

УДК 539.375

## РАСЧЕТ ТОРМОЗНОГО БАРАБАНА КОЛЕСНОЙ МАШИНЫ ПО КРИТЕРИЯМ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ

С. А. Аскеров

[hssh3883@gmail.com](mailto:hssh3883@gmail.com)

ORCID: 0000-0002-5468-5303

Азербайджанский  
технический университет,  
AZ1073, Азербайджан, г. Баку,  
пр. Г. Джавида, 25

Для обеспечения безопасности транспортных средств на стадии проектирования особое значение имеет разработка математической модели, в рамках которой возможно эффективно прогнозировать трещинообразование в барабане тормозного механизма в процессе торможения колесной машины. Рассматривается задача механики контактного разрушения о зарождении когезионной трещины в барабане тормозного механизма колесной машины. Считается, что при многократном торможении колесной машины происходит разрушение материала при трении, вызванном контактным взаимодействием. Учитывается, что реальная поверхность тормозного барабана не бывает абсолютно гладкой, но имеет микро- или макроскопические неровности технологического характера, образующие шероховатость. Предложена математическая модель, в рамках которой описывается зарождение трещины в тормозном барабане при торможении колесной машины. Зона зарождения трещины моделируется как область ослабленных межчастичных связей материала (зона предразрушения). Местоположение и размер зоны предразрушения заранее неизвестны и должны быть определены в процессе решения задачи. Используется метод возмущений и аппарат теории сингулярных интегральных уравнений. Задача о равновесии тормозного барабана колесной машины с зародышевой трещиной сводится к решению в каждом приближении нелинейного интегродифференциального уравнения типа Коши. При использовании коллокационной схемы решения в каждом приближении сингулярное интегральное уравнение сводится к системе нелинейных алгебраических уравнений. Для их решения используется метод последовательных приближений и итерационный алгоритм упругих решений. Из решения полученной системы уравнений найдены нормальные и касательные напряжения в зоне предразрушения. Условие появления когезионной трещины в тормозном барабане формулируется с учетом критерия предельной вытяжки связей материала.

**Ключевые слова:** тормозной барабан, зона предразрушения, зарождение трещины, шероховатая поверхность.

### Введение

Фрикционная пара «барабан-накладка» барабанных колодочных механизмов работает [1–3] в условиях сложного напряженного состояния. Для обеспечения безопасности транспортных средств на стадии проектирования важное значение имеет разработка математической модели, в рамках которой возможно прогнозировать зарождение трещины в барабане тормозной системы в процессе торможения колесной машины. Трещиностойкость материалов и элементов машин определяет их сопротивление образованию и росту трещин, приводящих к частичному или полному разрушению. Расчеты на прочность и долговечность по критериям трещиностойкости проводят в тех случаях, когда существует реальная опасность зарождения трещин во время эксплуатации машин или когда традиционный расчет без учета зарождения трещины не в состоянии дать ответы на вопросы, касающиеся мер по предотвращению хрупкого разрушения. Таким образом, для колесного барабанного тормоза прогнозирование трещинообразования играет решающую роль при длительных многократных торможениях.

### Постановка задачи

По мере эксплуатации фрикционной пары «барабан-накладка» колесной машины в металлическом тормозном барабане будет возникать зона предразрушения. Будем моделировать ее как область ослабленных межчастичных связей материала, а сам барабан – как реальное хрупкое тело. В процессе деформирования в некоторых точках барабана возможно появление зон, в которых закон Гука не выполняется, т.е. напряжения превосходят предел упругости.

© С. А. Аскеров, 2020

При повторно-кратковременном режиме торможения барабан тормозного механизма колесной машины испытывает многократное циклическое нагружение. Принято, что в тормозном барабане имеется концентратор напряжений – область (зона) ослабленных межчастичных связей материала барабана. В области ослабленных межчастичных связей материала осуществляется неупругое деформирование. Область ослабленных межчастичных связей (прослойка перенапряженного материала) мала по сравнению с упругой частью тормозного барабана. Поэтому ее можно мысленно удалить, заменив разрезом, поверхности которого взаимодействуют между собой по некоторому закону, соответствующему действию удаленного материала.

