

УДК 539.3

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УТОЧНЕННЫХ КОНЕЧНО- ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ РОТОРОВ ТУРБОМАШИН

А. С. Каиров, д-р техн. наук

С. А. Моргун, канд. техн.
наукserhii.morhun@nuos.edu.uaНациональный университет
кораблестроенияим. адмирала Макарова,
54025, Украина, г. Николаев,
пр. Героев Украины, 9

Разработана уточненная математическая модель роторов газотурбинных двигателей с использованием трехмерных конечных элементов криволинейной формы. Все расчеты были выполнены для роторов, которые широко распространены в энергетическом машиностроении и судостроении. Детали этого типа имеют конструктивную неоднородность, которую вряд ли можно было бы правильно объяснить, используя хорошо известные конечные элементы и их функции формы. С другой стороны, математическая модель должна быть максимально простой с целью ее широкого использования в процессе проектирования ротора. Поэтому была разработана новая уточненная конечноэлементная математическая модель, состоящая из трехмерных криволинейных конечных элементов типа гексаэдра. Она использовалась для расчета поля перемещений, вызванного комплексным воздействием теплового потока, и контактной нагрузки в местах соединения элементов ротора. Такой подход дает возможность описать весь ротор как суперпозицию разработанных криволинейных моделей конечных элементов и сделать процесс расчета более правильным и компактным. Для решения поставленной задачи была составлена система матричных уравнений. Она основана на использовании зависимостей энергетического баланса при механическом контакте элементов ротора, а также теплового баланса при воздействии нестационарного теплового потока. При создании численного алгоритма решения поставленной задачи использовалось прямое разложение Холецкого. Для придания решению большей компактности применялась схема Шермана. Все расчеты полей перемещений и температур проведены для двух широко распространенных типов соединений, которые используются для создания таких роторов, а именно: соединенный с зазором и с натягом.

Ключевые слова: *трехмерные конечные элементы, роторы газовых турбин, поля перемещений и температур, задача контактной термоупругости, зазор, натяг.*

Введение

В рабочем процессе роторов газовых турбин, которые используются в современных турбинах, постоянно присутствуют различные механические и тепловые нагрузки высокой интенсивности. Это приводит к изменениям напряженно-деформированного состояния всего ротора, а также его составных частей – диска, вала и лопаток, вызванного их механическим контактом и тепловым потоком, проходящим через контактирующие поверхности. Особенно важна эта корреляция для деталей газотурбинных двигателей из-за их чрезвычайно сложного рабочего процесса.

Следует заметить, что основные условия контакта деталей ротора не всегда одинаковы даже в случае контакта однотипных деталей [1]. Во-первых, вал и лопаточный венец монтируются перед началом рабочего процесса. Это означает, что каждая пара контактирующих поверхностей имеет свои определенные условия сопряжения. Но во время рабочего процесса условия сопряжения могут быстро меняться. Данный факт вызывает изменения характера механического контакта. Поэтому мы можем также наблюдать изменения параметров теплового потока на поверхности контакта вала и лопаточного венца [2]. Следовательно, математическая модель, используемая для решения проблемы термоупругости роторов газотурбинных двигателей, должна учитывать все эти механические и температурные изменения на контактирующих поверхностях деталей, входящих в состав ротора ГТД.

Существуют два основных подхода, которые используются для решения контактных задач механики деформируемого твердого тела методом конечных элементов (МКЭ). Основная идея первого подхода заключается в использовании контактного слоя с определенной теплопроводностью, который расположен между поверхностями контактирующих твердых тел. Модель конечных элементов контактного слоя основана на конечных элементах, подобных элементам твердых тел. Однако применение такого подхода к задачам термоупругости для исследования реальных сборочных конструкций затруднительно,

поскольку чрезвычайно сложно рассчитать деформацию слоя, вызванную термическим градиентом на контактирующих поверхностях. Второй основной подход – использовать определенную функцию, которая четко определяет зависимости между тепловым потоком и перемещениями узлов конечных элементов, расположенных на контактирующих поверхностях [3–6]. Вышеупомянутое решение проблем может быть получено только в случае выполнения нескольких требований. Первое – это условие непроникновения контактирующих деталей друг в друга; второе – условие равенства нормальных и касательных составляющих сил для каждой пары узлов контактирующих конечных элементов [4–6].

Целью данной работы является создание усовершенствованной математической модели на основе трехмерных конечных элементов, которая может быть использована для решения задач термоупругости роторов газотурбинных двигателей.

Постановка задачи

Исследуемый ротор газотурбинного двигателя расположен в правой прямоугольной декартовой системе координат xuz с началом в центре торца вала O . Ось z нормальна к оси вращения вала; ось x – соответствует оси его вращения. Вся система координат вращается с постоянной угловой скоростью вместе с ротором.

