

УДК 517.95+518.517+629.735.33-519

R-ФУНКЦИИ В АНАЛИТИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ ПОВЕРХНОСТИ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА, ВЫПОЛНЕННОГО ПО СХЕМЕ «ЛЕТАЮЩЕЕ КРЫЛО»

¹ **Т. И. Шейко**, д-р техн. наук
sheyko@ipmach.kharkov.ua
ORCID: 0000-0003-3295-5998

^{1,2} **К. В. Максименко-Шейко**, д-р техн. наук
m-sh@ipmach.kharkov.ua
ORCID: 0000-0002-7064-2442

³ **В. Н. Сиренко**, канд. техн. наук
v.n.sirenko@i.ua

⁴ **А. И. Морозова**
ORCID: 0000-0002-7082-4115

¹ Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН Украины,
61046, Украина, г. Харьков, ул. Пожарского, 2/10

² Харьковский национальный университет
имени В. Н. Каразина,
61022, Украина, г. Харьков, площадь Свободы, 4

³ Государственное предприятие
«Конструкторское бюро «Южное»
им. М. К. Янгеля»,
49008, Украина, г. Днепр, ул. Криворожская, 3

⁴ Харьковский национальный университет
радиоэлектроники,
61166, Украина, г. Харьков, пр. Науки, 14

Беспилотные летательные аппараты (БПЛА) становятся все более востребованными во всем мире. Область их применения весьма обширна. Они используются в военных целях, при доставке грузов, мониторинге окружающей среды, патрулировании границ, воздушной разведке и картографировании, контроле дорожного движения и др. Ряд важных достоинств БПЛА перед пилотируемой авиацией привел к более активному развитию этой отрасли, среди которых относительно небольшая стоимость при большой продолжительности и дальности полета, малые затраты на их эксплуатацию, возможность выполнять маневры с перегрузками, превышающими физические возможности человека. Проектирование БПЛА и системы управления невозможно представить без их математического моделирования. Для построения математических моделей созданы быстродействующие ЭВМ и современные программные средства, например такие, как программные комплексы Solid Works, Ansys CFX, POLYE и др. Возникает проблема задания и оперативного изменения геометрической информации для создания математической и компьютерной модели проектируемого БПЛА. На этапе проектирования могут быть решены многие задачи, которые ставятся перед исследователями при использовании БПЛА. При этом параметрическому заданию поверхностей летательных аппаратов уделяется недостаточно внимания. Расширение области применения аппарата теории R-функций для моделирования поверхностей БПЛА является актуальной научно-технической задачей. В данной работе впервые, с помощью теории R-функций, построено уравнение поверхности БПЛА, выполненного по схеме «летающее крыло» в виде единого аналитического выражения с буквенными параметрами. Такое уравнение может быть использовано как при решении различных практических задач, так и при разработке и изготовлении самого изделия, например, на 3D-принтере. Предложенный метод задания формы изделий с помощью ограниченного числа параметров может существенно сократить трудоемкость работ в САД-системах в тех случаях, когда требуется просмотреть большое количество вариантов конструкции в поисках оптимального решения. В работе построено 14-параметрическое семейство поверхностей БПЛА, выполненных по схеме «летающее крыло». Меняя значения буквенных параметров, можно оперативно исследовать его различные формы.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, R-функции, буквенные параметры, стандартные примитивы.

Введение

Среди достоинств БПЛА следует отметить относительно небольшую стоимость при большой продолжительности и дальности полета, малые затраты на их эксплуатацию, возможность выполнять маневры с перегрузками, превышающими физические возможности человека. БПЛА наделены множеством положительных качеств, главное из которых – сохранение жизни пилота. Характеристики