После некоторого по счету торможения в зоне ослабленных межчастичных связей материал теряет возможность деформироваться и происходит раскрытие берегов. Образование трещины произойдет, когда раскрытие берегов зоны ослабленных межчастичных связей материала достигнет предельного для данного материала значения [4].

В исследуемом случае возникновение зародышевой трещины представляет собой процесс перехода области предразрушения в область разорванных связей между поверхностями материала тормозного барабана. При этом местоположение и размер зоны предразрушения заранее неизвестны и должны быть определены в процессе решения задачи.

Таким образом, область зарождения когезионной трещины моделируем как зону предразрушения (зону ослабленных межчастичных связей материала). В центре зоны предразрушения находится начало локальной системы координат  $x_1 O_1 y_1$  (рис. 1). Ось  $x_1$  совпадает с линией зоны предразрушения и образует угол  $\alpha_1$  с осью  $Ox$ . Тормозной барабан колесной машины моделируем как изотропное однородное упругое тело. Принято, что выполняются условия плоской деформации.

Известно, что реальная поверхность тормозного барабана не бывает абсолютно гладкой, но имеет технологические микро- или макроскопические неровности, образующие шероховатость. Несмотря на исключительно малые размеры таких неровностей, они существенно влияют на эксплуатационные свойства барабана [5, 6].

Рассмотрим некоторую реализацию шероховатой внутренней поверхности барабана. Считается, что внутренний контур барабана близок к круговому. Отнесем барабан к полярной системе координат  $r, \theta$  с началом координат в центре концентрических окружностей  $L_0$  и  $L$  с радиусами, соответственно,  $R_0$  и  $R$ .

Представим границу внутреннего контура  $L'_0$  в следующем виде:

$$r = \rho(\theta) = R_0 + \varepsilon H(\theta).$$

Здесь  $\varepsilon = R_{\max}/R_0$  – малый параметр;  $R_{\max}$  – наибольшая высота выступа (впадины) неровности внутренней поверхности барабана;  $H(\theta)$  – функция, не зависящая от малого параметра.

Рассмотрим зону предразрушения длины  $2l_1$ , расположенную на отрезке  $|x_1| \leq l_1, y_1 = 0$ . Напомним, что  $l_1$ , угол  $\alpha_1$  и центр зоны предразрушения  $z_1^0 = x_1^0 + iy_1^0$  заранее неизвестны и подлежат определению.

Берега зоны предразрушения взаимодействуют между собой. Это взаимодействие (связи между берегами) сдерживает зарождение когезионной трещины. Для математического описания зоны предразрушения принято, что между ними имеются связи, закон деформирования которых задан. При торможении, в результате действия контактного давления и сил трения на барабан в связях, соединяющих берега зоны предразрушения, будут возникать нормальные  $q_{y_1}(x_1)$  и касательные  $q_{x_1 y_1}(x_1)$  напряжения.



Рис. 1. Схема барабана тормозного механизма колесной машины с зоной предразрушения

Следовательно, к берегам зоны предразрушения будут приложены нормальные и касательные напряжения, численно равные  $q_{y_1}(x_1)$  и  $q_{x_1y_1}(x_1)$  соответственно. Эти величины заранее неизвестны.

