнение объекта, изображенного на рис. 3, а, имеет вид

$$w_{bk} = (w_{12} \wedge_0 (0,7^2 - z^2)) \wedge_0 (-0,25^2 + x^2 + y^2) \geq 0,$$



Рис. 2. Модель оболочки ТВЭЛа с шевронным оребрением, изготовленная на 3D-принтере

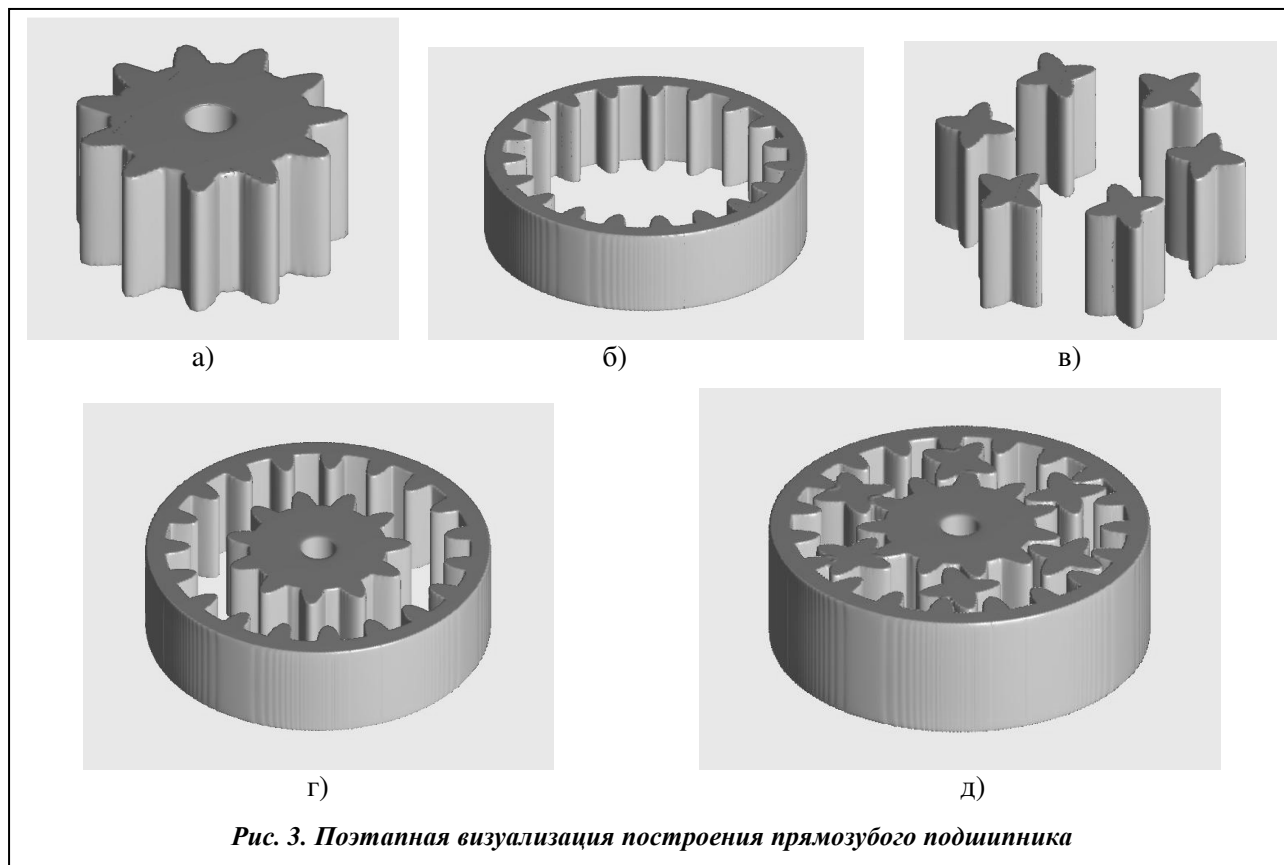


Рис. 3. Поэтическая визуализация построения прямозубого подшипника

Далее построим уравнение $w_{nk} \geq 0$ внешнего колеса (рис. 3, б) с количеством зубьев $n_o = 19$.

