

УДК 539.3

## РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ АНАЛИЗА ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С ДЕФЕКТАМИ

<sup>1</sup> В. И. Гнитько, канд. техн. наук  
[gnitkovi@gmail.com](mailto:gnitkovi@gmail.com)  
ORCID: 0000-0003-2475-5486

<sup>1</sup> К. Г. Дегтярев  
[kdegt89@gmail.com](mailto:kdegt89@gmail.com)  
ORCID: 0000-0002-4486-2468

<sup>2</sup> Р. П. Москаленко  
[rimancamomile@gmail.com](mailto:rimancamomile@gmail.com)  
ORCID: 0000-0002-5167-2793

<sup>1,2</sup> Е. А. Стрельникова, д-р техн. наук  
[elena15@gmx.com](mailto:elena15@gmx.com)  
ORCID: 0000-0003-0707-7214

<sup>1</sup> Институт проблем машиностроения  
им. А. Н. Подгорного НАН Украины,  
61046, Украина, г. Харьков, ул. Пожарского, 2/10

<sup>2</sup> Харьковский национальный  
университет имени В. Н. Каразина,  
61000, Украина, г. Харьков, площадь Свободы, 4

*Разработана методика определения количества циклов до разрушения элементов конструкций, подвергающихся воздействию циклического нагружения (растяжение-сжатие). Проводится анализ статического и динамического напряженно-деформированного состояния элемента конструкции с помощью численных методов конечных и граничных элементов с целью выяснения зон концентрации напряжений. Выбираются модельные трещины, которые помещаются в зоны наибольшей концентрации напряжений. Предложена база данных по модельным трещинам. С использованием порогового значения коэффициента интенсивности напряжений определяется начальная длина, при которой начинается развитие трещин. Для каждой трещины из базы данных на основании критерия Пэриса находится критическое количество циклов, за которое трещина подрастает до недопустимых размеров. Предложен метод определения коэффициентов интенсивности напряжений для элемента конструкции с трещинами. Задача сведена к решению сингулярных интегральных уравнений. Для получения численного решения этих уравнений использован метод граничных элементов. Плотности, которые фигурируют как неизвестные функции в рассматриваемых интегральных уравнениях, используются для вычисления коэффициентов интенсивности напряжений. Проведено сравнение аналитических и численных решений сингулярных уравнений. Определено критическое число циклов для пластин с изолированными трещинами и цепочками трещин, трещинами, находящимися у отверстий и границ элементов. Установлено, что при одинаковом уровне нагрузки меньшее критическое число циклов соответствует элементу конструкции с трещинами, которые находятся в непосредственной близости от технологического отверстия. Проведен анализ развития усталостной трещины у отверстий в упруго-пластической формулировке с целью определения количества циклов до разрушения, дана оценка количества циклов до появления усталостной трещины.*

**Ключевые слова:** долговечность, трещина, коэффициент интенсивности напряжений, сингулярные интегральные уравнения, критерий Пэриса.

### Введение

В связи с выработкой ресурса гидротурбинного, нефтехимического, энергетического оборудования на многих промышленных предприятиях Украины возникает вопрос о возможности продления срока службы отдельных элементов, необходимости замены морально и физически устаревших узлов и деталей. Решение этого вопроса обеспечит эксплуатационную надежность агрегатов в процессе дальнейшей эксплуатации при выполнении гарантий по мощности и коэффициенту полезного действия. Поскольку указанное оборудование работает длительное время, то обычно его элементы и узлы могут быть ослаблены разного рода микродефектами. Развитие этих дефектов при эксплуатационных нагрузках может привести к выходу из строя отдельных деталей или к полному разрушению конструкции. Имеются два основных подхода к оценке долговечности элементов конструкций. Первый подход заключается в моделировании развития дефектов (поры, трещины и т.п.) в рамках механики хрупкого разрушения. Во втором подходе осуществляется оценка долговечности элементов конструкций, когда дефекты в явном виде не рассматриваются, и проводится прогнозирование наработки до образования усталостных трещин. В этой связи актуальным для оценки остаточного ресурса оборудования является вопрос определения времени до разрушения конструктивных элементов с дефектами под действием циклических нагрузок. Аналогичная проблема возникает при изучении возможности безопасной длительной транспортировки элементов конструкции.

© В. И. Гнитько, К. Г. Дегтярев, Р. П. Москаленко, Е. А. Стрельникова, 2020

Задача оценки долговечности конструкции с трещинами заключается в определении времени (количества циклов), после которого трещина подрастает до критического размера и происходит разрушение. Обычно заранее неизвестно, какие именно дефекты имеются в исследуемом элементе конструкции, поскольку микродефекты не всегда могут быть обнаружены даже методами ультразвукового сканирования. Поэтому целесообразно изучить влияние дефектов различной конфигурации и размеров на долговечность конструкции, чтобы выяснить наиболее опасные трещины и определить наименьшее время до разрушения. Это время может служить как для оценки остаточного ресурса, так и для определения сроков межремонтного периода оборудования.

Известно, что небольшие трещины, выявить которые не представляется возможным при визуальном осмотре конструкции во время ремонтных работ, постепенно развиваясь под действием знакопеременных нагрузок, приводят к частичному или полному разрушению конструктивного элемента. Усталостные трещины обычно располагаются вблизи несущих поверхностей. Возникают они вследствие коррозии, интенсивных температурных и силовых нагрузок. Образовавшаяся трещина начинает медленно расти, даже если приложенные нагрузки не превышают номинальных значений. Далее, если достигается критическая длина трещины, несущий элемент внезапно получает огромное количество кинетической энергии, что приводит к катастрофическому разрушению всей конструкции.