Граничные условия задачи на внутреннем и внешнем контурах тормозного барабана при торможении колесной машины будут иметь вид

$$\begin{aligned} \sigma_n &= -p(\theta), \quad \tau_{nt} = -fp(\theta) \quad \text{при } r = \rho(\theta) \quad \text{на площадке контакта;} \\ \sigma_n &= 0, \quad \tau_{nt} = 0 \quad \text{при } r = \rho(\theta) \quad \text{вне площадки контакта;} \\ \sigma_r &= 0, \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad \text{при } r = R; \\ \sigma_{y_1} &= q_{y_1}, \quad \tau_{x_1y_1} = q_{x_1y_1} \quad \text{на берегах зоны предразрушения.} \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $p(\theta)$  – контактное давление;  $f$  – коэффициент трения пары;  $\sigma_r, \tau_{r\theta}$  – компоненты тензора напряжений в полярной системе координат.

В граничных условиях (1) принято, что в зоне контакта действуют контактное давление  $p(\theta)$  и касательное напряжение, связанное с ним по закону Амонтона–Кулона.

Условия (1)–(2) необходимо дополнить соотношением, связывающим раскрытие берегов зоны предразрушения и напряжения в связях

$$(v_1^+ - v_1^-) - i(u_1^+ - u_1^-) = \Pi_y(x_1, q_{y_1})q_{y_1}(x_1) - i\Pi_x(x_1, q_{x_1y_1})q_{x_1y_1}(x_1). \quad (3)$$

Здесь  $(v_1^+ - v_1^-)$  – нормальная,  $(u_1^+ - u_1^-)$  – касательная составляющие раскрытия берегов зон предразрушения; функции  $\Pi_y(x_1, q_{y_1})$  и  $\Pi_x(x_1, q_{x_1y_1})$  представляют собой эффективные податливости связей, зависящие от их натяжения. При постоянных значениях функций  $\Pi_y$  и  $\Pi_x$  имеем в (3) линейный закон деформирования связей. В общем случае закон деформирования связей задан и является нелинейным.

Для нахождения контактного давления, при котором происходит зарождение когезионной трещины, постановку задачи нужно дополнить критерием появления когезионной трещины (разрыва межчастичных связей материала барабана). В качестве такого критерия принимаем критерий критического раскрытия берегов зоны ослабленных межчастичных связей

$$\left| u_1^+(x_1, 0) - u_1^-(x_1, 0) - i(v_1^+(x_1, 0) - v_1^-(x_1, 0)) \right| = \delta_c, \quad (4)$$

где  $\delta_c$  – трещиностойкость (величина, характеризующая сопротивление материала барабана трещинообразованию).

Это дополнительное условие позволяет найти параметры пары трения «барабан-накладка», при которых в барабане зарождается когезионная трещина.

### Метод решения и анализ

Напряжения и перемещения в тормозном барабане при торможении колесной машины и другие неизвестные ищем в виде разложений по малому параметру  $\varepsilon$ . Пренебрегаем, для упрощения, членами, содержащими  $\varepsilon$  в степени выше первой

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_r^{(0)} + \varepsilon\sigma_r^{(1)} + \dots, \quad \sigma_\theta = \sigma_\theta^{(0)} + \varepsilon\sigma_\theta^{(1)} + \dots, \quad \tau_{r\theta} = \tau_{r\theta}^{(0)} + \varepsilon\tau_{r\theta}^{(1)} + \dots, \\ v_r &= v_r^{(0)} + \varepsilon v_r^{(1)} + \dots, \quad v_\theta = v_\theta^{(0)} + \varepsilon v_\theta^{(1)} + \dots \\ l_1 &= l_1^0 + \varepsilon l_1^1 + \dots, \quad \alpha_1 = \alpha_1^0 + \varepsilon \alpha_1^1 + \dots, \\ q_{y_1} &= q_{y_1}^{(0)} + \varepsilon q_{y_1}^{(1)} + \dots, \quad q_{x_1y_1} = q_{x_1y_1}^{(0)} + \varepsilon q_{x_1y_1}^{(1)} + \dots \end{aligned}$$

Значения компонент тензора напряжений при  $r = \rho(\theta)$  получим, разлагая в ряд выражения для напряжений в окрестности при  $r = R_0$ .

