

¹ К. В. Максименко-Шейко,

д-р техн. наук

¹ Ю. С. Литвинова¹ Т. И. Шейко, д-р техн. наук² М. А. Хажмурадов, д-р техн. наук¹ Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН Украины,
г. Харьков,

e-mail: m-sh@ipmach.kharkov.ua,

e-mail: litjuli56@gmail.com,

e-mail: sheyko@ipmach.kharkov.ua,

² Национальный научный центр«Харьковский физико-технический
институт»

e-mail: khazhm@kipt.kharkov.ua

УДК 517.95+518.517

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ТЕЧЕНИИ
ЖИДКОСТИ ДЛЯ ТВЭЛА С
ПОЛИЗОНАЛЬНЫМ ОРЕБРЕНИЕМ
ОБОЛОЧКИ**

Наведено розроблені методики побудови рівнянь різних поверхонь оребрення на основі теорії R-функцій з подальшою реалізацією на 3D-принтері та дослідження гідродинамічних і температурних полів при полізональному оребренні оболонки ТВЕЛа. У ході експериментів з різними методами оребрення оболонок ТВЕЛів були розроблені найбільш вигідні форми оребрення, так звані полізональне і шевронне, реалізацію яких пропонується виконувати на 3D-принтері. З погляду універсальності одним з найбільш перспективних є функціональне представлення з конструктивними можливостями теорії R-функцій. Наведено результати дослідження поля швидкостей і температурного поля для різних значень параметрів закрутки та оребрення.

Ключові слова: теорія R-функцій; метод Рітца; теплообмін; оболонка ТВЕЛа; полізональне оребрення.

Введение

Для увеличения эффективного коэффициента теплопередачи в технике широко используется оребрение теплопередающих поверхностей. Форма оребрения весьма разнообразна. Применяют продольные, поперечные, спиральные ребра, ребра в виде шипов и т. д. Подробные сведения о различных способах оребрения и технологии изготовления ребристых поверхностей можно найти в работах [1–3]. Оребрение не только увеличивает поверхность теплообмена, но и оказывает большое влияние на гидродинамику потока, а тем самым и на коэффициент теплоотдачи. Очевидно, что чем лучше идет перемешивание в основном потоке и в межреберных зазорах, тем выше коэффициент теплоотдачи. Одновременно с увеличением коэффициента теплоотдачи растет и гидравлическое сопротивление оребренных элементов. Поэтому при конструировании оребрения следует найти такую форму, которая дала бы существенный выигрыш в теплоотдаче при небольшом увеличении гидравлического сопротивления. Для оболочек ТВЭЛов вначале были выбраны продольные ребра. Однако при этом внешний поток в зазоре между вершинами ребер и наружной стенкой канала оставался относительно холодным, а в межреберных зазорах сильно перегревался. Поэтому теплосъем при продольном оребрении оказался сравнительно низким. В ходе экспериментов с различными методами оребрения оболочек ТВЭЛов были разработаны более выгодные формы оребрения, так называемые полизональное и шевронное.

Целью работы является разработка методик и построение уравнений поверхностей оребрения на основе теории R-функций и исследование гидродинамических и температурных полей при полизональном оребрении оболочки ТВЭЛа для различных значениях параметров как закрутки, так и оребряющих поверхностей.

Основная часть

В работе были использованы R-операции систем $\{R_0\}$ и суперпозиции с периодическими

функциями
$$\mu(n\theta) = \frac{8}{n\pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[(2k-1)\frac{n\theta}{2}\right]}{(2k-1)^2}$$
 для построения уравнений, соответствующих геометрическим объектам с точечной симметрией циклического типа [4].