Энергетическое состояние исследуемой твердотельной модели механической системы может быть описано с помощью вариационного принципа Лагранжа следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta L &= 0 \\ L &= \Pi - W \end{aligned} \quad (1)$$

где L – функция Лагранжа; Π – потенциальная энергия деформации механической системы; W – работа внешних сил.

Потенциальная энергия деформации определяется так:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV, \quad (2)$$

где V – объём исследуемой модели; $\boldsymbol{\varepsilon}$ – вектор упругой деформации; $\boldsymbol{\sigma}$ – вектор напряжений.

После конечноэлементной аппроксимации соотношение (2) для определения потенциальной энергии деформации преобразуется следующим образом:

$$\Pi = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\delta}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\delta}), \quad (3)$$

где \mathbf{K} – глобальная матрица жесткости конечноэлементной модели; $\boldsymbol{\delta}$ – вектор обобщенных перемещений узлов модели.

Следовательно, уравнение энергетического баланса механической системы (1) с учетом зависимости (3) преобразуется так:

$$\mathbf{K} \boldsymbol{\delta} = \mathbf{F}, \quad (4)$$

где \mathbf{F} – вектор внешних сил [7].

Температурное состояние твёрдого тела, находящегося под действием стационарного теплового потока, может быть описано следующей зависимостью [5]:

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + Q = 0, \quad (5)$$

где T – температура исследуемого твёрдого тела, $^{\circ}\text{K}$; λ – коэффициент теплопроводности W/mK ; x, y, z – декартовы координаты точек исследуемого твёрдого тела; Q – внутренние источники тепла.

Для решения зависимости (5) необходимо ввести в рассмотрение такие граничные условия:

$$\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} l_x + \frac{\partial T}{\partial y} l_y + \frac{\partial T}{\partial z} l_z \right) + \lambda (T - T_o) + q = 0, \quad (6)$$

где T_o – температура окружающей среды; $^{\circ}\text{K}$; l_x, l_y, l_z – направляющие косинусы вектора нормали к исследуемой поверхности; q – плотность теплового потока, W/m .

На основе зависимостей (5) и (6) формируется функционал (7). Минимизация функционала (7) позволяет решить задачу теплопроводности

$$\Phi = \frac{1}{2} \int_V \left[\lambda \left(\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 - 2QT \right) \right] dV + \int_S \left[qT + \frac{1}{2} h(T - T_o)^2 \right] dS \quad (7)$$

После конечноэлементной аппроксимации зависимости (7) может быть получено уравнение теплового баланса исследуемого ротора ГТД

$$\mathbf{K}_T \mathbf{T} = \mathbf{Q}, \quad (8)$$

где \mathbf{K}_T – глобальная матрица теплопроводности конечного элемента; \mathbf{T} – вектор температур в узлах конечного элемента; \mathbf{Q} – вектор внешних тепловых нагрузок.

Таким образом, для решения задачи термоупругости роторов турбомашин должна быть решена система матричных уравнений, полученная на основе зависимостей (4) и (8).

Решение задачи

Для уточненного решения данной задачи разработан специальный трехмерный конечный элемент типа гексаэдра (рис. 1). Он имеет восемь узлов с пятью степенями свободы в каждом узле. Такой тип конечных элементов позволяет обеспечить конечноэлементную аппроксимацию твердых тел, из которых формируется ротор турбины, так как их форма соответствует форме деталей, входящих в состав ротора. Поэтому использование математической модели, сформированной на основе таких конечных элементов, дает возможность более корректно решить задачу контактной термоупругости роторов ГТД [7].

Переход от глобальной декартовой системы координат ротора (x, y, z) к локальной системе координат конечного элемента (ζ, η, ξ) определяется следующими зависимостями:

$$x = \{N_i\}^T \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_8 \end{Bmatrix}; \quad y = \{N_i\}^T \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_8 \end{Bmatrix}; \quad z = \{N_i\}^T \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_8 \end{Bmatrix}, \quad (i = 1, 2, \dots, 8), \quad (9)$$

где (x, y, z) – глобальные декартовы координаты конечного элемента; ($x_1, x_2, \dots, x_8; y_1, y_2, \dots, y_8; z_1, z_2, \dots, z_8$) – декартовы координаты узлов конечного элемента; N_i – функции формы рассматриваемого конечного элемента.

