

М. М. Фридман,
канд. техн. наук

Криворожский металлургический институт Национальной металлургической академии Украины, г. Кривой Рог
e-mail: mark17@i.ua

УДК 624.04

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ ПОДХОДЕ К УЧЕТУ КОРРОЗИИ И ЗАЩИТНЫХ СВОЙСТВ АНТИКОРРОЗИОННЫХ ПОКРЫТИЙ

Ключові слова: корозія, антикорозійні покриття, оптимізація.

Запропоновано і реалізовано нову модель комбінованого підходу до обліку корозії і захисних властивостей антикорозійних покриттів на прикладі оптимізації згинальних елементів сталевих конструкцій. Як базове рівняння корозії використовується модель Долинського, що враховує вплив напруженого стану на кінетику корозії. Оптимізуються за критерієм мінімального обсягу початкові розміри згинального елемента прямокутного перерізу і знаходиться час повної втрати антикорозійного покриття конструкції.

Введение

При построении математических моделей коррозионного износа конструкций необходимо учитывать также работу защитных покрытий и определять продолжительность инкубационного периода, характеризующего долговечность применяемых защитных покрытий. Защитные покрытия представляют собой барьерные слои, затрудняющие проникание агрессивной среды к поверхности конструкции и отодвигающие начало процесса интенсивной коррозии. При расчете конструкций с защитными покрытиями, подвергающимися коррозионному износу, следует учитывать совместную работу как самого конструктивного элемента, так и защитного покрытия, приводящего к появлению напряжений в защитных покрытиях, более интенсивному снижению защитных свойств этих покрытий и, как следствие, преждевременному их разрушению.

В этой работе предложена и реализована новая модель комбинированного подхода к учету коррозии и защитных свойств антикоррозионных покрытий на примере оптимизации изгибаемых элементов стальных конструкций.

1. Постановка задачи

В настоящее время существует ряд математических моделей, описывающих понижение защитных свойств покрытий. Приведем одну из них [1]

$$dD / dt = -A(1 + m\sigma), \quad (1)$$

где D – параметр, характеризующий защитные свойства рассматриваемого покрытия, причем в начальный момент времени ($t = 0$) значение параметра принимается равным единице, а в момент потери защитных свойств $D = D_k$; A – коэффициент, учитывающий влияние вида защитного покрытия и характера агрессивной среды; m – коэффициент, учитывающий влияние уровня напряженного состояния на кинетику снижения защитных свойств покрытия; σ – эквивалентные напряжения.

Традиционно работа защищенных покрытиями конструкций складывается из двух периодов: работа с защитным покрытием (в течение которого это покрытие теряет защитные свойства и разрушается) и работа с разрушенным защитным покрытием (когда имеет место интенсивный коррозионный износ незащищенных участков конструкций). Модель коррозионного износа конструкций с учетом снижения защитных свойств покрытия при этом описывается как функция времени ($t - t_{ink}$), где t_{ink} – время «инкубационного» периода.

Например, при $\sigma = \text{const}$ время «инкубационного» периода из уравнения (1) находится как

$$t_{ink} = \frac{1 - D_k}{A(1 + m\sigma)}.$$

Очевидно, что значение параметра D в момент полной потери покрытием защитных свойств неотрицательно, то есть $D_k \geq 0$. Однако задача по его оценке, как и разбивка работы конструкции на два периода (с защитным покрытием и без такового), представляется нечеткой [2–5]. В этой связи предлагается ввести параметр D в уравнение коррозии.

2. Новая модель учета коррозии и защитных свойств антикоррозионных покрытий

Рассмотрим оптимизацию изгибаемых элементов конструкций прямоугольного сечения при комбинированном подходе к учету коррозии и защитных свойств антикоррозионных покрытий.

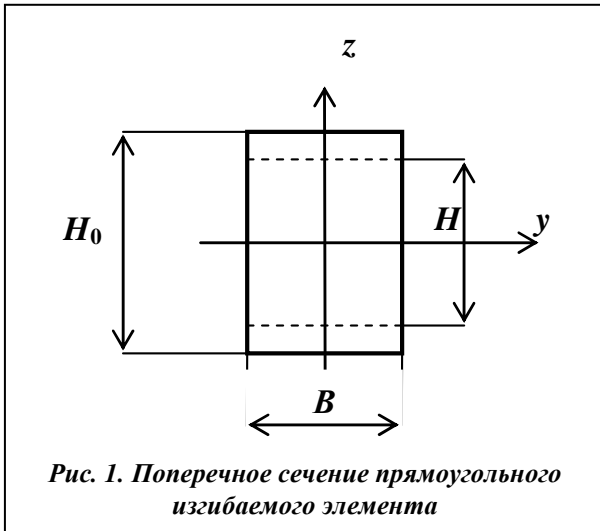


Рис. 1. Поперечное сечение прямоугольного изгибаемого элемента

Выберем в качестве базового уравнения коррозии модель, предложенную В. М. Долинским [6], которая учитывает влияние напряжений на коррозионный износ конструкций (рис. 1)

$$\frac{dH}{dt} = \begin{cases} 0, \text{ при } t < t_{ink} \\ -2(\alpha + \beta|\sigma_m|), \text{ при } t \geq t_{ink} \end{cases}$$

где α и β – постоянные коэффициенты; H_0 и H – начальная и текущая высота прямоугольного сечения; B – ширина сечения; σ_m – максимальные напряжения в текущем сечении.