Используя метод малого параметра для граничной задачи механики контактного разрушения, получаем последовательность краевых задач для тормозного барабана с круговыми границами.

Граничные условия задачи имеют вид

– в нулевом приближении

$$\sigma_r^{(0)} = -p^{(0)}(\theta), \quad \tau_{r\theta}^{(0)} = -fp^{(0)}(\theta) \quad \text{при } r=R_0, |\theta| \leq \theta_0 \quad \text{на площадке контакта}; \quad (5)$$

$$\sigma_r^{(0)} = 0, \quad \tau_{r\theta}^{(0)} = 0 \quad \text{при } r=R_0 \quad \text{вне площадки контакта};$$

$$\sigma_r^{(0)} = 0, \quad \tau_{r\theta}^{(0)} = 0 \quad \text{при } r=R; \quad \sigma_{y_1}^{(0)} = q_{y_1}^{(0)}, \quad \tau_{x_1 y_1}^{(0)} = q_{x_1 y_1}^{(0)} \quad \text{при } |x_1| = l_1^0; \quad (6)$$

– в первом приближении

$$\sigma_r^{(1)} = N - p^{(1)}(\theta), \quad \tau_{r\theta}^{(1)} = T - fp^{(1)}(\theta) \quad \text{при } r=R_0, |\theta| \leq \theta_0 \quad \text{на площадке контакта};$$

$$\sigma_r^{(1)} = N, \quad \tau_{r\theta}^{(1)} = T \quad \text{при } r=R_0 \quad \text{вне контактной площадки}; \quad (7)$$

$$\sigma_r^{(1)} = 0, \quad \tau_{r\theta}^{(1)} = 0 \quad \text{при } r=R; \quad \sigma_{y_1}^{(1)} = q_{y_1}^{(1)}, \quad \tau_{x_1 y_1}^{(1)} = q_{x_1 y_1}^{(1)} \quad \text{при } |x_1| = l_1^1, \quad (8)$$

где  $\theta_0$  – половина угла обхвата;

$$N = -H(\theta) \frac{\partial \sigma_r^{(0)}}{\partial r} + 2\tau_{r\theta}^{(0)} \frac{1}{R_0} \frac{dH(\theta)}{d\theta} \quad \text{при } r=R_0, \quad T = (\sigma_\theta^{(0)} - \sigma_r^{(0)}) \frac{1}{R_0} \frac{dH(\theta)}{d\theta} - H(\theta) \frac{\partial \tau_{r\theta}^{(0)}}{\partial r}. \quad (9)$$

Используя формулы Колосова–Мухелишвили [7], краевые условия задачи (5)–(6) можно записать в виде граничной задачи для отыскания двух комплексных потенциалов  $\Phi^{(0)}(z)$  и  $\Psi^{(0)}(z)$ .

Комплексные потенциалы, описывающие напряженно-деформированное состояние в барабане, ищем в следующем виде:

$$\Phi^{(0)}(z) = \Phi_0^{(0)}(z) + \Phi_1^{(0)}(z) + \Phi_2^{(0)}(z), \quad \Psi^{(0)}(z) = \Psi_0^{(0)}(z) + \Psi_1^{(0)}(z) + \Psi_2^{(0)}(z). \quad (10)$$

Здесь

$$\Phi_0^{(0)}(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k z^k, \quad \Psi_0^{(0)}(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k z^k; \quad (11)$$

$$\Phi_1^{(0)}(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-l_1^0}^{l_1^0} \frac{g_1^0(t) dt}{t - z_1}, \quad \Psi_1^{(0)}(z) = \frac{1}{2\pi} e^{-2i\alpha_1^0} \int_{-l_1^0}^{l_1^0} \left[ \frac{g_1^0(t)}{t - z_1} - \frac{\bar{T}_1 e^{i\alpha_1^0}}{(t - z_1)^2} g_1^0(t) \right] dt;$$