Актуальностью проблемы обусловлен большой интерес к изучению усталостных трещин в последнее десятилетие. К настоящему времени накоплен значительный объем экспериментальных и теоретических исследований закономерностей роста трещин под действием переменных циклических нагрузок. Отметим основополагающие монографии Андрейкива А. Е., Дарчука А. И. [1], Махутова Н. А. [2], Панасюка В. В., Андрейкива А. Е., Ковчика С. Е. [3], статьи [4–6], обзор [7], в которых подробно рассматривался этот вопрос. Разработан также нормативный документ [8] по расчету остаточного ресурса элементов проточной части гидротурбин с учетом наличия трещин. Трещиностойкости нефте- и газопроводов посвящена работа [9]. В [10] приведены база данных и классификация трещин в трубопроводах, работа [11] посвящена оценке остаточного ресурса авиационного оборудования. Новейшие исследования по теории трещин и включений, образующих скопления и цепочки, служат фундаментом для создания современных технологий определения остаточного ресурса. В работе [12] изучаются взаимодействующие поверхностные трещины; в [13] исследовано влияние цепочки пор на прочность сварного шва; в [14] проведен анализ прочности элемента конструкции с цепочкой трещин при температурной нагрузке, работа [15] посвящена изучению долговечности вала гидротурбины с поверхностными трещинами.

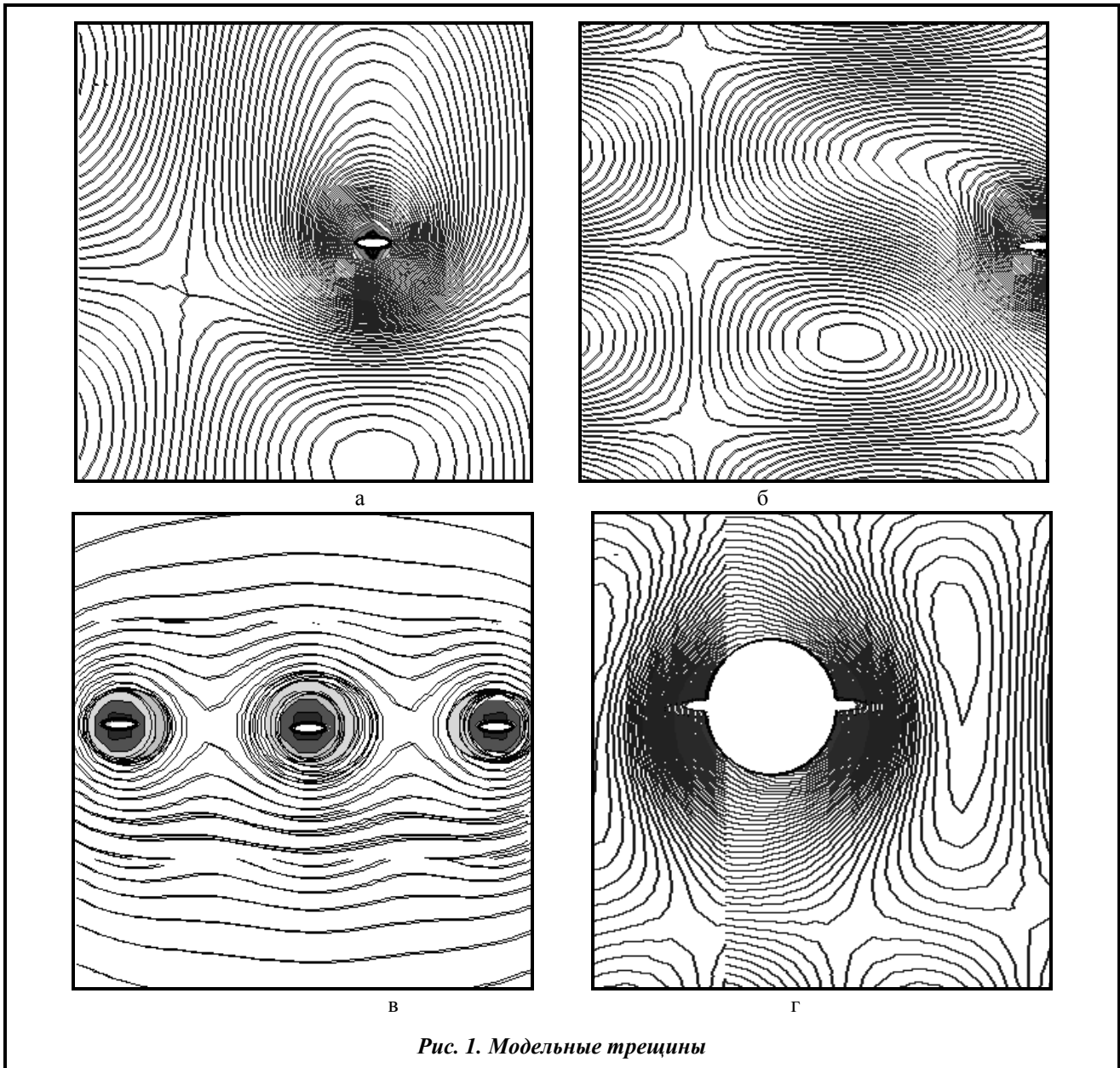
Целью данной работы является создание методики для оценки долговечности элементов конструкций с дефектами различного рода с использованием современных методов граничных и конечных элементов.

### **Методика определения долговечности элементов конструкций**

На основании имеющихся экспериментальных и теоретических данных предлагается следующая методика оценки долговечности элементов конструкций. На первом этапе проводится анализ статического и динамического напряженно-деформированного состояния, определяются частоты свободных колебаний конструкций с помощью экспериментальных или численных методов [16–18]. Эти исследования позволяют выяснить нежелательные частоты колебаний при транспортировке, определить зоны наибольшей концентрации напряжений в конструктивном элементе. Такие зоны обычно располагаются вблизи отверстий, границ элементов, мест расположения сварных швов.

После проведенного анализа выбираются модельные трещины, которые помещаются в зоны наибольшей концентрации напряжений, рис. 1.

Далее используется общеизвестный подход [19], который заключается в следующем. Сначала рассматривается напряженно-деформированное состояние элемента конструкции без трещин под действием заданной нагрузки. При этом в окрестности модельной трещины возникают напряжения  $\sigma$ . Далее предполагают, что на берегах разрезов действуют заданные нагрузки, равные  $-\sigma$ , а контур элемента является свободным от нагрузок, и определяют напряженно-деформированное состояние рассматриваемого элемента с трещиной. Тогда напряженно-деформированное состояние элемента конструкции с трещиной при действии заданной нагрузки определяется как сумма решений двух задач, описанных выше.