Функции формы рассматриваемого конечного элемента в локальной криволинейно системе координат ($-1 \leq \xi \leq 1; -1 \leq \zeta \leq 1; -1 \leq \eta \leq 1$) представлены зависимостями

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{8}(1-\eta)(1-\xi)(1-\zeta); & N_2 &= \frac{1}{8}(1-\eta)(1+\xi)(1-\zeta); \\ N_3 &= \frac{1}{8}(1+\eta)(1+\xi)(1-\zeta); & N_4 &= \frac{1}{8}(1+\eta)(1-\xi)(1-\zeta); \\ N_5 &= \frac{1}{8}(1-\eta)(1-\xi)(1+\zeta); & N_6 &= \frac{1}{8}(1-\eta)(1+\xi)(1+\zeta); \\ N_7 &= \frac{1}{8}(1+\eta)(1+\xi)(1+\zeta); & N_8 &= \frac{1}{8}(1+\eta)(1-\xi)(1+\zeta). \end{aligned} \quad (10)$$

Перемещения узлов конечного элемента относительно осей x, y, z могут быть определены на основании использования зависимостей (9) и (10). Следовательно,

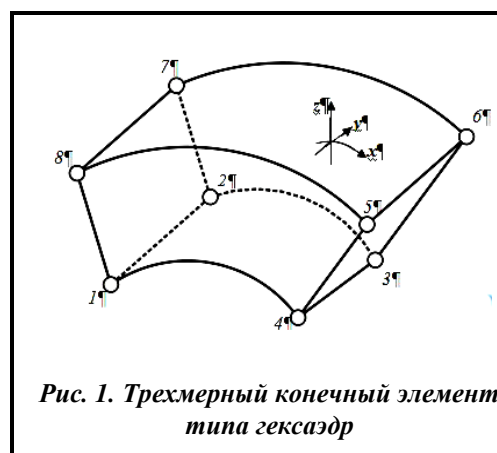


Рис. 1. Трехмерный конечный элемент типа гексаэдр

$$\delta^e = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & N_8 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & N_8 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \dots & 0 & 0 & N_8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^1 \\ \delta_1^2 \\ \delta_1^3 \\ \vdots \\ \delta_8^1 \\ \delta_8^2 \\ \delta_8^3 \end{Bmatrix}, \quad (e = 1, 2, \dots, n), \quad (11)$$

где δ^e – вектор обобщенных перемещений e -го конечного элемента; $\delta_1^1, \delta_1^2, \delta_1^3$ – обобщенные перемещения узла 1 относительно осей (x, y, z) соответственно; n – число узлов конечного элемента.

Вектор температур (T^e) e -го трехмерного конечного элемента определяется следующим образом:

$$T^e = \sum_{i=1}^n N_i T_i, \quad (i = 1, 2, \dots, 8), \quad (12)$$

где T_i – температура в узлах конечного элемента.

Следует отметить, что для решения систем уравнений (9–12) используется численный метод прямого разложения Холецкого. Для большей компактности глобальных матриц используется процедура перестановки. Для снижения объема оперативной памяти ЭВМ, требуемого для решения поставленной задачи, применяется компактная схема Шермана.

Основные результаты и их анализ

Для оценки адекватности разработанной уточненной математической модели и численного алгоритма вычисляются поля перемещений и температур элементов ротора ГТД. Все расчеты осуществляются с использованием специального программного комплекса. В исследуемом сборочном узле диаметр вала $d = 120\text{h}7$ мм; материал детали – жаропрочная сталь 20Х3НМФА. Частота вращения ротора составляет 1000 об/мин. Коэффициент теплопроводности $\lambda = 500$ Вт/м·К.

Фронтальные поверхности обеих деталей, образующих сборочную единицу, закреплены в осевом направлении. Между радиальными поверхностями вала и диска имеется натяг, значение которого равно

0,01 мм. На передних поверхностях обеих деталей приведены граничные условия первого рода, используемые для тепловой задачи. В исходном состоянии обе части сборочной единицы имеют температуру 100 °С. Затем передняя поверхность ротора нагревается до 1000 °С.

На рис. 2 и 3 показаны поля перемещений и температур в области вала и диска ротора.

Согласно рис. 2 следует принять во внимание, что на поверхностях вала и диска условия сопряжения были изменены от зазора до натяга. Такие изменения могут быть объяснены влиянием теплового потока, который вызывает тепловое расширение контактирующих поверхностей. Эти процессы описаны законом Фика [5].