Математические модели оболочек ТВЭЛов с оребрением (рис. 1)

1. Оболочка ТВЭЛа с продольным оребрением (рис. 1, а)

$$\omega = (R^2 - x^2 - y^2 \vee_0 \omega_{or}) \wedge_0 H^2 - z^2 \geq 0, \tag{1}$$

$$\omega_{or} = (\delta - |sy|) \wedge_0 ((r1^2 - sx^2 - sy^2)/2r1 \wedge_0 (sx^2 + sy^2 - r2^2)/2r2),$$

$$\begin{cases} sx = r \cos \mu; \\ sy = r \sin \mu; \end{cases} \mu = \frac{8}{\pi no} \sum_k (-1)^{k-1} \frac{\sin(2k-1) \frac{\theta no}{2}}{(2k-1)^2}; r = \sqrt{x^2 + y^2}; \theta = \arctg \frac{y}{x};$$

где R – радиус внешней поверхности оболочки; H – высота оболочки; 2δ – толщина рёбер; $r1, r2$ – радиусы цилиндров, ограничивающих рёбра ($L = r1 - R$ – длина ребра); no – количество ребер на оболочке.

2. Оболочка ТВЭЛа с полизональным оребрением (рис. 1, б).

$$\omega = (R^2 - x^2 - y^2 \vee_0 \omega_{or}) \wedge_0 H^2 - z^2 \geq 0,$$

$$\omega_{or} = (\delta - |sy|) \wedge_0 ((r1^2 - sx^2 - sy^2)/2r1 \wedge_0 (sx^2 + sy^2 - r2^2)/2r2), \begin{cases} sx = rs \cos \mu s; \\ sy = rs \sin \mu s; \end{cases}$$

$$\mu s = \frac{8}{\pi no} \sum_k (-1)^{k-1} \frac{\sin(2k-1) \frac{\theta sno}{2}}{(2k-1)^2}; rs = \sqrt{xs^2 + ys^2}; \theta s = \arctg \frac{ys}{xs}; \begin{cases} xs = x \cos \alpha z + y \sin \alpha z; \\ ys = y \cos \alpha z - x \sin \alpha z; \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{n} \text{ – параметр закрутки.}$$

На рис. 1, а, б представлена визуализация построенных уравнений оболочек ТВЭЛов с оребрениями. Последовательное построение уравнений продольного и полизонального оболочек ТВЭЛов позволяет проследить процесс усложнения алгоритма за счет соответствующих суперпозиций в уравнении (1), вид которого не изменяется. Это является одним из примеров преимущества аналитической идентификации геометрических объектов, реализованной с использованием R-функций.

Рассмотрим задачу теплообмена при ламинарном течении жидкости для ТВЭЛа с полизональным оребрением оболочки (рис. 2).

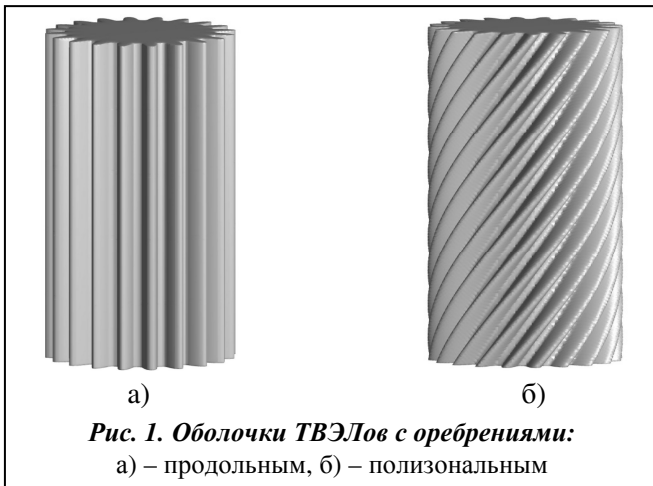


Рис. 1. Оболочки ТВЭЛов с оребрениями:
а) – продольным, б) – полизональным

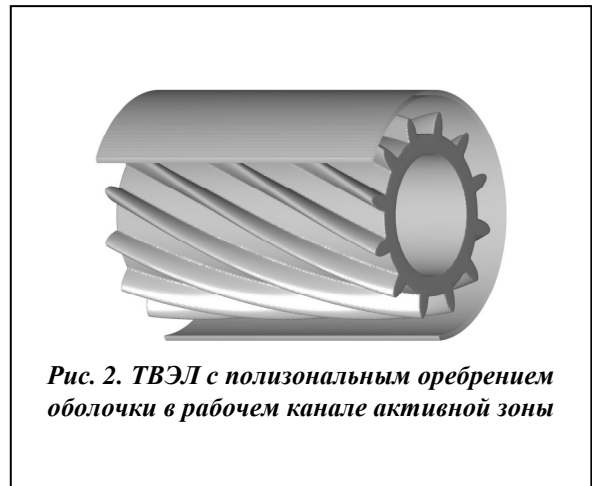


Рис. 2. ТВЭЛ с полизональным оребрением оболочки в рабочем канале активной зоны

Соответствующая математическая модель в криволинейной неортогональной системе координат имеет вид [5]