$$w_2 = (2,5^2 - x^2 - y^2) \geq 0, \quad w_{21} = (-2,2^2 + x^2 + y^2) \geq 0,$$

$$w_{22} = \left(\left(1 - \frac{(x_2 - 2,4)^2}{0,56^2} - \frac{y_2^2}{0,2^2} \right) \vee_0 \left(1 - \frac{(x_2 - 2,4)^2}{0,2^2} - \frac{y_2^2}{0,56^2} \right) \right) \wedge_0 w_2 \geq 0,$$

где

$$x_2 = r_o \cos(\mu_2), \quad y_2 = r_o \sin(\mu_2), \quad \mu_2 = \frac{8}{n_o \pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)ff2]}{(2k-1)^2}, \quad ff2 = \theta \frac{n_o}{2}.$$

Уравнение объекта, изображенного на рис. 3, б, имеет вид

$$w_{nk} = ((w_2 \wedge_0 w_{21}) \vee_0 w_{22}) \wedge_0 (0,7^2 - z^2) \geq 0.$$

Выполним построение уравнений $w_3 \geq 0$ внутренних звездочек, изображенных на рис. 3, в

$$(n_{o1} = 6) \quad w_3 = \left(1 - \frac{(x_3 - 1,6)^2}{0,55^2} - \frac{y_3^2}{0,15^2} \right) \vee_0 \left(1 - \frac{(x_3 - 1,6)^2}{0,15^2} - \frac{y_3^2}{0,55^2} \right) \wedge_0 (0,7^2 - z^2) \geq 0,$$

где

$$x_3 = r_o \cos(\mu_3), \quad y_3 = r_o \sin(\mu_3), \quad \mu_3 = \frac{8}{n_{o1} \pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)ff3]}{(2k-1)^2}, \quad ff3 = \theta \frac{n_{o1}}{2}.$$

Уравнение объекта, изображенного на рис. 1, г, имеет вид $w_k = w_{bk} \vee_0 w_{nk} \geq 0$, а общее уравнение прямозубого подшипника – $W_{sh} = w_k \vee_0 w_3 \geq 0$ (рис. 3, д).

Визуализация прямозубого подшипника по построенному уравнению выполнена с помощью программы RFPreview [9, 10].