$$\Phi_2^{(0)}(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-l_1^0}^{l_1^0} \left[ \frac{1 - T_1 \bar{T}_1}{\bar{T}_1 T_2^2} e^{-i\alpha_1^0} \overline{g_1^0(t)} - \frac{1}{z T_2} e^{i\alpha_1^0} g_1^0(t) \right] dt, \quad (12)$$

$$\Psi_2^{(0)}(z) = \frac{1}{2\pi z} \int_{-l_1^0}^{l_1^0} \left[ \frac{1}{z T_1} - \frac{1}{z^2} - \frac{1}{z^2 T_2} + \frac{\bar{T}_1^2}{T_2^2} \right] e^{i\alpha_1^0} g_1^0(t) + \left[ \frac{1 - T_1 \bar{T}_1}{z \bar{T}_1 T_2^2} - \frac{1}{1 - z T_1} - \frac{2(1 - T_1 \bar{T}_1)}{T_2^3} \right] e^{-i\alpha_1^0} \overline{g_1^0(t)} \Big] dt,$$

где  $g_1^{(0)}(x_1) = \frac{2G}{i(1+\kappa)} \frac{\partial}{\partial x_1} \{u_1^{0+}(x_1, 0) - u_1^{0-}(x_1, 0) - i(v_1^{0+}(x_1, 0) - v_1^{0-}(x_1, 0))\}$ ;  $G$  – модуль сдвига материала барабана;  $\kappa=3-4\mu$ ;  $\mu$  – коэффициент Пуассона материала барабана;  $T_1 = te^{i\alpha_1^0} + z_1^0$ ;  $z_1 = e^{-i\alpha_1^0}(z - z_1^0)$ ;  $T_2 = 1 - z\bar{T}_1$ .

Удовлетворяя функциями (10)–(12) граничным условиям на полосе предразрушения в нулевом приближении, получим комплексное сингулярное интегральное уравнение относительно неизвестной функции  $g_1^{(0)}(x_1)$  [8]

$$\int_{-l_1^0}^{l_1^0} \left[ R_{11}^0(t, x_1) g_1^{(0)}(t) + S_{11}^0(t, x_1) \overline{g_1^{(0)}(t)} \right] dt = \pi f^0(x_1) \quad |x_1| = l_1^0, \quad (13)$$

где  $f^0(x_1) = -\left(q_{y_1}^{(0)} - iq_{x_1 y_1}^{(0)}\right) - \left[\Phi_0^{(0)}(x_1) + \overline{\Phi_0^{(0)}(x_1)} + x_1 \Phi_0^{\prime(0)}(x_1) + \overline{\Psi_0^{(0)}(x_1)}\right]$ .

Удовлетворяя краевым условиям (5), записанным через комплексные потенциалы, функциями (10)–(12), получаем после некоторых преобразований бесконечную систему алгебраических уравнений относительно коэффициентов  $a_k, b_k$  потенциалов  $\Phi_0^{(0)}(z)$  и  $\Psi_0^{(0)}(z)$ .

Для внутренней зоны предразрушения к сингулярному интегральному уравнению следует добавить условие

$$\int_{-l_1^0}^{l_1^0} g_1^{(0)}(t) dt = 0. \quad (14)$$

Это условие обеспечивает однозначность смещений при обходе контура зоны предразрушения.

Сингулярное интегральное уравнение (13) при условии (14) с помощью процедуры алгебраизации [8, 9] сводится к системе  $M$  алгебраических уравнений для определения  $M$  неизвестных  $g_1^{(0)}(t_m)$  ( $m=1, 2, \dots, M$ )

$$\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M l_1^0 \left[ g_1^{(0)}(t_m) R_{11}^0(l_1^0 t_m, l_1^0 x_r) + \overline{g_1^{(0)}(t_m)} S_{11}^0(l_1^0 t_m, l_1^0 x_r) \right] = f^0(x_r), \quad (15)$$

$$r=1, 2, \dots, M-1, \quad \sum_{m=1}^M g_1^{(0)}(t_m) = 0,$$

где  $t_m = \cos \frac{2m-1}{2M} \pi$  ( $m=1, 2, \dots, M$ );  $x_r = \cos \frac{\pi r}{M}$  ( $r=1, 2, \dots, M-1$ ).