© Т. И. Шейко, К. В. Максименко-Шейко, В. Н. Сиренко, А. И. Морозова, 2019

конструкции БПЛА разные, что сказывается на сферах их применения. В отличие от легких, тяжелые БПЛА в основном участвуют в военных действиях – в качестве разведки или для уничтожения конкретных целей. По оценкам большинства западных экспертов, США и страны НАТО в будущих войнах и конфликтах XXI века будут делать ставку на применение БПЛА. Она включает в себя доставку грузов, мониторинг окружающей среды и лесных пожаров, патрулирование границ, препятствование ввозу наркотиков, воздушную разведку и картографирование, контроль дорожного движения и др. [1–4]. В китайской провинции Хэйлуцзян БПЛА используются для тренировок амурских тигров – охотясь за летательными аппаратами, тигры поддерживают свою физическую форму. Весомым преимуществом беспилотников является их проходимость и транспортная доступность – они долетят до тех земельных участков, куда добраться по суше или на самолете проблематично. Скорость доставки грузов – еще один веский аргумент «за». Беспилотник долетает до отдаленного земельного участка за 30 минут, а вертолет – за 2 часа. Для пилотируемых самолетов важно наличие огромной площадки для взлета и посадки, в то время как для приземления беспилотников достаточно полосы 500–600 метров, а миниатюрные модели легко приземлятся даже на ступеньки возле порога. БПЛА экономно расходуют топливо благодаря компактным габаритам, что также является преимуществом.

В настоящее время, расширение области применения аппарата теории R-функций для моделирования поверхностей БПЛА является актуальной научно-технической задачей. На основе теории R-функций разработаны новые подходы к аналитической идентификации поверхностей БПЛА. Используются как известные методы стандартных примитивов, так и различные варианты блендинга на каркасе. Построены и визуализированы многопараметрические уравнения поверхностей БПЛА различных форм и назначений [5].

Цель данной работы заключается в создании математической и компьютерной модели поверхности БПЛА, выполненного по схеме «летающее крыло», на основе теории R-функций.

Основная часть

В работе были использованы R-операции $fk \wedge_0 fl = fk + fl - \sqrt{fk^2 + fl^2}$; $fk \vee_0 fl = fk + fl + \sqrt{fk^2 + fl^2}$, а также стандартные примитивы [6,7]. Уравнение конической поверхности с вершиной в точке $A(x_0, y_0, z_0)$, для которой направляющая описывается уравнением $\psi(x, y) = 0$,

получается путем замены переменных $\begin{cases} x \Leftarrow x_0 - z_0 \frac{x - x_0}{z - z_0} \\ y \Leftarrow y_0 - z_0 \frac{y - y_0}{z - z_0} \end{cases}$ в уравнении $\psi(x, y) = 0$, а именно,

$$\psi\left(x_0 - z_0 \frac{x - x_0}{z - z_0}, y_0 - z_0 \frac{y - y_0}{z - z_0}\right) = 0.$$

Кроме того, для построения объекта заданной толщины δ использовалось его нормализованное уравнение $\omega(x, y, z) \geq 0$, $\frac{\partial \omega}{\partial n}|_{\partial \Omega} = 1$. Хорошо известно, что функция $\omega(x, y, z)$ в окрестности границы $\partial \Omega$ ведет себя как расстояние до $\partial \Omega$. Тогда функция $\omega_1(x, y, z) = \frac{\delta}{2} - |\omega(x, y, z)| \geq 0$ будет положи-

тельна только в пояске шириной δ [5,8]. Использование этого подхода в ряде случаев позволяет существенно сократить количество R-операций, а следовательно, и сократить вычислительный процесс.

С помощью плоскостей $f1, f2, f3, fc1, fc2, fc3, fc4$, R-операций и замены переменных $x_1 \Leftarrow x, y_1 \Leftarrow y$ построим уравнение основы «летающего крыла» с тремя буквенными параметрами: α – угол раствора, (x_0, y_0, z_0) – координаты вершины конуса

$$f1 = y_1 - x_1 \operatorname{tg} \alpha \geq 0; \quad f2 = y_1 + x_1 \operatorname{tg} \alpha \geq 0; \quad f3 = -y_1 + \frac{8.8}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{5}} \geq 0; \quad f = (f1 \wedge_0 f2) \wedge_0 f3 \geq 0;$$

$$fc1 = y_1 - 9 - (x_1 - 2.5) \geq 0; \quad fc2 = y_1 - 9 + (x_1 - 2.5) \geq 0;$$

$$fc3 = y_1 - 9 - (x_1 + 2.5) \geq 0; \quad fc4 = y_1 - 9 + (x_1 + 2.5) \geq 0;$$