Математическая модель шевронного подшипника

На рис. 4 представлены детали шевронного подшипника

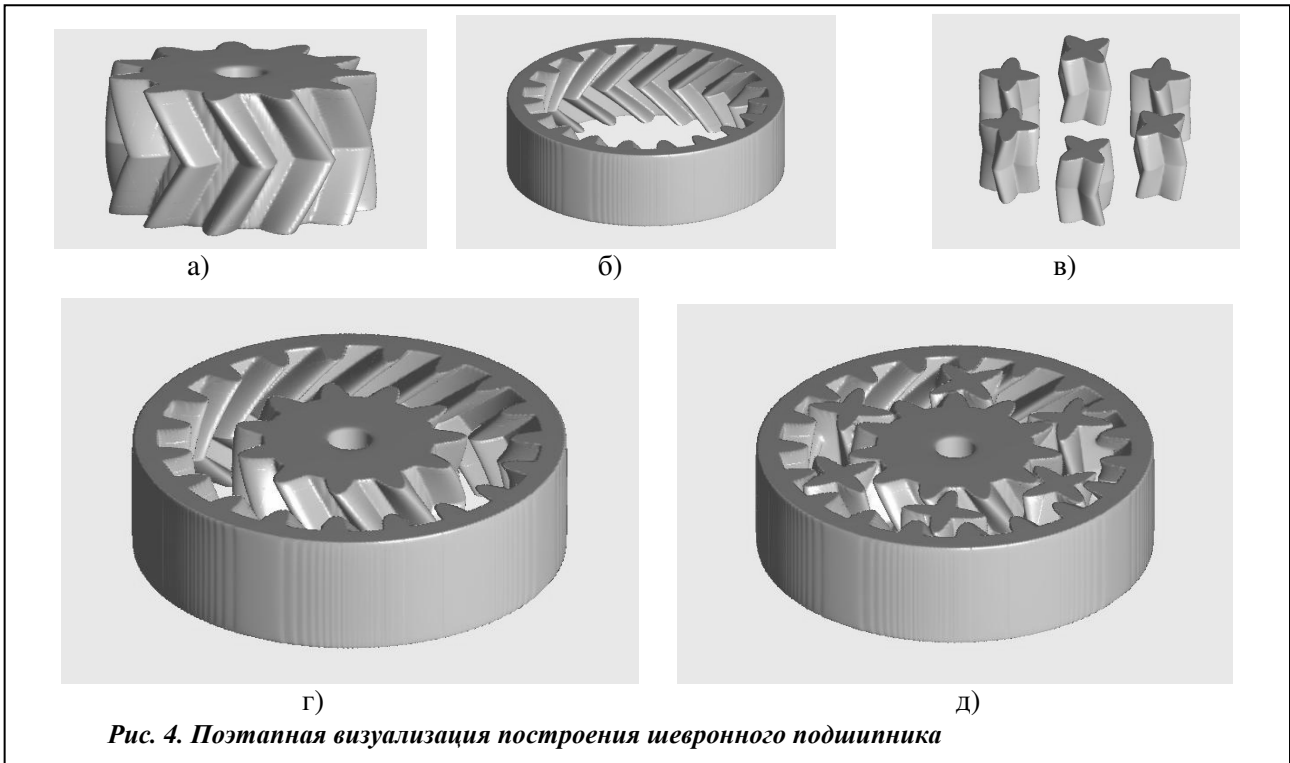


Рис. 4. Поэтапная визуализация построения шевронного подшипника

Вначале построим $w_{bk} \geq 0$ – уравнение внутреннего колеса (рис. 4, а) с количеством зубьев $n_{o2} = 11$

$$w_{bk} = w_2 \wedge_0 (0,7^2 - z^2) \wedge_0 (-0,25^2 + x^2 + y^2) \geq 0,$$

где $w_2 = (1 - x^2 - y^2 \vee_0 w_{21}) \geq 0$, $w_{21} = \left(\left(1 - \frac{(sx_1 - 0,8)^2}{0,56^2} - \frac{sy_1^2}{0,2^2} \right) \vee_0 \left(1 - \frac{(sx_1 - 0,8)^2}{0,2^2} - \frac{sy_1^2}{0,56^2} \right) \right) \geq 0$,

$$sx_1 = r_{os} \cos(\mu_1), \quad sy_1 = r_{os} \sin(\mu_1), \quad \mu_1 = \frac{8}{n_{o2}\pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)ff1]}{(2k-1)^2}, \quad ff1 = \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right) \frac{n_{o2}}{2},$$

$$r_{os} = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}; \quad \theta_s = \arctg \frac{x_s}{y_s}, \quad x_s = x \cos \varphi + y \sin \varphi, \quad y_s = y \cos \varphi - x \sin \varphi, \quad \varphi = \left(\frac{2\pi}{16} z \right) \wedge_1 \left(-\frac{2\pi}{16} z \right).$$

Выполним построение уравнения наружного колеса шевронного подшипника (рис. 4, б) с количеством зубьев $n_o = 19$

$$w_{nk} = w_1 \wedge_0 w_{11} \vee_0 w_{22} \wedge_0 (0,7^2 - z^2) \geq 0,$$

$$w_1 = 2,5^2 - x^2 - y^2 \geq 0, \quad w_{11} = (-2,2^2 + x^2 + y^2) \geq 0,$$

$$w_{22} = \left(\left(1 - \frac{(sx_2 - 2,4)^2}{0,56^2} - \frac{sy_2^2}{0,2^2} \right) \vee_0 \left(1 - \frac{(sx_2 - 2,4)^2}{0,2^2} - \frac{sy_2^2}{0,56^2} \right) \right) \wedge_0 w_1 \geq 0,$$

$$sx_2 = r_{os} \cos(\mu_2), \quad sy_2 = r_{os} \sin(\mu_2), \quad \mu_2 = \frac{8}{n_o\pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)ff2]}{(2k-1)^2}, \quad ff2 = (\theta_s - \pi) \frac{n_o}{2},$$