*Рис. 1. Модельні тріщини*

Рассматриваются плоские элементы конструкций, находящиеся под действием знакопеременной нагрузки растяжения – сжатия в направлении, перпендикулярном линии расположения трещин. Предполагается, что модельная трещина расположена вдоль контура  $L_0$ . Пусть  $L_i (i = 1, 2, \dots, K)$  – контуры, ограничивающие рассматриваемый элемент. Используем метод интегральных уравнений [20]. Обозначим неизвестные плотности на контуре  $L_0$  как  $\alpha_1, \alpha_2$ , а на контурах  $L_i (i = 1, 2, \dots, K)$  – как  $\beta_i, \gamma_i (i = 1, 2, \dots, K)$ . Пусть  $n_1^j, n_2^j (j = 0, 1, 2, \dots, K)$  – компоненты внутренних единичных нормалей к рассматриваемым контурам. Считаем, что элемент конструкции находится под действием заданных внешних нагрузок  $S_{11}, S_{12}, S_{22}$ . В [20, 21] показано, что неизвестные функции  $\alpha_1, \alpha_2$  и  $\beta_i, \gamma_i (i = 1, 2, \dots, K)$  определяются из системы  $2K + 2$  сингулярных интегральных уравнений относительно  $2K + 2$  неизвестных функций  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_i, \gamma_i (i = 1, 2, \dots, K)$

$$M \left\{ \int_{L_0}^2 \sum_{i=1}^2 H_i(\xi_i, x_j) \alpha_i(\xi_0) dL_0 + \sum_{i=1}^K \int_{L_i} [P_1(\xi_i, x_j) \beta_i(\xi_i) + Q_1(\xi_i, x_j) \gamma_i(\xi_i)] dL_i \right\} = n_1^j S_{11} + n_2^j S_{12},$$

$$M \left\{ \int_{L_0}^2 \sum_{i=1}^2 H_i(\xi_i, x_j) \alpha_i(\xi_0) dL_0 + \sum_{i=1}^K \int_{L_i} [P_2(\xi_i, x_j) \beta_i(\xi_i) + Q_2(\xi_i, x_j) \gamma_i(\xi_i)] dL_i \right\} = n_1^j S_{12} + n_2^j S_{22}, \quad (1)$$

где  $j = 0, 1, 2, \dots, K$ ,  $M = -\frac{\mu(\lambda + \mu)}{\pi(\lambda + 2\mu)}$ ,  $\lambda, \mu$  – параметры Ламе.

Интегралы с ядрами  $H_i(\xi_i, x_j)$  в уравнениях системы (1) являются гиперсингулярными [21], а в ядрах  $P_1(\xi_i, x_j)$ ,  $Q_1(\xi_i, x_j)$ ,  $P_2(\xi_i, x_j)$ ,  $Q_2(\xi_i, x_j)$  присутствуют логарифмические особенности либо особенности типа Коши, если точки  $\xi_i$  и  $x_j$  совпадают. Численное решение системы интегральных уравнений (1) проводится методом граничных элементов [18], [22].

Для определения критического количества циклов используется зависимость Пэриса [23], которая выражается формулой

$$\frac{dl}{dN} = \begin{cases} 10^{-20} & \Delta K < \Delta K_{th} \\ C(\Delta K)^m & \Delta K_{th} < \Delta K < K_{1C} \\ 10^3 & \Delta K > K_{1C} \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $l$  – характерный размер дефекта;  $N$  – критическое число циклов;  $\Delta K_{th}$  – пороговое значение коэффициента интенсивности напряжений (КИН);  $K_{1C}$  – критическое значение КИН; величина  $\Delta K$  определяется формулой

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min},$$

где  $K_{\max}$ ,  $K_{\min}$  – максимальный и минимальный КИН за один цикл нагружения;  $m$  – показатель степени кривой усталости;  $C$  – характерная константа кривой усталости.

Предполагается, что цикл нагружения симметричный, т.е.

$$\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} = -1.$$

Тогда  $\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = 2K_{\max}$ . Число циклов до разрушения определяется интегрированием соотношения (2)

$$dN = \frac{1}{C} (\Delta K)^{-m} dl; \quad \Delta K_{th} < \Delta K < K_{1C}.$$

Отметим, что при  $\Delta K < \Delta K_{th}$  трещины не развиваются, а при  $\Delta K > K_{1C}$  происходит лавинообразное развитие трещины, ведущее к разрушению элемента конструкции.

Таким образом, имеем следующую формулу для вычисления критического числа циклов:

$$N = \frac{1}{C} \int_{l_0}^{l_1} (\Delta K)^{-m} dl, \quad \Delta K = 2K_{\max}, \quad (3)$$

где  $l_0, l_1$  – начальная и конечная длины трещины.

Для того чтобы применить формулу (3), необходимо знать начальный и конечный размеры трещины и иметь аналитическое или алгоритмическое выражение для КИН в зависимости от длины трещины.

Используя решения системы интегральных уравнений (1), определяем КИН по формулам [19], [21]

$$k_1 = \frac{G}{2\pi(1-\nu)} (n_1^0 S_{12} + n_2^0 S_{22}) \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\alpha_2(x)}{\sqrt{r}}, \quad k_2 = \frac{G}{2\pi(1-\nu)} (n_1^0 S_{11} + n_2^0 S_{12}) \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\alpha_1(x)}{\sqrt{r}}, \quad (4)$$

где  $r$  – расстояние между вершиной трещины и точкой наблюдения,  $G$  – модуль сдвига,  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Исследуется развитие прямолинейных трещин, расположенных перпендикулярно действию нагрузки. Тогда ненулевым будет только коэффициент  $k_1$ . Для определения длины  $l_0$ , с которой начинается развитие трещины, используется соотношение

$$\Delta K = \Delta K_{th}. \quad (5)$$

Трещины, имеющие начальный размер менее вычисленного значения  $l_0$ , согласно критерию Париса, не развиваются.

Заметим, что обычно трещины с размерами более чем 0,005 м считаются недопустимыми, то есть после проведения плановых осмотров элементы конструкций при наличии таких трещин подлежат ремонту или модернизации [8]. Таким образом, представляет интерес найти число циклов, за которое трещина подрастет от начального размера, вычисленного по формуле (5), до конечного размера  $l_1 = 0,005$  м. Отметим также, что величина  $l_1$  должна удовлетворять условию

$$\Delta K < K_{IC}, \quad (6)$$

в противном случае происходит лавинообразный рост трещины.