$$\begin{aligned} & (1 + \alpha^2 \hat{y}^2) \frac{\partial^2 V^3}{\partial \hat{x}^2} + (1 + \alpha^2 \hat{x}^2) \frac{\partial^2 V^3}{\partial \hat{y}^2} - 2\alpha^2 \hat{x} \hat{y} \frac{\partial^2 V^3}{\partial \hat{x} \partial \hat{y}} - \alpha^2 \left(\hat{x} \frac{\partial V^3}{\partial \hat{x}} + \hat{y} \frac{\partial V^3}{\partial \hat{y}} \right) - \\ & - \frac{\alpha^2 (2 + \alpha^2 \hat{x}^2 + \alpha^2 \hat{y}^2)}{f^2} V^3 = - \frac{1}{\mu \sqrt{f}} \frac{\partial p}{\partial z}; \end{aligned} \tag{2}$$

$$-\left[(1 + \alpha^2 \hat{y}^2) \frac{\partial^2 T}{\partial \hat{x}^2} + (1 + \alpha^2 \hat{x}^2) \frac{\partial^2 T}{\partial \hat{y}^2} - 2\alpha^2 \hat{x}\hat{y} \frac{\partial^2 T}{\partial \hat{x}\partial \hat{y}} - \alpha^2 \left(\hat{x} \frac{\partial T}{\partial \hat{x}} + \hat{y} \frac{\partial T}{\partial \hat{y}} \right) \right] = -\frac{V^3}{a\sqrt{f}} C. \quad (3)$$

Граничное условие для скорости формулируется как условие прилипания частиц жидкости к твердой стенке: $\vec{V}|_{\partial\Omega} = 0$. Граничные условия для поля температуры на стенке могут быть заданы

различным образом: $T|_{\partial\Omega_i} = T_i, \frac{\partial T}{\partial n}|_{\partial\Omega} = -\frac{q}{\lambda}, \left(\frac{\partial T}{\partial n} + hT \right)|_{\partial\Omega} = q_c, \begin{cases} T|_{\partial\Omega+0} = T|_{\partial\Omega-0}; \\ \lambda_{жс} \frac{\partial T}{\partial n}|_{\partial\Omega+0} = \lambda_{см} \frac{\partial T}{\partial n}|_{\partial\Omega-0} \end{cases}.$

Таким образом, от трехмерных краевых задач приходим к двумерным задачам, для решения которых может быть применен метод Ритца в сочетании с методом R-функций [5, 6]. Положительная определенность операторов задач (2), (3) доказана в [5].

Минимизируем функционалы, эквивалентные краевым задачам (2) и (3)

$$I_1 = \int_{\Omega} \left[(1 + \alpha^2 \hat{y}^2) \left(\frac{\partial V}{\partial \hat{x}} \right)^2 + (1 + \alpha^2 \hat{x}^2) \left(\frac{\partial V}{\partial \hat{y}} \right)^2 - 2\alpha^2 \hat{x}\hat{y} \frac{\partial V}{\partial \hat{x}} \frac{\partial V}{\partial \hat{y}} + KV^2 - 2FV \right] d\hat{x}d\hat{y},$$