$$x_1 = x_0 - z_0 \frac{x - x_0}{z - z_0}; \quad y_1 = y_0 - z_0 \frac{y - y_0}{z - z_0};$$

$$fcc1 = fc1 \wedge_0 fc2 \geq 0; \quad fcc2 = fc3 \wedge_0 fc4 \geq 0; \quad fcc = \overline{fcc1} \wedge_0 \overline{fcc2} \geq 0$$

$$fff = f \wedge_0 fcc \geq 0; \quad WK = fff \wedge_0 z(1.5 - z) \geq 0.$$

Меняя значения параметра α , при $x_0 = 0, y_0 = 5, z_0 = 1.5$, оперативно получаем результаты, представленные на рис. 1.

Изменяя положение и величину (x_0, y_0, z_0) – координат вершины конуса, при $\alpha = \frac{3\pi}{10}$, оперативно получаем результаты, приведенные на рис. 2.

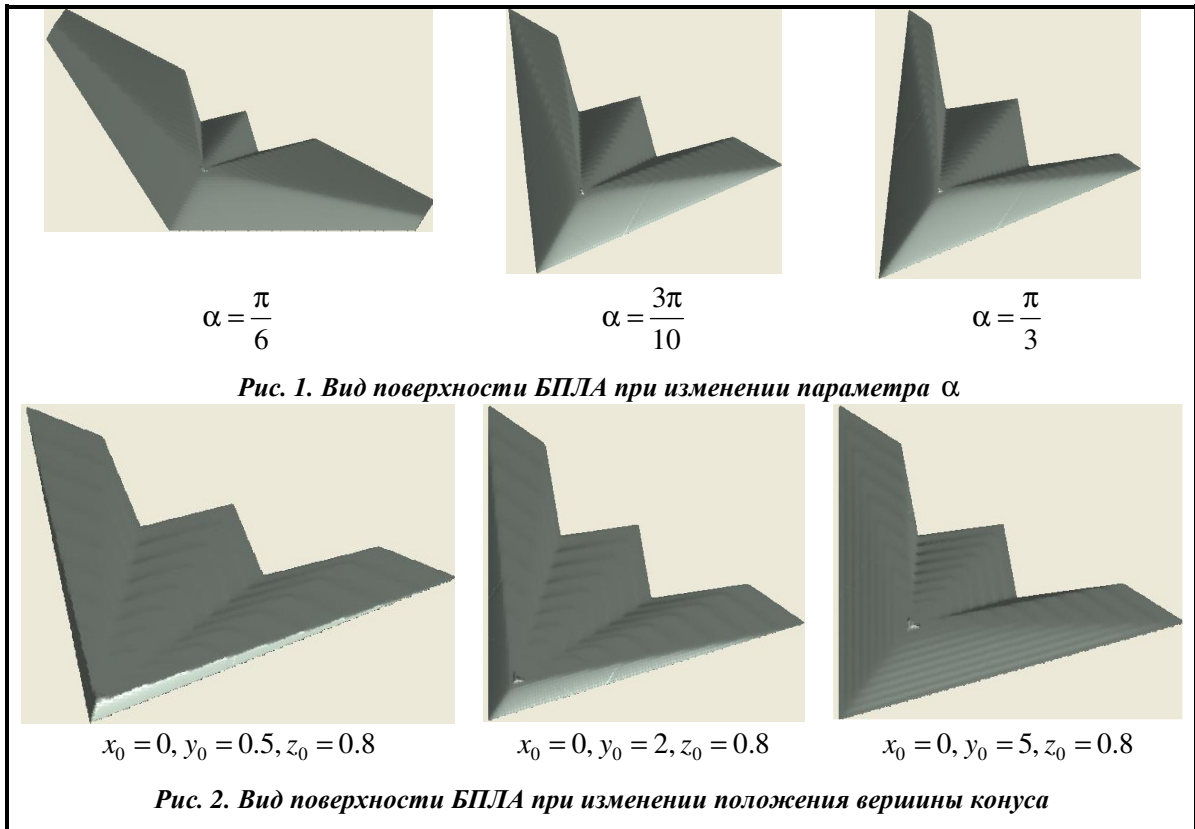


Рис. 1. Вид поверхности БПЛА при изменении параметра α

Рис. 2. Вид поверхности БПЛА при изменении положения вершины конуса

Построим уравнение БПЛА с рабочими отсеками различной формы (рис. 3): в виде эллиптического цилиндра (рис. 3, а)