Принимается, что коррозии подвержены верхняя и нижняя грани сечения, причем в одинаковой степени (посредством взятия по модулю максимальных напряжений, о чем и свидетельствует коэффициент 2 в (2).

Предлагается следующая модель коррозионного износа с учетом снижения защитных свойств покрытия:

$$\frac{dH}{dt} = \begin{cases} -2(\alpha + \beta|\sigma_m|)(1 - D), \text{ при } 0 < D \leq 1 \\ -2(\alpha + \beta|\sigma_m|), \text{ при } D = 0 \end{cases}, \quad (3)$$

где параметр D находится из уравнения (1).

В этом случае (при использовании модели (3)) исключается задание критического значения D_k и моделируется плавный переход от «слабой» коррозии (когда $D \approx 1$) к сильной (когда $D \approx 0$).

3. Определение размеров и времени полной потери антикоррозионного покрытия конструкции

Перейдем к решению уравнений (1), (3). Из уравнения (1) имеем

$$dt = -\frac{dD}{A(1 + m\sigma)}. \quad (4)$$

Подставив (4) в верхнюю часть уравнения (3) – приняв, что изгиб конструкции прямоугольного сечения происходит в плоскости xz , то есть $\sigma = |\sigma_m| = 6M / BH^2$ и, разделяя переменные, имеем

$$\int_{H_0}^H \frac{A(1 + 6mM / BH^2)}{2(\alpha + 6\beta M / BH^2)} dH = \int_1^0 (1 - D) dD, \quad (5)$$

где H – высота прямоугольного сечения в момент времени, когда $D = 0$.

После интегрирования (5) имеем следующее решение верхней части уравнения (3):

$$H_0 - H - \left(\sqrt{6m^2\alpha M / \beta B} - \sqrt{6\beta M / \alpha B} \right) \left(\operatorname{arctg} H \sqrt{\frac{B\alpha}{6\beta M}} - \operatorname{arctg} H_0 \sqrt{\frac{B\alpha}{6\beta M}} \right) - \alpha / A = 0. \quad (6)$$

Остановимся теперь на определении времени T_* , за которое конструкция полностью теряет свое антикоррозионное покрытие (в это время D изменяется от единицы до нулевого значения, а высота прямоугольного сечения – от H_0 до H). Так как T_* зависит от напряжения, то естественно пред-

положить, что для различных точек конструкции (испытывающих разные напряжения) оно будет неодинаковым. Границы его изменения могут быть найдены из (1) при $D_k = 0$. Так, при $\sigma = [\sigma]$ (где $[\sigma]$

– допусковое напряжение), имеем его минимум, $T_{\min}^* = \frac{1}{A(1+m[\sigma])}$, а при $\sigma = 0$ – его максимум

$T_{\max}^* = \frac{1}{A}$. Точное определение T_* может быть осуществлено следующим образом. Примем верхний

предел интеграла в правой части уравнения (5) за D , тогда после интегрирования получим уравнение, аналогичное (6)

$$D^2 - 2D + 1 + \frac{A}{\alpha} \left[H - H_o + (a-b) \left(\operatorname{arctg} \frac{H}{b} - \operatorname{arctg} \frac{H_o}{b} \right) \right] = 0, \quad (7)$$

где $a = \sqrt{6m^2\alpha M / \beta B}$, $b = \sqrt{6\beta M / B\alpha}$.

Из (7) имеем

$$D = 1 + \sqrt{\frac{A}{\alpha} \left[H_o - H + (a-b) \left(\operatorname{arctg} \frac{H_o}{b} - \operatorname{arctg} \frac{H}{b} \right) \right]}. \quad (8)$$

Дифференцируя левую и правую части уравнения (8), получим

$$dD = -\frac{\sqrt{A/\alpha}}{2} \frac{(H^2 + ab)(H^2 + b^2)}{\sqrt{\left[H_o - H + (a-b) \left(\operatorname{arctg} \frac{H_o}{b} - \operatorname{arctg} \frac{H}{b} \right) \right]}} dH. \quad (9)$$