Рассмотрены следующие модельные трещины: *дефект 1* – изолированная трещина в упругой плоскости (рис. 1, а), *дефект 2* – трещина, выходящая на границу полуплоскости, (рис. 1, б), *дефект 3* – цепочка трещин в окрестности сварного шва (рис. 1, в) *дефект 4* – две симметричные трещины, расположенные в области отверстия (рис. 1, г).

Приведем сингулярные интегральные уравнения для определения неизвестных плотностей  $\alpha_1, \alpha_2$ .

Для изолированной трещины длиной  $2l$  (рис. 1, а) имеем следующую систему гиперсингулярных уравнений [20]:

$$M \int_{-l}^l \frac{\alpha_1(\xi) d\xi}{(x-\xi)^2} = S_{12}, \quad M \int_{-l}^l \frac{\alpha_2(\xi) d\xi}{(x-\xi)^2} = S_{22}. \quad (7)$$

Для трещины, перпендикулярной границе полуплоскости, (рис. 1, б) получено гиперсингулярное интегральное уравнение в виде

$$\int_a^b \alpha_2(\xi) \left[ -\frac{1}{(\xi-x)^2} + \frac{1}{(\xi+x)^2} - \frac{12\xi}{(\xi-x)^3} + \frac{12\xi^2}{(\xi-x)^4} \right] d\xi = p(x); \quad p(x) = S_{22} / M. \quad (8)$$

Для цепочки трещин в условиях действия нагрузки, перпендикулярной линии расположения трещин, (рис. 1, в), соответствующее гиперсингулярное уравнение принимает вид

$$\int_{-l}^l \alpha_2(\xi) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(\xi-x-kd)^2} d\xi = p(x); \quad p(x) = S_{22} / M, \quad (9)$$

где  $l$  – полудлина трещины;  $d$  – расстояние между центрами трещин в цепочке.

Задача определения концентрации напряжений в элементе конструкции с технологическим отверстием радиусом  $R$  и двумя симметричными трещинами длиной  $l$  (рис. 1, г), выходящими на границу отверстия, сводится к сингулярному уравнению [19]

$$\int_0^1 K(x, \xi) \alpha_2(\xi) d\xi = \pi S_{22}, \quad (10)$$

где  $K(x, \xi) = P(x, \xi) + S(x, \xi)$ ,

$$P(x, \xi) = \frac{1}{x - \xi} + \frac{\lambda}{1 + \lambda \xi} + \frac{2(\xi^2 + 4x\xi - x^2) + 2\lambda\xi(\xi^2 + 9x\xi + 6x^2)}{2(1 + \lambda\xi)^2(1 + \lambda x)(x + \xi + \lambda x\xi)^3} +$$

$$+ \frac{2\lambda^2 x \xi (4\xi^2 + 12x\xi + 3x^2) + 9\lambda^3 x^2 \xi^2 (\xi + x) + 3\lambda^4 x^3 \xi^3}{2(1 + \lambda\xi)^2(1 + \lambda x)(x + \xi + \lambda x\xi)^3},$$

$$S(x, \xi) = \frac{\lambda}{2(1 + \lambda\xi)} + \frac{\lambda[3x^2 - 2x\xi - \xi^2 + \lambda(x^3 - x^2\xi - 7x\xi^2 - \xi^3)]}{2(1 + \lambda\xi)^2(1 + \lambda x)(x + \xi + \lambda x\xi)^2} -$$

$$- \frac{\lambda[\lambda^2 x \xi (3\xi^2 + 8x\xi + x^2) + 3\lambda^3 x^2 \xi^2 (\xi + x) + \lambda^4 x^3 \xi^3]}{2(1 + \lambda\xi)^2(1 + \lambda x)(x + \xi + \lambda x\xi)^2}.$$

Здесь  $\lambda = l/R$ .

Известны аналитические решения для уравнений (7) и (9), [19], [20]. Численные решения сингулярных уравнений (7)–(10) получены с использованием 80 граничных элементов с постоянной аппроксимацией плотности внутри элементов [21], [22].

На рис. 2 приведены численные и аналитические решения гиперсингулярных уравнений (7), рис. 2, а и (9), рис. 2, б.

Сплошные линии на рис. 2 соответствуют аналитическим решениям, точками обозначены численные решения, в расчетах была достигнута точность  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

Определив неизвестные функции  $\alpha_1, \alpha_2$ , находим коэффициенты интенсивности напряжений по формулам (4).