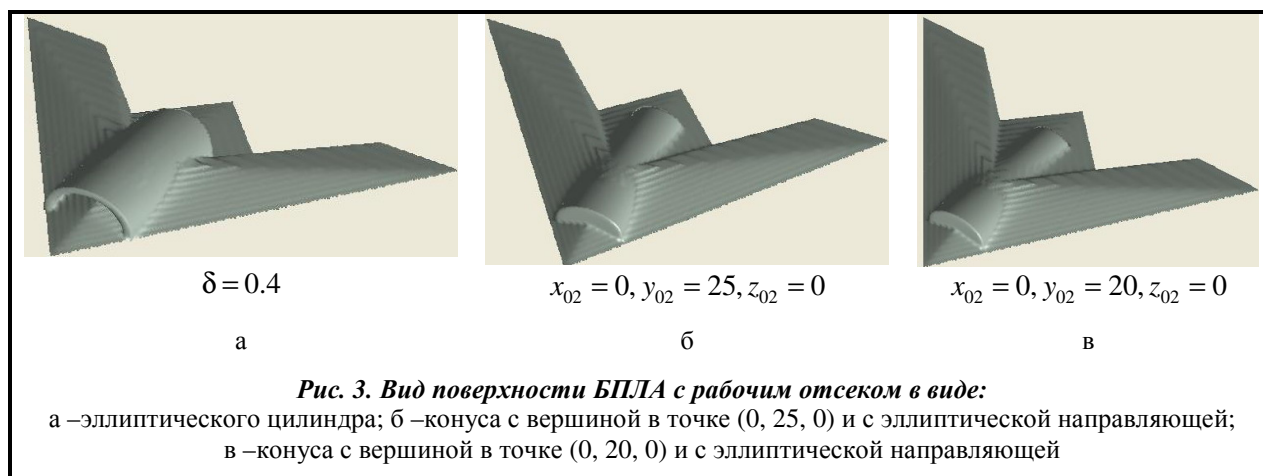
$$e1 = \frac{\delta}{2} \left| 1 - \frac{x^2}{1.5^2} - \frac{(z-0.2)^2}{1.01^2} \right|; \quad fe1 = (e1 \wedge_0 (y - 2.5)(10 - y)) \wedge_0 z \geq 0;$$

$$fe = fe1 \wedge_0 (10^2 - x^2 - y^2 - (z - 7)^2) \geq 0; \quad W = WK \vee_0 fe \geq 0$$

и в виде конуса с эллиптической направляющей (рис. 3, б, в)

$$x_{12} = x_{02} - y_{02} \frac{x - x_{02}}{y - y_{02}}; \quad z_{12} = z_{02} - y_{02} \frac{z - z_{02}}{y - y_{02}};$$

$$fe = \left(\left(1 - \frac{x_{12}^2}{1.5^2} - \frac{(z_{12} - 0.3)^2}{1.01^2} \right) \wedge_0 (y - 2.5)(9 - y) \right) \wedge_0 z \geq 0; \quad W = WK \vee_0 fe \geq 0.$$



Здесь для наглядности исследовано влияние значений только трех параметров на вид поверхности БПЛА. В общем случае уравнение БПЛА с буквенными параметрами будет иметь следующий вид:

$$f1 = y_1 - x_1 \text{tg} \beta \geq 0; \quad f2 = y_1 + x_1 \text{tg} \beta \geq 0; \quad f3 = -y_1 + \frac{a}{\text{tg} \beta} \geq 0; \quad f = (f1 \wedge_0 f2) \wedge_0 f3 \geq 0;$$

$$fc1 = y_1 - c - (x_1 - k) \geq 0; \quad fc2 = y_1 - c + (x_1 - k) \geq 0;$$

$$fc3 = y_1 - c - (x_1 + k) \geq 0; \quad fc4 = y_1 - c + (x_1 + k) \geq 0;$$

$$x_1 = x_0 - z_0 \frac{x - x_0}{z - z_0}; \quad y_1 = y_0 - z_0 \frac{y - y_0}{z - z_0};$$