Если в системе (15) перейти к комплексно-сопряженным величинам, получим еще  $M$  алгебраических уравнений.

В правые части системы (15) входят неизвестные значения нормальных  $q_{y_1}^{(0)}(x_1)$  и касательных  $q_{x_1 y_1}^{(0)}(x_1)$  напряжений в узловых точках разбиения зоны предразрушения. Условием, определяющим неизвестные напряжения в связях между берегами зоны предразрушения, служит дополнительное соотношение (3) в нулевом приближении. Используя полученное решение в нулевом приближении, можно записать

$$g_1^{(0)}(x_1) = \frac{2G}{1+\kappa} \frac{d}{dx_1} \left[ \Pi_y(x_1, q_{y_1}^{(0)}(x_1)) q_{y_1}^{(0)}(x_1) - i \Pi_x(x_1, q_{x_1 y_1}^{(0)}(x_1)) q_{x_1 y_1}^{(0)}(x_1) \right]. \quad (16)$$

Это комплексное дифференциальное уравнение служит для нахождения напряжений  $q_{y_1}^{(0)}(x_1)$  и  $q_{x_1 y_1}^{(0)}(x_1)$  в связях между берегами в зоне предразрушения.

Для построения недостающих алгебраических уравнений для нахождения приближенных значений напряжений  $q_{y_1}^{(0)}(t_m)$  и  $q_{x_1 y_1}^{(0)}(t_m)$  в узловых точках требуем выполнения условий (16) в точках  $t_m$  ( $m=1, 2, \dots, M$ ), содержащихся в зоне предразрушения. При этом используется метод конечных разностей. В результате получается комплексная алгебраическая система из  $M$  уравнений для определения приближенных значений  $q_{y_1}^{(0)}(t_m)$  и  $q_{x_1 y_1}^{(0)}(t_m)$  в узловых точках зоны предразрушения.

Для замкнутости полученных алгебраических уравнений не хватает двух комплексных уравнений, определяющих размер зоны предразрушения.

Так как решение интегрального уравнения (13) ищется в классе всюду ограниченных функций (напряжений), то к полученной системе (15) следует добавить условия ограниченности напряжений на концах зоны предразрушения  $x_1 = \pm l_1^0$ . Эти условия в нулевом приближении имеют вид

$$\sum_{m=1}^M (-1)^{M+m} g_1^{(0)}(t_m) \operatorname{tg} \frac{2m-1}{4M} \pi = 0, \quad \sum_{m=1}^M (-1)^m g_1^{(0)}(t_m) \operatorname{ctg} \frac{2m-1}{4M} \pi = 0. \quad (17)$$

Из-за неизвестных местоположения и размера зоны предразрушения полученная алгебраическая система нелинейна. Ее численное решение позволяет найти координаты вершин (местоположение)

и размер зоны предразрушения, напряженно-деформированное состояние тормозного барабана в нулевом приближении.