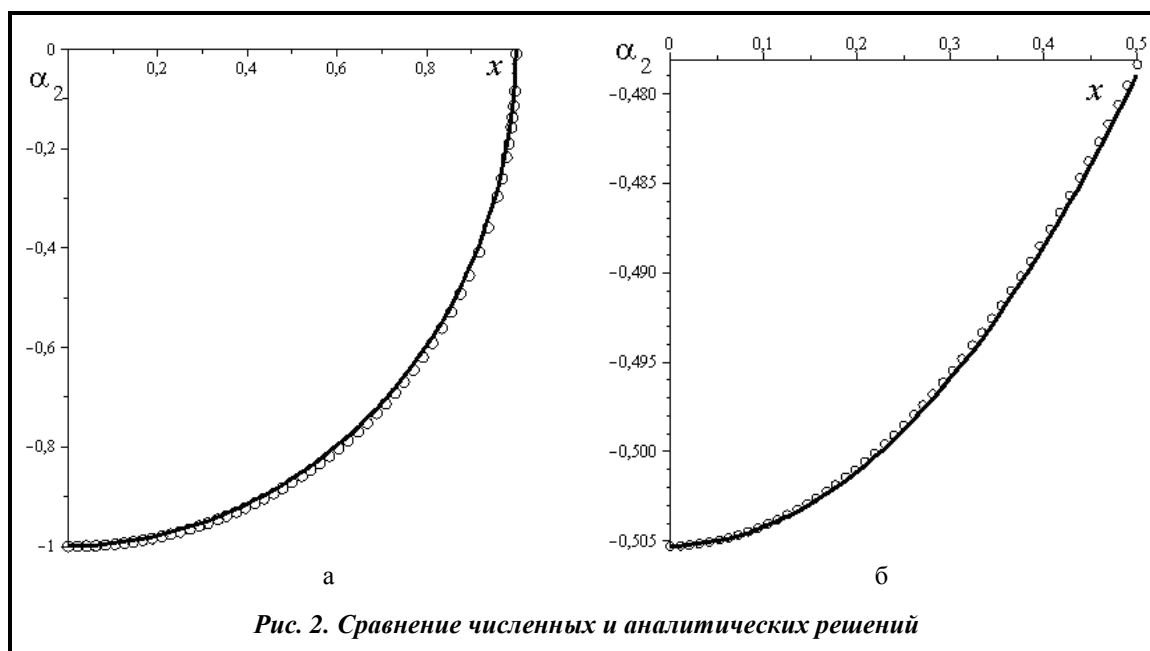


Рис. 2. Сравнение численных и аналитических решений

### Анализ трещиностойкости элементов конструкций

Вычислим количество циклов, за которое трещины разных видов подрастут до недопустимых размеров. При этом будем рассматривать одинаковые условия нагружения. Согласно нормативным документам [8] допускаемые напряжения основного металла  $\sigma_0 = 147$  МПа, а для сварного шва  $\sigma_w = 95$  МПа. Считаем, что приложенная нагрузка  $\sigma = \alpha \sigma_0$ , если трещина содержится в основном металле, и  $\sigma = \alpha \sigma_w$  для трещин, расположенных в зоне сварного шва. Рассмотрен материал со следующими характеристиками:  $C = 3,2 \cdot 10^{-11}$  МПа $\sqrt{м}$  – характерная константа кривой усталости;  $m = 3,09$  – показатель степени этой кри-

вой;  $K_{1C}=49 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$  – критический коэффициент интенсивности напряжений;  $\Delta K_{th}=12 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$  – пороговое значение КИН. Величины  $K_{1C}, \Delta K_{th}$  определены АО «Турбоатом» расчетно-экспериментальным методом с учетом исследования качества металла [24]. На рис. 3 приведены КИН  $\Delta K$ , пороговые значения  $\Delta K_{th}$ , критические значения  $K_{1C}$ .

Цифрами 1 на всех графиках показаны зависимости  $\Delta K$  от длины трещины  $l$  при  $\alpha=1$ , цифры 2 соответствуют коэффициенту нагрузки  $\alpha=0,1$ , цифры 3 – коэффициенту  $\alpha=0,75$ . Цифрами 4 обозначены величины  $\Delta K_{th}$ , цифрами 5 – критические значения  $K_{1C}$ .

На рис. 3, а показан КИН для изолированной трещины в упругой плоскости, дефект 1; на рис. 3, б – КИН для трещины, выходящей на границу полуплоскости, дефект 2, на рис. 3, в – КИН для цепочки трещин,  $d=0,025 \text{ м}$ , дефект 3; на рис. 3, г изображено изменение КИН для двух симметричных трещин, которые выходят из кругового отверстия с радиусом  $R=0,1 \text{ м}$ , дефект 4.

Анализируя графики, приведенные на рис. 3, устанавливаем, что при  $\sigma=0,1\sigma_0=14,7 \text{ МПа}$  для основного металла и  $\sigma=0,1\sigma_w=9,5 \text{ МПа}$  для сварных швов не происходит развития ни одного из рассмотренных дефектов.

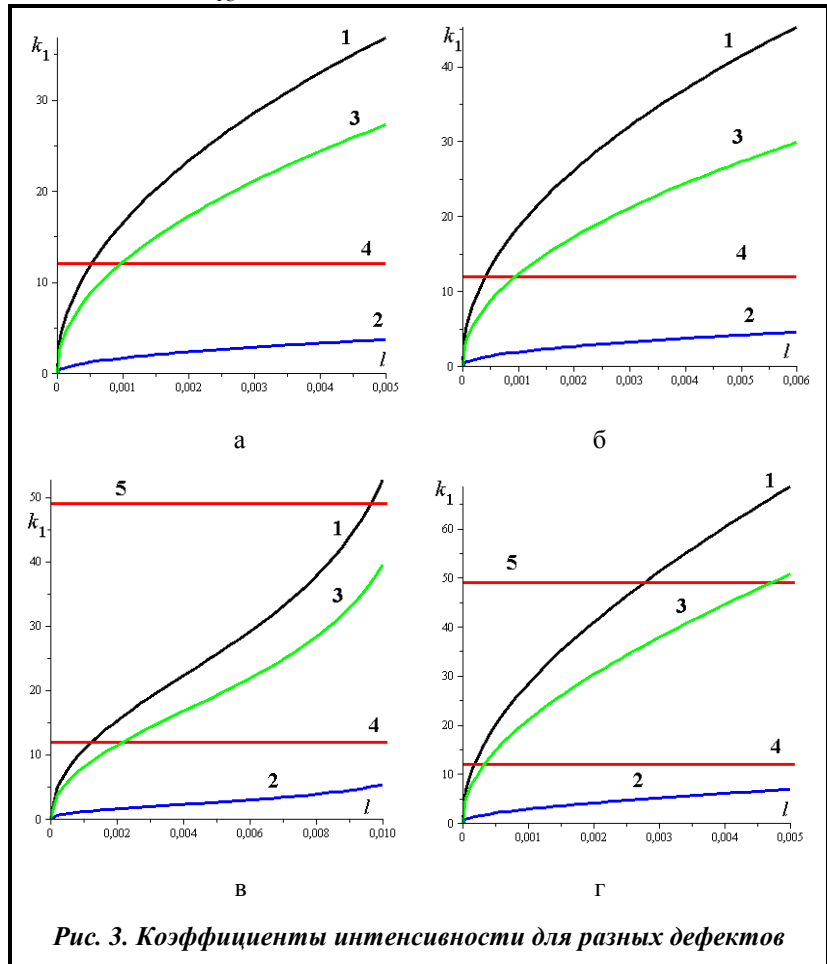


Рис. 3. Коэффициенты интенсивности для разных дефектов

Далее вычислим начальные размеры трещин для нагрузок  $\sigma=0,75\sigma_0$  для основного металла, и  $\sigma=0,75\sigma_w$  для трещин, расположенных в зоне сварных швов. Получаем следующие значения:  $l_0=0,0005 \text{ м}$  для изолированной трещины и трещины, выходящей на границу в зоне основного металла,  $l_0=0,0012 \text{ м}$  для цепочки трещин, расположенной в зоне сварного шва,  $l_0=0,00025 \text{ м}$  для трещин у технологического отверстия в основном металле. Трещины, имеющие начальный размер менее вычисленных значений, согласно критерию Пэриса, не развиваются.