$$fcc1 = fc1 \wedge_0 fc2 \geq 0; \quad fcc2 = fc3 \wedge_0 fc4 \geq 0; \quad fcc = \overline{fcc1} \wedge_0 \overline{fcc2} \geq 0;$$

$$fff = f \wedge_0 fcc \geq 0; \quad WK = fff \wedge_0 z(h - z) \geq 0;$$

$$x_{12} = x_{02} - y_{02} \frac{x - x_{02}}{y - y_{02}}; \quad z_{12} = z_{02} - y_{02} \frac{z - z_{02}}{y - y_{02}};$$

$$fe = \left(\left(1 - \frac{x_{12}^2}{r_x^2} - \frac{(z_{12} - z_c)^2}{r_y^2} \right) \wedge_0 (y - y_d)(y_h - y) \right) \wedge_0 z \geq 0; \quad W = WK \vee_0 fe \geq 0$$

$$a = 8.8, c = 9, k = 2.5, \beta = \frac{\pi}{5}, x_0 = 0, y_0 = 0.5, z_0 = 0.8, h = 1.5, x_{02} = 0, y_{02} = 25, z_{02} = 0, z_c = 0.3,$$

$$r_x = 1.5, r_y = 1.01, y_d = 2.5, y_h = 9.$$

Таким образом, получаем 16-параметрическое семейство поверхностей. Однако с учетом симметрии $x_0=0$ и $x_{02}=0$ изменяться не должны, поэтому в результате имеем 14-параметрическое семейство. Меняя значения буквенных параметров, можно оперативно исследовать различные формы поверхностей БПЛА.

Полученные уравнения поверхности БПЛА визуализированы с помощью программы **RFPreview** [9].

В работе не ставилась задача получить идеальные, отточенные формы поверхности. Работа демонстрирует возможности построения математических моделей подобных поверхностей методом R-функций.

Выводы

Построение математической модели – это центральный этап исследования или проектирования любой системы. От качества модели зависит весь последующий анализ объекта. Модель должна быть достаточно точной, адекватной и удобной для использования.

Подводя итог, следует сказать, что в работе впервые, благодаря теории R-функций, построено уравнение поверхности БПЛА, выполненного по схеме «летающее крыло» в виде единого аналитического выражения с буквенными параметрами, которое может быть использовано как при решении прочностных и аэрогидродинамических задач, так и при проектировании и изготовлении самого изделия, например, на 3D-принтере. Аналитическая запись проектируемых объектов дает возможность использовать буквенные геометрические параметры, сложные суперпозиции функций, что, в свою очередь, позволяет оперативно изменять их конструктивные элементы.

Предложенный метод задания формы изделий с помощью ограниченного числа параметров может существенно сократить трудоемкость работ в CAD-системах в тех случаях, когда требуется просмотреть большое количество вариантов конструкции в поисках оптимального решения.

Это может дать большой эффект по снижению трудоемкости при построении расчетных моделей для определения аэрогазодинамических и прочностных характеристик. Так, процесс построения возмущенной области течения около летательного аппарата сложной формы может занимать от нескольких рабочих дней до недель. При этом в процессе проектирования требуется просмотреть последовательно большое количество вариантов конструкции с целью оптимизации его характеристик. После принятия решения о форме летательного аппарата определение характеристик также часто связано с необходимостью учета изменения его формы, например, если летательный аппарат имеет органы управления, изменяющие свою форму в процессе полета. Это приводит к тому, что определение аэродинамических характеристик только за счет необходимости построения большого числа расчетных моделей для учета этого фактора увеличивает длительность работ на месяцы. При параметрическом задании изменение расчетных областей производится практически мгновенно.

С помощью R-функций разработан и реализован алгоритм поэтапного построения уравнений БПЛА, что позволяет проверять и вносить коррективы в модель на каждом этапе ее построения.