Из-за неизвестных величин  $l_1^0$ ,  $\alpha_1^0$ ,  $z_1^0$  объединенная система уравнений оказывается нелинейной даже при линейно-упругих связях. Для ее решения использовали метод последовательных приближений. Решали объединенную систему при некоторых определенных значениях  $l_1^{0*}$ ,  $\alpha_1^{0*}$ ,  $z_1^{0*} = x_1^{0*} + iy_1^{0*}$  относительно остальных неизвестных  $a_k$ ,  $b_k$ ,  $g_1^{(0)}(t_m)$ ,  $q_{y_1}^{(0)}(t_m)$  и  $q_{x_1 y_1}^{(0)}(t_m)$ . Эти неизвестные в случае линейно-упругих связей входят в систему линейным образом. Для решения системы уравнений используется метод Гаусса с выбором главного элемента. Значения  $l_1^{0*}$ ,  $\alpha_1^{0*}$ ,  $z_1^{0*}$  и соответствующие им значения остальных неизвестных не будут, в общем случае, удовлетворять уравнениям (17). Затем, используя метод Ньютона, находим поправки к решению уравнений (17). Подбирая значения  $l_1^{0*}$ ,  $\alpha_1^{0*}$ ,  $z_1^{0*}$ , будем многократно повторять вычисления, пока уравнения (17) не будут удовлетворяться с заданной точностью.

В случае нелинейного закона деформирования связей материала для определения усилий в зоне предразрушения использовался итерационный алгоритм, подобный методу упругих решений А. А. Ильюшина. Расчет эффективной податливости проводился подобно нахождению секущего модуля в методе переменных параметров упругости. Нелинейная часть кривой деформирования связей принималась в виде билинейной зависимости, при этом восходящий участок соответствовал упругому деформированию связей  $0 < V(x_1) < V_*$  с их максимальным натяжением. При  $V(x_1) > V_*$  закон деформирования описывался нелинейной зависимостью, определяемой точками  $(V_*, \sigma_*)$ ,  $(\delta_c, \sigma_c)$ . При  $\sigma_c \geq \sigma_*$  имеет место возрастающая линейная зависимость (линейное упрочнение, соответствующее упруго-пластической деформации связей).

Процесс последовательных приближений заканчивается, как только усилия в связях в зоне предразрушения, полученные на двух последовательных шагах, мало отличаются.

Полученные системы уравнений относительно  $a_k$ ,  $b_k$ ,  $g_1^{(0)}(t_m)$  ( $m=1, 2, \dots, M$ ) позволяют при заданной внешней нагрузке определить напряженно-деформированное состояние тормозного барабана при наличии зоны предразрушения.

После решения объединенной алгебраической системы переходим к построению решения задачи в первом приближении. При  $r=R_0$  находим функции  $N$  и  $T$  согласно формулам (9). С помощью формул Колосова–Мухелишвили [7] граничные условия задачи в первом приближении (7)–(8) можно записать в виде краевой задачи для определения комплексных потенциалов  $\Phi^{(1)}(z)$  и  $\Psi^{(1)}(z)$ . Функции  $\Phi^{(1)}(z)$  и  $\Psi^{(1)}(z)$  ищутся в виде, аналогичном (10)–(12), с очевидными изменениями. Дальнейший ход решения задачи аналогичен нулевому приближению.

После определения искомых величин для прогнозирования предельного значения контактного давления в барабане тормозной системы колесной машины, при котором может зародиться когезионная трещина, использовали критерий критического раскрытия берегов зоны предразрушения (4).

Используя полученное решение, находим предельное условие, при котором в барабане зародится когезионная трещина

$$\frac{1 + \kappa}{2G} \frac{\pi l_1}{M} \sqrt{A_1^2 + B_1^2} = \delta_c, \quad (18)$$

Здесь  $A_1 = \sum_{m=1}^{M_1} [v_1^0(t_m) + \varepsilon v_1^1(t_m)]$ ,  $B_1 = \sum_{m=1}^{M_1} [u_1^0(t_m) + \varepsilon u_1^1(t_m)]$ ,  $M_1$  – число узловых точек в отрезке  $[-l_1, x_1^0)$ .

Совместное решение полученных уравнений с условием (18) позволяет при заданных характеристиках материала тормозного барабана прогнозировать критическое значение контактного давления и размеры зоны предразрушения для состояния предельного равновесия.

Полученные системы решались для значений  $M=20$  и  $40$ , что соответствует разбиению интервала интегрирования  $[-1, 1]$  на 20 и 40 чебышевских узлов. Расчеты выполнялись для барабанов тормозных механизмов грузового автомобиля КамАЗ–5320.