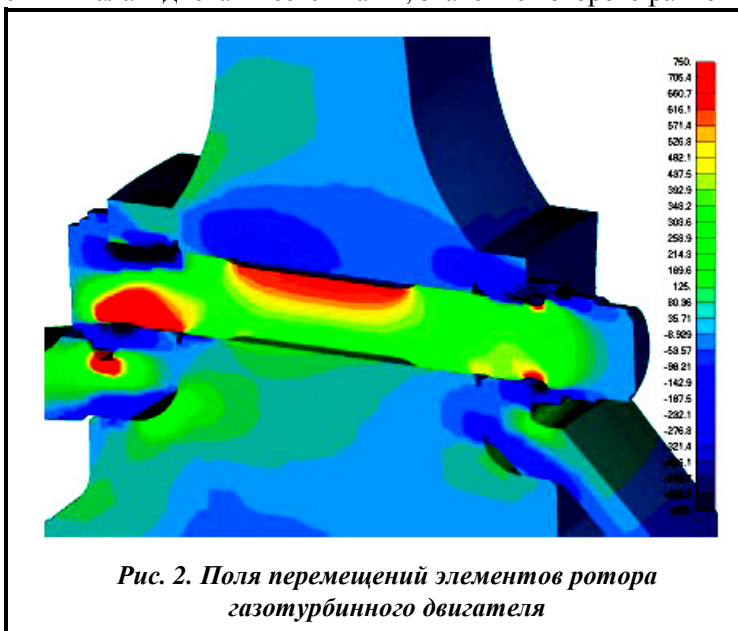


Рис. 2. Поля перемещений элементов ротора газотурбинного двигателя

Поле температур в вале газовой турбины и диске ротора показано на рис. 3. Можно заметить, что оно практически однородно и не имеет резких градиентов. Этот факт объясняется изменением условий сопряжения от монтажного зазора до натяга, вызванного влиянием тепловой деформации контактных поверх-

ностей. Таким образом, отсутствие воздушного зазора между передними поверхностями вала и диска вызвало отсутствие резких градиентов температуры в местах их сопряжения.

Выводы

Разработана усовершенствованная математическая модель, которая может быть использована для решения проблем термоупругости роторов газовых турбин. Эта модель основана на использовании трехмерных криволинейных конечных элементов типа гексаэдр. Получены также поля перемещений и температур на поверхностях контактирующих деталей. Также установлено, что условия сопряжения в сборочных конструкциях роторов газотурбинных двигателей изменяются от зазора до натяга из-за теплового расширения материала. На основе этой математической модели можно будет в дальнейшем провести более комплексное исследование напряженно-деформированного состояния роторов, широко используемых в судовом двигателестроении.

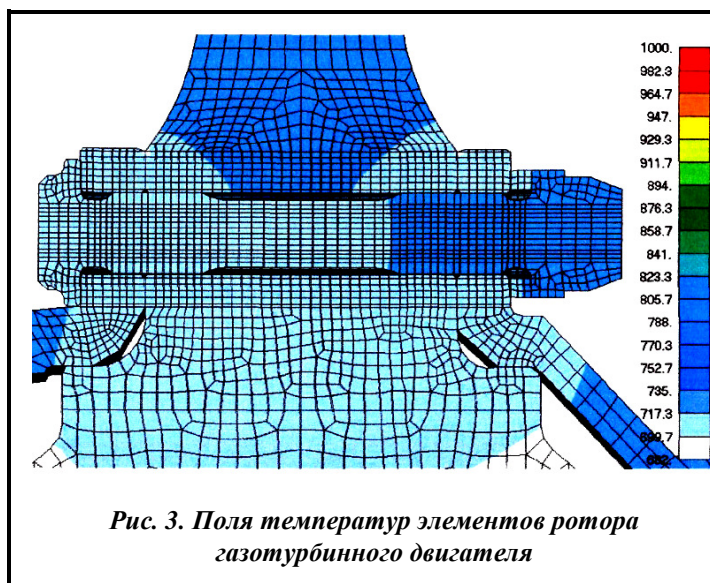


Рис. 3. Поля температур элементов ротора газотурбинного двигателя

Литература

1. Пыхалов А. А., Милов А. Е. Статический и динамический анализ сборных роторов турбомашин. Иркутск: Изд-во Иркут. техн. ун-та, 2007. 194 с.
2. Цвик Л. Б. Принцип поочередности в задачах о сопряжении и контакте твердых деформируемых тел. *Прикл. механика*. 1980. Т.16. №1. С. 13–18.
3. Gaill P. Isoparametric finite elements for analysis of shell segments and non-axisymmetric shells. *J. Sound and Vibration*. 1999. Vol. 65. №2. P. 259–273.
4. Сосунов В. А., Чепкин В. М. Теория, расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок. М.: Моск. энерг. ин-т, 2003. 677 с.
5. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Вычислительная теплопередача. М.: Эдиториал, 2009. 784 с.
6. Morhun S. Improving the mathematical models applied for the solution of solid assembly constructions thermoelasticity problem. *Проблемы машиностроения*. 2017. Vol. 20. № 2. P. 42–46.
7. Morhun S. The influence of the blade feather constructional inhomogeneity on the turbine cooling blades stress-strain state. *Eastern European J. Enterprise Technologies. Ser. Appl. Mech.* 2018. № 2/7 (92). P. 11–17. DOI: 10.15587/1729-4061.2018.125937.

Поступила в редакцию 01.06.2018