Вычислим количество циклов нагружения по формуле (3) для каждого из указанных дефектов, если длина трещины меняется от начального значения  $l_0$  до конечного значения  $l_1=0,005 \text{ м}$  или до значения, которое недопустимо с точки зрения критерия  $K_{1C}$ , (формула (6) при  $\alpha=0,75$ ). Полученные результаты приведены в таблице.

Количество циклов нагружения

№ дефекта	$l_0, \text{ м}$	$l_1, \text{ м}$	Количество циклов
1	0,0005	0,0050	21563
2	0,0005	0,0050	15130
3	0,0012	0,0050	6726
4	0,0002	0,0047	1102

Представленные результаты показывают, что если амплитуда нагрузки составляет 75 % от допустимой, происходит быстрое разрушение элемента конструкции с трещинами. Наиболее опасными оказались дефекты, расположенные вблизи технологического отверстия; в этом случае количество циклов до подрастания трещины до недопустимых размеров, на порядок меньше, чем как для изолированных трещин, так и для цепочек трещин.

Отметим, что полученные данные не учитывают показателей циклической наработки до образования начальных усталостных трещин. Поэтому представляет интерес оценить количество циклов до появления усталостных трещин для наиболее опасного дефекта (симметричные трещины, выходящие на край технологического отверстия, дефект 4, рис. 1, а). С этой целью проведен расчет на циклическую прочность в системе ANSYS [25].

#### Расчет элемента конструкции с технологическим отверстием на циклическую прочность

Рассматривалась пластина с центральным отверстием, изготовленная из стали с такими механическими и геометрическими характеристиками: плотность  $\rho=7850 \text{ кг/м}^3$ , модуль Юнга  $E=200 \text{ ГПа}$ , коэффициент Пуассона  $\nu=0,3$ , длина пластины  $L=1 \text{ м}$ , ширина  $b=0,4 \text{ м}$ , толщина  $h=0,01 \text{ м}$ , радиус отверстия  $R=0,1 \text{ м}$ , рис. 4.

Основной характеристикой материала, используемой для описания его способности сопротивления процессу многоциклового усталости, является кривая Велера (кривая усталости). Для данного материала эта кривая в логарифмической шкале показана на рис. 5.

Рассматривалось растяжение пластины в горизонтальном направлении усилиями  $10^6 \text{ Н}$ . Распределение эквивалентных по Мизесу напряжений в материале пластины отображено на рис. 6. Максимальное напряжение составило  $108,7 \text{ МПа}$ . Наибольшие напряжения наблюдались на границе кругового отверстия.

Расчет на многоциклового усталость показал, что наименьшее количество циклов до разрушения наблюдается на границе кругового отверстия, в тех же областях, где достигаются наибольшие напряжения, что показал статический расчет (рис. 7).