Построим уравнения внутренних звездчатых роликов (рис. 4, в)

$$w_3 = (w_{31} \vee_0 w_{32} \vee_0 w_{33} \vee_0 w_{34} \vee_0 w_{35} \vee_0 w_{36}) \wedge_0 (0,7^2 - z^2) \geq 0.$$

$$w_{3i} = \left(\left(1 - \frac{sx_{si}^2}{0,55^2} - \frac{sy_{si}^2}{0,15^2} \right) \vee_0 \left(1 - \frac{sx_{si}^2}{0,15^2} - \frac{sy_{si}^2}{0,55^2} \right) \right) \geq 0 \quad i = \overline{1-6} \text{ – уравнения звездчатых роликов,}$$

где

$$\begin{aligned}
 sx_{si} &= x_{si} \cos \alpha_i - y_{si} \sin \alpha_i, & sy_{si} &= y_{si} \cos \alpha_i + x_{si} \sin \alpha_i, \\
 x_{si} &= (x - c_{xi}) \cos \varphi + (y - c_{yi}) \sin \varphi, & y_{si} &= (y - c_{yi}) \cos \varphi - (x - c_{xi}) \sin \varphi, \\
 (c_{xi}, c_{yi}) & - \text{координаты центров звездчатых роликов.}
 \end{aligned}$$

Объект на рис. 4, г описан уравнением $w_4 = w_{nk} \vee_0 w_{bk} \geq 0$.

Объединив уравнения w_3 и w_4 , получим общее уравнение шевронного подшипника $W_{shest} = w_3 \vee_0 w_4 \geq 0$ (рис. 4, д). Построенная математическая модель реализована на 3D-принтере (рис. 5).

Следует отметить, что в силу конструктивной особенности шевронной сцепки подшипника он является неразборным и его изготовление становится возможным только на 3D-принтере.

Выводы

В данной работе применяется теория R-функций к математическому и компьютерному моделированию машиностроительных деталей. Впервые разработан метод и построены уравнения шевронных поверхностей. Достоверность полученных результатов, их адекватность проектируемым объектам подтверждается визуализацией как в условиях эксплуатации программы RFPreview, так и реализацией на 3D-принтере. Аналитическая запись проектируемых объектов дает возможность использовать буквенные геометрические параметры, сложные суперпозиции функций, что, в свою очередь, позволяет оперативно изменять их конструктивные элементы. Свойство положительности построенных функций во внутренних точках объекта весьма удобно для реализации 3D печати.



Рис. 5. Модель шевронного подшипника, изготовленная на 3D-принтере

Література

1. Петухов, Б. С. Теплообмен в ядерных энергетических установках / Б. С. Петухов Л. Г. Генин, С. А. Ковалев. – М.: Атомиздат, 1974. – 367 с.
2. Андреев, П. А. Теплообменные аппараты ядерных энергетических установок / П. А. Андреев. – Л.: Судостроение, 1969. – 255 с.
3. Антуфьев, В. М. Эффективность различных форм конвективных поверхностей нагрева. / В. М. Антуфьев. – М.: Энергия, 1966. – 310 с.
4. Requicha, A. A. G. Representations for Rigid Solids: Theory, Methods, and Systems / A. A. G. Requicha // Computing Surveys/ – 1980. – Vol. 12, № 4. – P. 437–464.
5. Requicha, A. A. G. Solid Modeling: A Historical Summary and Contemporary Assessment / A. A. G. Requicha, Н. В. Voelcker // IEEE Computer Graphics and Appl. – 1982. – Vol. 2, Iss. 2. – P. 9–24.
6. Requicha, A. A. G. Solid Modeling: Current Status and Research Directions / A. A. G. Requicha, Н. В. Voelcker // IEEE Computer Graphics and Appl. – 1983. – Vol. 3, Iss. 7. – P. 25–37.
7. Рвачев, В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения / В. Л. Рвачев. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с.
8. Максименко-Шейко, К. В. R-функции в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей / К. В. Максименко-Шейко. – Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2009. – 306 с.
9. Лісін, Д. О. Комп'ютерна програма «Система візуалізації та побудови сітки на поверхні геометричних об'єктів, які описані за допомогою математичних засобів теорії R-функцій «RFPreview»/ Д. О. Лісін. – Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір, 2012. – № 45951.
10. R-функції в комп'ютерному моделюванні дизайну 3D-поверхності автомобіля / Д. А. Лисин, К. В. Максименко-Шейко, А. В. Голок, Т. И. Шейко // Прикл. інформатика. – 2011. – № 6(36). – С. 78–85.

Поступила в редакцію 28.03.17