где $K = \frac{\alpha^2(2 + \alpha^2 \hat{x}^2 + \alpha^2 \hat{y}^2)}{f^2}; F = -\frac{1}{\mu\sqrt{f}} \frac{\partial p}{\partial z}; f = \sqrt{1 + \alpha^2 \hat{x}^2 + \alpha^2 \hat{y}^2}.$

$$I_2 = \int_{\Omega} \left[(1 + \alpha^2 \hat{y}^2) \left(\frac{\partial T_1}{\partial \hat{x}} \right)^2 + (1 + \alpha^2 \hat{x}^2) \left(\frac{\partial T_1}{\partial \hat{y}} \right)^2 - 2\alpha^2 \hat{x}\hat{y} \frac{\partial T_1}{\partial \hat{x}} \frac{\partial T_1}{\partial \hat{y}} - 2GT_1 \right] d\hat{x}d\hat{y} +$$

$$+ 2 \int_{\Omega} \left[(1 + \alpha^2 \hat{y}^2) \frac{\partial T_1}{\partial \hat{x}} \frac{\partial T_0}{\partial \hat{x}} + (1 + \alpha^2 \hat{x}^2) \frac{\partial T_1}{\partial \hat{y}} \frac{\partial T_0}{\partial \hat{y}} - \alpha^2 \hat{x}\hat{y} \left(\frac{\partial T_0}{\partial \hat{x}} \frac{\partial T_1}{\partial \hat{y}} + \frac{\partial T_1}{\partial \hat{x}} \frac{\partial T_0}{\partial \hat{y}} \right) \right] d\hat{x}d\hat{y},$$

где $G = -\frac{V^3}{a\sqrt{f}} C$. На внешней стенке ($f_1 = (R_b^2 - x^2 - y^2)/2R_b = 0$) $T|_{\partial\Omega_1} = 0$, на внутренней – ($\omega = 0$)

$T|_{\partial\Omega_2} = 1$. Структура решения задачи (2) имеет вид $V^3 = \omega_1 \Phi_1$, а задачи (3) – $T = T_0 + T_1$;

$T_0 = \frac{f_1}{f_1 + \omega_2}; T_1 = \omega_1 \Phi_2$, где $\omega_1 = f_1 \wedge \omega_2$.

При различных значениях параметра закрутки α получаем результаты, приведенные на рис. 3, 4, свидетельствующие о том, что с увеличением как значения параметра закрутки α , так и длины ребер увеличивается прогревание в межреберной зоне, но при этом растет и гидравлическое сопротивление.

Выводы

В данной работе применяется теория R-функций к математическому и компьютерному моделированию теплообмена при течении жидкости для ТВЭЛа с полизональным оребрением оболочки. Аналитическая запись проектируемых объектов дает возможность использовать буквенные геометрические параметры, сложные суперпозиции функций, что, в свою очередь, позволяет оперативно изменять их конструктивные элементы. Уменьшение шага винтовой спирали (увеличение параметра закрутки α) приводит к возрастанию сопротивления, опережающему рост теплоотдачи. Увеличение толщины ребер повышает их эффективность. С увеличением параметра L растет поверхность оребрения и повышается коэффициент теплоотдачи. Однако при значительном увеличении L сильно растет гидродинамическое сопротивление, чему свидетельствует кривая 4 при $L = 0,85$ (рис. 4). Таким образом, по результатам проведенных вычислительных экспериментов можно сделать вывод, что $L = 0,75$ и $\alpha = \pi/3$ будут обеспечивать приемлемое соотношение гидродинамического сопротивления и теплоотдачи. В дальнейшем представляет интерес исследование влияния толщины ребра и длины канала на теплоотдачу и гидродинамическое сопротивление.