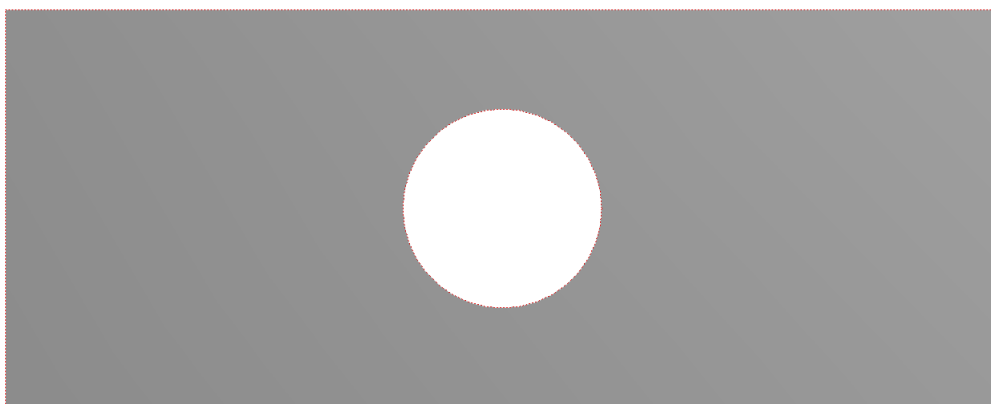


Рис. 4. Пластина с отверстием

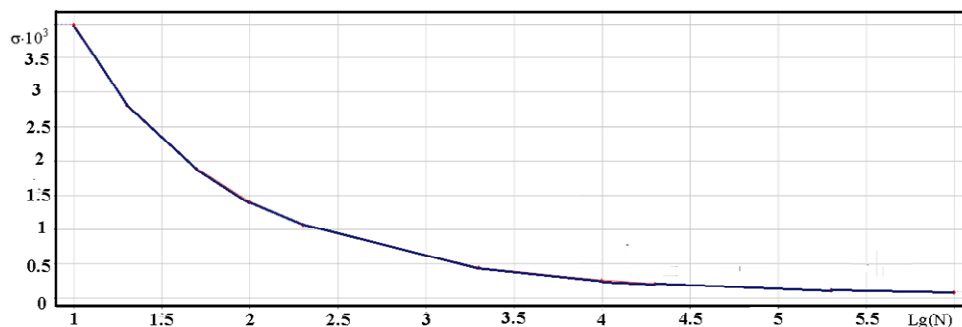
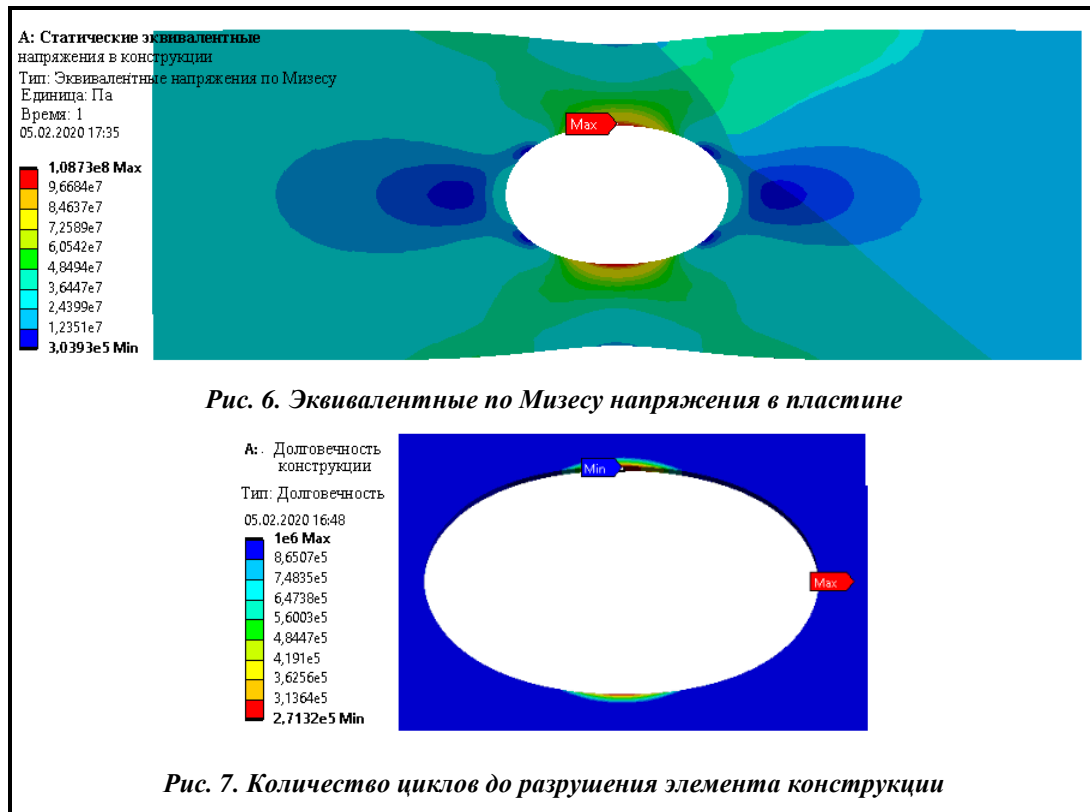


Рис. 5.  $\sigma$ - $N$  кривая усталости





При расчете на циклическую усталость конструкция нагружалась по синусоидальному закону с амплитудами  $\pm 108,7$  МПа и частотой 1 Гц. Расчет показал, что минимальное количество циклов до разрушения составляет  $N=271300$ . Выше было показано, что для рассматриваемого элемента конструкции развитие усталостной трещины от начального размера трещины  $l_0=0,0002$  м до максимально допустимого размера  $l_1=0,0047$  м происходит за 1102 цикла, что существенно меньше числа циклов нагружения при расчете на многоцикловую усталость. Таким образом, основной вклад в оценку ресурса вносит показатель циклической наработки, то есть количество циклов нагружения до появления усталостных трещин. Зная общее количество циклов до разрушения (в рассматриваемом случае 272402) и частоту нагружения, определяем время до разрушения элемента конструкции. Полученные данные дают возможность оценить безопасность транспортировки элемента конструкции при наличии реальных циклограмм перевозки.

### Заключение

Разработан метод расчета критического количества циклов нагружения элементов конструкций, находящихся в условиях действия знакопеременной циклической нагрузки. Предполагается, что в зонах наибольшей концентрации напряжений могут находиться дефекты типа трещин. Количество циклов нагружения, которое приводит к подрастанию трещин до недопустимых размеров, определяется согласно критерию Пэриса. Предложено использовать базу модельных трещин, которая содержит изолированную трещину, цепочку трещин, трещину, выходящую на границу конструктивного элемента, и симметричные трещины, выходящие на край конструктивного отверстия. Для вычисления коэффициентов интенсивности напряжений использованы формулы, основанные на применении численных решений сингулярных и гиперсингулярных интегральных уравнений. Установлено, что трещины, которые находятся в окрестности отверстий, являются наиболее опасными. Именно для этого случая дана оценка количества циклов нагружения до появления усталостных трещин.

В данной методике не учитывается влияние деградации свойств материала вследствие накопления повреждений при оценке долговечности рассматриваемых элементов конструкций. Учет этого фактора будет целью дальнейших исследований.