Подставив (9) в (4), после интегрирования имеем следующее интегральное выражение для определения T_* :

$$T_* = \frac{1}{2\sqrt{A\alpha}} \int_{H_o}^H \frac{dH}{(1 + b^2/H^2) \sqrt{\left[H_o - H + (a-b) \left(\operatorname{arctg} \frac{H_o}{b} - \operatorname{arctg} \frac{H}{b} \right) \right]}}.$$

Для решения нижней части уравнения (3) разделим в нем переменные

$$\int_H^{H_k} \frac{dH}{\alpha + 6\beta M / BH^2} = -2 \int_0^{T_k} dt, \quad (10)$$

где H_k – критическая высота прямоугольного сечения, определяемая из принципа равнонапряженности конструкции в конечный момент времени ее эксплуатации по формуле $H_k = \sqrt{\frac{6M}{B[\sigma]}}$; T_k – время

эксплуатации конструкции после полного отсутствия антикоррозионной защиты, определяемое как $T_k = T - T_*$.

После интегрирования (10) окончательно имеем

$$H - \sqrt{\frac{6M}{B[\sigma]}} + \sqrt{\frac{6\beta M}{B\alpha}} \left(\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\alpha}{\beta[\sigma]}} - \operatorname{arctg} H \sqrt{\frac{B\alpha}{6\beta M}} \right) - 2\alpha(T - T_*) = 0, \quad (11)$$

4. Задача оптимизации

После решения уравнения (3) можно непосредственно перейти к процедуре оптимизации. В вектор варьируемых параметров для каждого фиксированного значения x включается начальная высота, высота в момент времени T_* и ширина прямоугольного сечения, то есть

$$\bar{X} = \{x_1, x_2, x_3\}^T = \{H_o, H, B\}^T.$$

Цель задачи оптимизации заключается в отыскании (для каждого фиксированного значения x) оптимального вектора конструкции \bar{X}_{opt} , удовлетворяющего уравнениям (6) и (11) и минимизирующего начальную площадь сечения A_0 . В результате поэтапной оптимизации получаем конструкцию минимального объема. Последнее утверждение справедливо в силу зависимости

$$V = \int_0^L A_0 dx = \int_0^L H_0(x) B(x) dx,$$

где L – длина конструкции.

5. Численные результаты

Для реализации оптимального проекта используется один из эффективных алгоритмов метода случайного поиска [7]. В процессе поиска оптимальных решений в качестве конструктивных ограничений реализуются следующие неравенства:

$$15B - H_0 \geq 0; \quad B \geq K,$$

где K – принятое наименьшее значение толщины прямоугольного сечения.

В качестве численной иллюстрации рассмотрим оптимизацию консольной балки с силой P на конце (рис. 2). Исходные данные задачи: $F = 10$ кН; $L = 1$ м; $\alpha = 1$ мм/год; $\beta = 1 \times 10^{-3}$ мм/(МПахгод); $A = 0,732$ год $^{-1}$; $m = 0,005$ МПа $^{-1}$; $[\sigma] = 210$ МПа; $K = 10$ мм.

Рассматривалось 3 варианта различных значений времени эксплуатации конструкции T (лет): а) $T_1 = 5$; б) $T_2 = 10$; в) $T_3 = 15$.

Оптимальное очертание начальной высоты консольной балки $H_0(x)$, ее вид в переходный момент времени T_* – $H(x)$ и в конечный момент времени эксплуатации конструкции $H_k(x)$ показаны на рис. 3. Оптимальное очертание ширины консольной балки и время, за которое теряются защитные свойства антикоррозионного покрытия в каждом ее пункте, приведены на рис. 4.

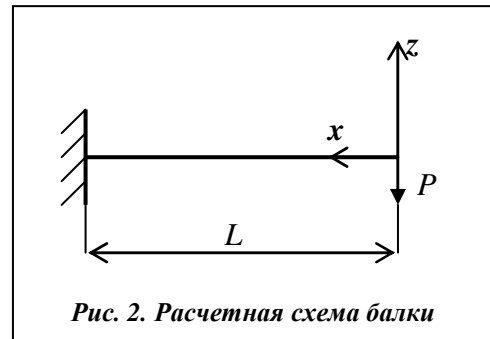


Рис. 2. Расчетная схема балки

Выводы

Создана новая математическая модель комбинированного подхода к учету коррозии и защитных свойств антикоррозионных покрытий конструкций.