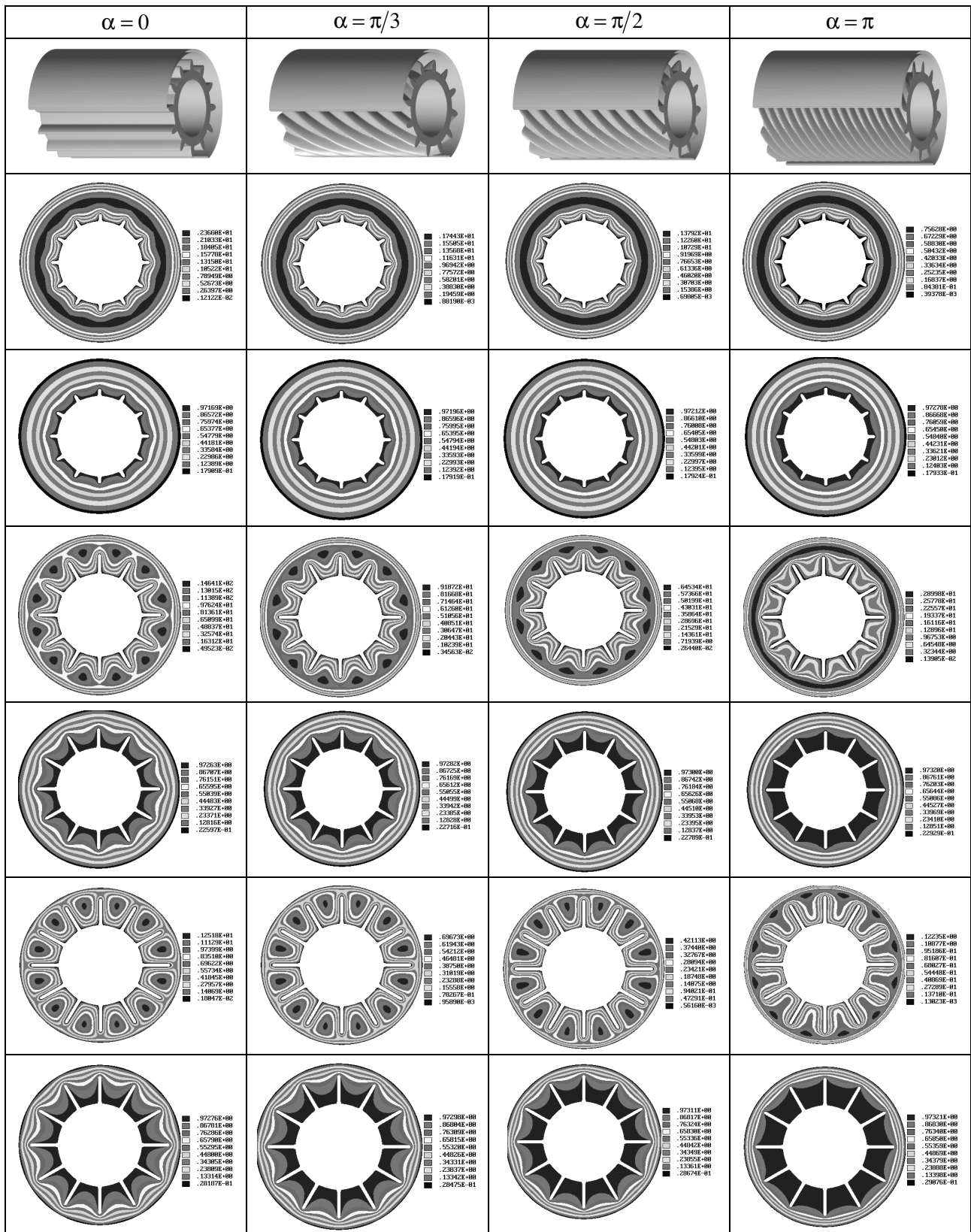


Рис. 3. Распределения поля скоростей (нечётная строка) и температур (четная строка) при различных значениях параметра закрутки и длины ребра