Литература

1. Федоров С. И., Хаустов А. В., Крамаренко Т. М., Долгих В. С. Классификация БПЛА и системы их интеллектуального управления. *Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии*. 2016. № 74. С. 12–21.
2. Austin R. *Unmanned Aircraft Systems: UAVS Design, Development and Deployment*. John Wiley and Sons, 2010. 332 p. <https://doi.org/10.1002/9780470664797>.
3. Arjomandi M. Classification of Unmanned Aerial Vehicles. MECH ENG 3016. Aeronautical Engineering. The University of Adelaide Australia, 2006. 49 p.
4. *Unmanned Aircraft System Operation in UK. Airspace – Guidance: CAP 722*. Civil Aviation Authority, 2010. 96 p.
5. Sheyko T., Maksymenko-Sheyko K., Sirenko V., Morozova A., Petrova R. Analytical identification of the unmanned aerial vehicles' surfaces for the implementation at a 3D printer. *Eastern-European J. Enterprise Techn.* 2019. Vol. 1. No. 2 (97). P. 48–56. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.155548>.
6. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. Киев: Наук. думка, 1982. 552 с.
7. Rvachev V. L., Sheiko T. I. R-functions in boundary value problems in mechanics. *Appl. Mech. Reviews*. 1995. Vol. 48. No. 4. P. 151–188. <https://doi.org/10.1115/1.3005099>.
8. Максименко-Шейко К. В. R-функции в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей. Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2009. 306 с.
9. Лисин Д. А., Максименко-Шейко К. В., Толок А. В., Шейко Т. И. R-функции в компьютерном моделировании дизайна 3D-поверхности автомобиля. *Прикл. информатика*. 2011. №6 (36). С. 78–85.

Поступила в редакцию 02.10.2019

R-функції в аналітичному описанні поверхні безпілотного літального апарата, який виконано за схемою «літаюче крило»**¹Т. І. Шейко, ^{1,2}К. В. Максименко-Шейко, ³В. М. Сіренко, ⁴А. І. Морозова**¹ Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, 61046, Україна, м. Харків, вул. Пожарського, 2/10² Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, 61022, Україна, м. Харків, майдан Свободи, 4³ Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля», 49008, Україна, м. Дніпро, вул. Криворізька, 3⁴ Харківський національний університет радіоелектроніки, 61166, Україна, м. Харків, пр. Науки, 14

Безпілотні літальні апарати (БПЛА) стають все більш затребуваними в усьому світі. Область їх потенційного застосування досить велика. Вони використовуються в військових цілях, при доставці вантажів, моніторингу навколишнього середовища, патрулюванні кордонів, повітряній розвідці і картографуванні, контролі дорожнього руху та ін. Ряд важливих переваг БПЛА перед пілотованою авіацією привів до більш активного розвитку цієї галузі, серед яких відносно невелика вартість при великій тривалості і дальності польоту, малі витрати на їх експлуатацію, можливість виконувати маневри з переважаннями, що перевищують фізичні можливості людини. Проектування БПЛА і системи керування неможливо уявити без математичного моделювання БПЛА. Для побудови математичних моделей створено швидкодіючі ЕОМ і сучасні програмні засоби, наприклад, такі, як програмні комплекси Solid Works, Ansys CFX, POLYE і ін. Виникає проблема задання та оперативного змінювання геометричної інформації для створення математичної та комп'ютерної моделі проектного БПЛА. На етапі проектування може бути вирішено багато завдань, які ставляться перед дослідниками при використанні БПЛА. При цьому параметричному заданні поверхонь літальних апаратів приділяється недостатньо уваги. Розширення сфери застосування апарату теорії R-функцій для моделювання поверхонь БПЛА є актуальною науково-технічною задачею. У даній роботі вперше, за допомогою теорії R-функцій, побудовано рівняння поверхні БПЛА, виконаного за схемою «літаюче крило» у вигляді єдиного аналітичного виразу з буквеними параметрами. Таке рівняння може бути використане як під час розв'язання різноманітних практичних задач, так і під час проектування та виготовлення самого виробу, наприклад, на 3D-принтері. Запропонований метод задання форми виробів за допомогою обмеженого числа параметрів може істотно скоротити трудомісткість робіт в САД-системах в тих випадках, коли потрібно переглянути велику кількість варіантів конструкції в пошуках оптимального розв'язку. В роботі побудовано 14-параметрична сім'я поверхонь БПЛА, виконаних за схемою «літаюче крило». Змінюючи значення буквених параметрів, можна оперативно дослідити різні форми.

Ключові слова: безпілотний літальний апарат, R-функції, буквені параметри, стандартні примітиви.