Реализация данной модели продемонстрирована на примере оптимизации изгибаемых элементов прямоугольного сечения. Поэтапно получены аналитические решения по определению поперечных размеров и времени полной

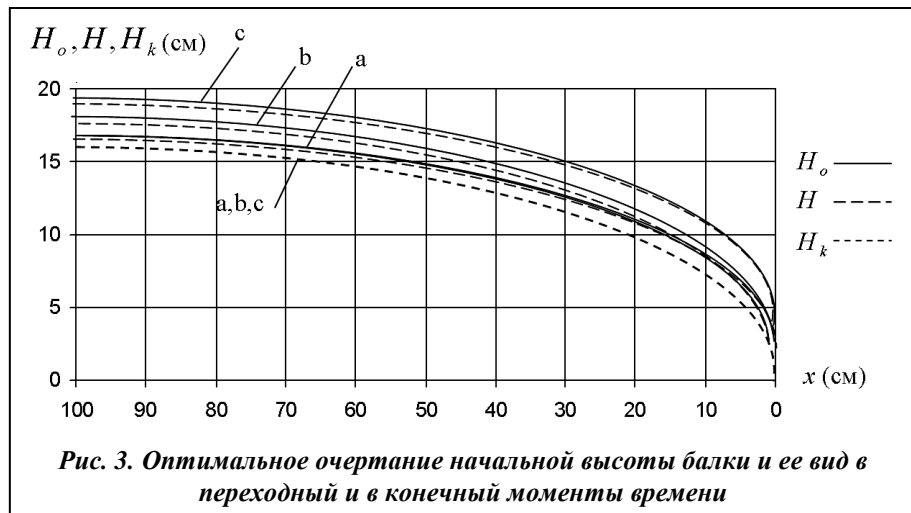


Рис. 3. Оптимальное очертание начальной высоты балки и ее вид в переходный и в конечный моменты времени

потери антикоррозионного покрытия данных элементов. В результате оптимизации найдены оптимальные начальные размеры сечения по критерию минимального объема конструкции. Выводы проведенного исследования приведены ниже.

Так, из рис. 3 видно, что во всех вариантах (а, б, в) величина H мало отличается от H_0 по всей длине балки (практически на толщину защитного антикоррозионного слоя), то есть в период времени

от 0 до T_* суммарное воздействие коррозии еще незначительно. В частности, при $M = 0$ (то есть на конце консольной балки): $H_0 - H = \alpha/A = 1,37$ мм, что непосредственно вытекает из (6).

Что касается критического значения H_k , найденного из принципа равнонапряженности конструкции в конечный момент времени ее эксплуатации, то в одноименных пунктах для всех вариантов расчета оно практически совпадает (в силу слабого отличия здесь ширины сечения B , что наглядно видно из рис. 4).

Если сравнивать значения T_* во всех трех вариантах (рис. 4), то видно, что чем больше время эксплуатации конструкции T , тем оно выше по всей длине балки, за исключением ее конца, где для всех вариантов оно одинаково и равно $1/A$. Данная закономерность объяснима зависимостью T_* от напряжения, которое в большей степени зависит от начальной высоты балки H_0 . Естественно, что величина H_0 находится в прямой зависимости от T .

Как видно из рис. 4, оптимальная ширина балок практически везде совпадает со своим наименьшим возможным значением K , то есть конструктивное ограничение $B \geq K$ является активным в процессе поиска оптимальных решений. Так как величины H_0 и H находятся из (6) и (11) при фиксированном значении B , то найти оптимальное значение этого параметра можно только вследствие минимизации объема конструкции, вводя B в вектор варьируемых параметров.

В заключение следует отметить, что предложенная модель, а также рассмотренный подход к ее реализации при оптимизации конструкций, работающих в условиях коррозии, может быть использована как при аналитических решениях, так и с помощью численных методов.

В заключение следует отметить, что предложенная модель, а также рассмотренный подход к ее реализации при оптимизации конструкций, работающих в условиях коррозии, может быть использована как при аналитических решениях, так и с помощью численных методов.

Литература

1. Карякина, М. И. Физико-химические основы процессов формирования и старения покрытий / М. И. Карякина. – М.: Химия, 1980. – 198 с.
2. Кофман, А. Введение в теорию нечетких множеств: Пер. с англ. / А. Кофман. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.
3. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения / Под ред. Р. Ягера: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1986. – 408 с.
4. Почтман, Ю. М. Методы расчета надежности и оптимального проектирования конструкций, функционирующих в экстремальных условиях / Ю. М. Почтман, М. М. Фридман. – Днепропетровск: Наука и образование, 1997. – 134 с.
5. Фридман, М. М. Концептуальні підходи при оптимальному проектуванні конструкцій, що функціонують в екстремальних умовах // Опір матеріалів і теорія споруд. – Київ: КНУБА. – 2002. – № 70. – С. 158–175.
6. Долинский, В. М. Расчет нагруженных труб, подверженных коррозии / В. М. Долинский // Хим. и нефт. машиностроение. – 1967. – № 2. – С. 21–30.
7. Гурвич, Н. Б. Рандомизированный алгоритм для решения задач нелинейного программирования / Н. Б. Гурвич, В. Г. Захарченко, Ю. М. Почтман // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1979. – № 5. – С. 15–17.