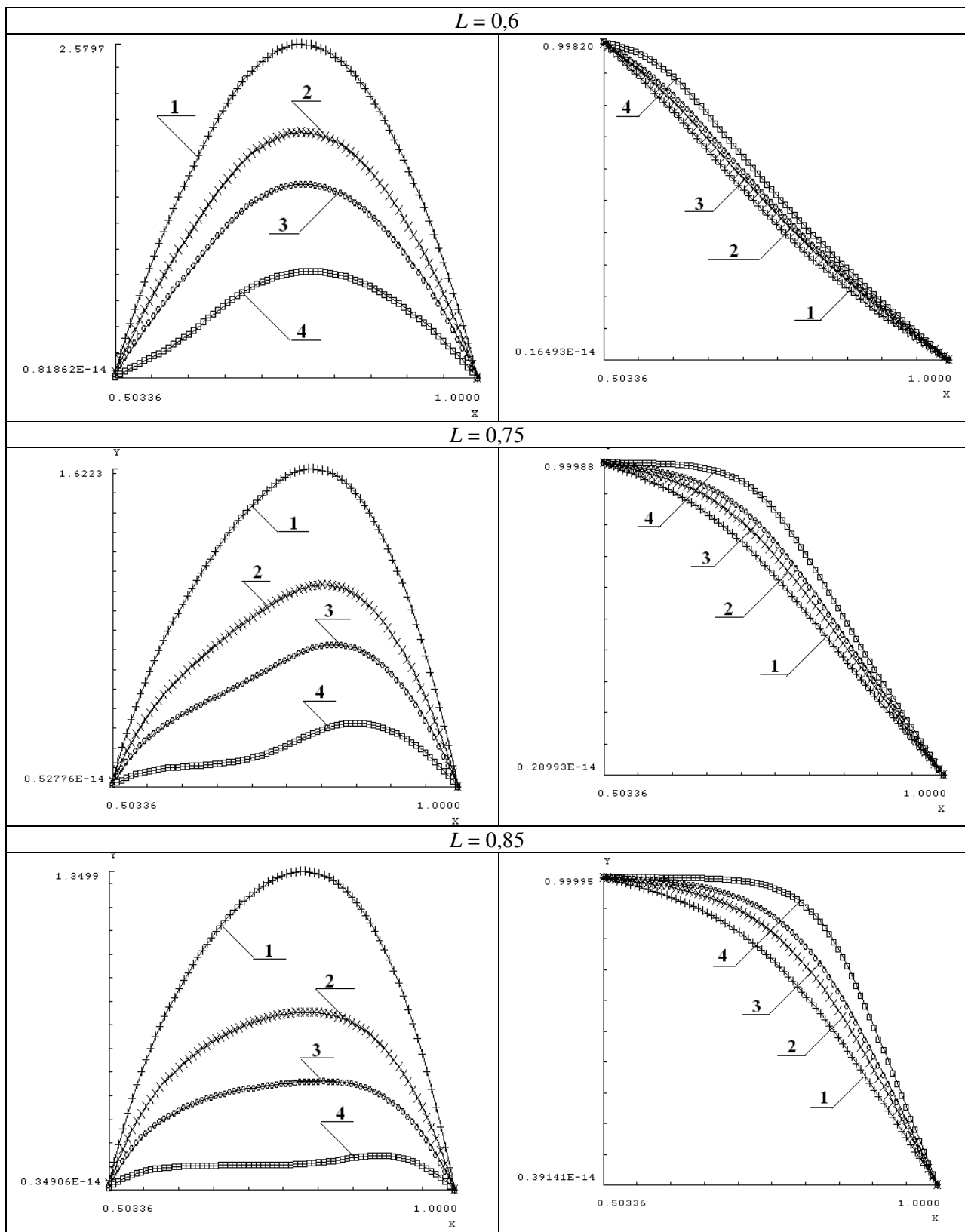


Рис. 4. Графики распределения скорости (левый столбец) и температуры (правый столбец) при различных значениях длины ребра L и параметра закрутки α :
 1 – $\alpha = 0$; 2 – $\alpha = \pi/3$; 3 – $\alpha = \pi/2$; 4 – $\alpha = \pi$

Література

1. *Петухов Б. С.* Теплообмен в ядерных энергетических установках /Б. С. Петухов Л. Г. Генин, С. А. Ковалев. – М.: Атомиздат, 1974. – 367 с.
2. *Андреев П. А.* Теплообменные аппараты ядерных энергетических установок/ П. А. Андреев. – Л.: Судостроение, 1969. – 255 с.
3. *Антуфьев В. М.* Эффективность различных форм конвективных поверхностей нагрева. / В. М. Антуфьев. – М.: Энергия, 1966. – 310 с.
4. *Литвинова Ю. С.* Аналитическая идентификация машиностроительных деталей с помощью R-функций / Ю. С. Литвинова, К. В. Максименко-Шейко, Т. И. Шейко, А. В. Толок // Информ. технологии в проектировании и производстве, 2016. – № 1(161). – С. 38–45.
5. *Максименко-Шейко К. В.* R-функции в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей / К. В. Максименко-Шейко. – Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2009. – 306 с.
6. *Рвачев В. Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения / В. Л. Рвачев. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с.

Поступила в редакцию 14.08.17