## Литература

1. Андрейкив А. Е., Дарчук А. И. Усталостное разрушение и долговечность конструкций. Киев: Наук. думка, 1987. 404 с.
2. Махутов Н. А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на усталостную прочность. М.: Машиностроение, 1981. 272 с.
3. Панасюк В. В., Андрейкив А. Е., Ковчик С. Е. Методы оценки трещиностойкости конструкционных материалов. Киев: Наук. думка, 1971. 278 с.
4. Фомичев П. А. Прогнозирование долговечности тел с надрезами по локальному напряженно-деформированному состоянию. Определение параметра, характеризующего долговечность тел с концентраторами напряжений. *Пробл. прочности*. 2000. № 3. С. 46–55.
5. Фомичев П. А. Прогнозирование долговечности тел с надрезами по локальному напряженно-деформированному состоянию. Учет градиентов напряжений и деформаций. *Пробл. прочности*. 2000. № 4. С. 12–21.
6. Zum T. Verformungsverhalten von stahlbetontragwerken unter Betrieb-slelastung. *Mitt. Inst. Wekst. Baum.* 1996. No. 3. P. 1–195.
7. Abdelbaki N., Bouali E., Gaceb M., Bettayeb M. Study of defect admissibility in gas pipelines based on fracture mechanics. *J. Eng. Sci. Tech. (JESTEC)*. 2009. Vol. 4. P. 111–121.
8. Кантор Б., Стрельникова О., Медведовська Т., Ржевська І., Єселева О., Линник О., Зеленська О. Розрахунок залишкового ресурсу елементів проточної частини гідротурбін ГЕС та ГАЕС. Методичні вказівки: нормативний документ. СОУ-НМЕВ 40.1 –21677681–51: 2011: затв. Мін-вом енергетики та вугільної пром-сті України: набув чинності 07.07.11. К.: Мін-во енергетики та вугільної пром-сті України, 2011. 76 с.
9. Stasevic M. Attachment estimates century construction of the tower installations for oil and gas exploration: Doctoral thesis. University of Novi Sad. Faculty of Techn. Sci. 2014. 168 p.
10. Bettayeb M., Bouali E., Abdelbaki N., Gaceb M. Establishment of a database and a classification of the defects in the metal of pipes according to their severity. *Procedia Eng.* 2012. Vol. 42. P. 607–615. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.07.453>.
11. Maksimovic Mirko S., Vasovich Ivana V., Maksimovic Katarina S. Trisovich Natasha, Maksimovic Stevan M. Residual Life Estimation of Cracked Aircraft Structural Components. *FME Transactions*. 2018. Vol. 124. No. 46. P. 124–128. <https://doi.org/10.5937/fmet1801124M>.
12. Kastratovic G., Vidanovic N., Grbovic A., Rasuo B. Approximate determination of stress intensity factor for multiple surface cracks. *FME Transactions*. 2018. Vol. 46. Iss. 1. P. 39–45. <https://doi.org/10.5937/fmet1801039K>.
13. Стрельникова Е. А., Ковч О. И. Исследование взаимного влияния пор в сварном шве под воздействием термосилового нагружения. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. 2015. Т. 5. № 4 (77). С. 59–63. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2015.51869>.
14. Зайденварг О. Л., Стрельникова Е. А. Гиперсингулярные уравнения в задачах прочности элементов конструкций с трещинами при температурном нагружении. *Вісн. Харк. нац. ун-ту ім. В. Н. Каразіна*. Сер. Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління. 2009. № 847. С. 191–196.
15. Lessenden S. J., Pissot S. P., Tretheway M. V., Naunaed K. P. Torsion response of cracked steel shaft. *Fatigue fract. Eng. Mater. Struct.* 2006. Vol. 30. P. 734–747. <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.2007.01149.x>.
16. Місюра С. Ю., Сметанкіна Н. В., Місюра Є. Ю. Рациональне моделювання кришки гідротурбіни для аналізу міцності. *Вісн. Нац. техн. ун-ту «ХПИ»*. Сер. Динаміка і міцність машин. 2019. № 1. С. 34–39. <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2019.1.187415>.
17. Medvedovskaya T., Strelnikova E., Medvedyeva K. Free hydroelastic vibrations of hydroturbine head covers. *Int. J. Eng. and Advanced Research Techn.* 2015. Vol. 1. No 1. P. 45–50. <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.3527.4961>.
18. Єселева Е. В., Гнитько В. И., Стрельникова Е. А. Собственные колебания сосудов высокого давления при взаимодействии с жидкостью. *Пробл. машиностроения*. 2006. Т. 9. № 1. С. 105–118.
19. Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацьшин А. П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. Киев: Наук. думка, 1976. 444 с.
20. Стрельникова Е. А. Гиперсингулярные интегральные уравнения в двумерных краевых задачах для уравнения Лапласа и уравнений Ламе. *Доп. НАН України*. 2001. № 3. С. 27–31.
21. Кантор Б. Я., Стрельникова Е. А. Гиперсингулярные интегральные уравнения в задачах механики сплошной среды. Харьков: Новое слово, 2005. 252 с.
22. Gnitko V., Naumemko Y., Strelnikova E. Low frequency sloshing analysis of cylindrical containers with flat and conical baffles. *Intern. J. Appl. Mech. and Eng.* 2017. Vol. 22. Iss. 4. P. 867–881. <https://doi.org/10.1515/ijame-2017-0056>.
23. Пэрис П., Эрдоган Ф. Критерии усталостного распространения трещин. *Техн. механика*. Сер. Д. 1987. № 4. С. 60–68.

24. Стрельникова Е. А., Сирота И. Г., Линник А. В., Калембет Л. А., Зархина В. Н., Зайденварг О. Л. Вероятностная оценка долговечности вала гидротурбины при наличии трещин. *Пробл. машиностроения*. 2017. Т. 20. № 1. С. 28–35. <https://doi.org/10.15407/pmach2017.01.028>
25. Берендеев Н. Н. Применение системы ANSYS к оценке усталостной долговечности. Нижний Новгород: Нижегород. ун-т им. Н. И. Лобачевского, 2006. 84 с.

Поступила в редакцию 19.02.2020

### Розрахункова модель для аналізу довговічності елементів конструкцій з дефектами

<sup>1</sup> В. І. Гнітько, <sup>1</sup> К. Г. Дегтярьов, <sup>2</sup> Р. П. Москаленко, <sup>1,2</sup> О. О. Стрельникова

<sup>1</sup> Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України,  
61046, Україна, м. Харків, вул. Пожарського, 2/10

<sup>2</sup> Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,  
61000, Україна, м. Харків, майдан Свободи, 4

*Побудовано методика визначення кількості циклів до руйнування елементів конструкцій, які зазнають впливу циклічного навантаження (розтягнення-стиснення). Проведено аналіз статичного та динамічного напружено-деформованого стану за допомогою числових методів скінченних та граничних елементів з метою з'ясування зон концентрації напружень в конструктивному елементі. Вибираються модельні тріщини, які поміщають в зони найбільшої концентрації напружень. Запропоновано базу даних щодо модельних тріщин. З використанням порогового значення коефіцієнта інтенсивності напружень визначається початкова довжина, за якої починається розвиток тріщин. Для кожної тріщини з бази даних на підставі критерію Періса знаходиться критична кількість циклів, за яку тріщина підостає до неприпустимих розмірів. Розроблено методика визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень для елемента конструкції з модельними тріщинами. Цю задачу зведено до розв'язання сингулярних інтегральних рівнянь. Для отримання числового розв'язку цих рівнянь використано метод граничних елементів. Густина, які фігурують як невідомі функції в розглянутих інтегральних рівняннях, використовуються для обчислення коефіцієнтів інтенсивності напружень. Проведено порівняння аналітичних і числових розв'язків сингулярних рівнянь. Визначено критичне число циклів для пластин з поодинокими ізольованими тріщинами й з ланцюжками тріщин, тріщинами біля отворів та границь елементів. Встановлено, що за однакового рівня навантаження найменше критичне число циклів відповідає елементу конструкції з тріщинами в безпосередній близькості від технологічного отвору. Проведено аналіз розвитку втомної тріщини біля отворів в пружно-пластичному формулюванні з метою визначення кількості циклів до руйнування та надано оцінку кількості циклів до появи втомної тріщини.*

**Ключові слова:** довговічність, тріщина, коефіцієнт інтенсивності напружень, сингулярні інтегральні рівняння, критерій Періса.