На рис. 2 представлены графики зависимости длины зоны предразрушения  $l_1/(R-R_0)$  от контактного давления  $p_0/\sigma_*$  ( $p_0$  – силовой фактор). Кривая 1 соответствует шероховатой поверхности трения тормозного барабана, кривая 2 – гладкой. На рис. 3 показано распределение нормальных усилий  $q_{y1}/q_*$  в зоне предразрушения, а на рис. 4 – касательных  $q_{x1y1}/q_*$ . Кривая 1 на обоих рисунках соответствует линейному закону деформирования связей, кривая 2 – билинейному.

Податливости связей в нормальном и касательном направлениях были приняты равными и постоянными вдоль зоны предразрушения. Закон изменения касательных напряжений вдоль зоны предразрушения подобен изменению нормальных усилий с той разницей, что абсолютные значения касательных усилий существенно меньше. При этом максимальные значения касательных напряжений достигаются при меньших размерах зоны предразрушения. Для этого случая найдено  $\alpha_1=36^\circ$ ,  $z_1^0 = 1,27R_0 e^{i\pi/13}$ .

### Заключение

Отметим, что с помощью предложенной математической модели зарождения когезионной трещины в барабане тормозного механизма возможно на стадии проектирования установить максимальные значения рабочих нагрузок и предельный уровень дефектности барабана, при которых сохраняется достаточный запас прочности, а также определить оптимальный материал тормозного барабана и его гарантированный ресурс. Параметры тормозного барабана на стадии проектирования должны быть выбраны в соответствии с условием

$$p_{\max} < p_{cr}$$

где  $p_{\max}$  – проектное максимальное контактное давление в тормозном механизме,  $p_{cr}$  – критическое контактное давление.

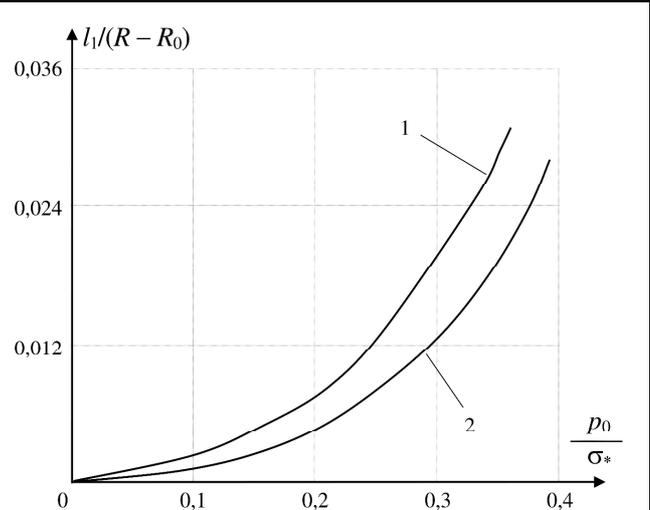


Рис. 2. Зависимость длины зоны предразрушения от контактного давления

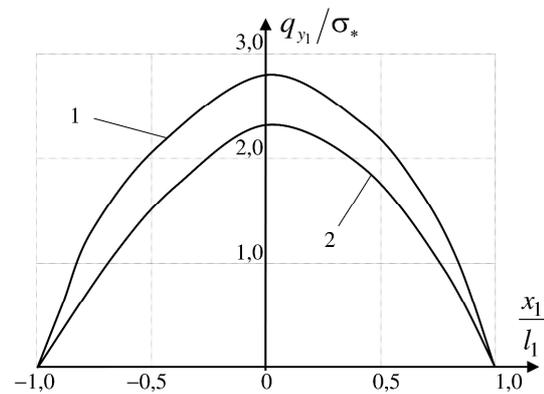


Рис. 3. Распределение нормальных усилий в зоне предразрушения

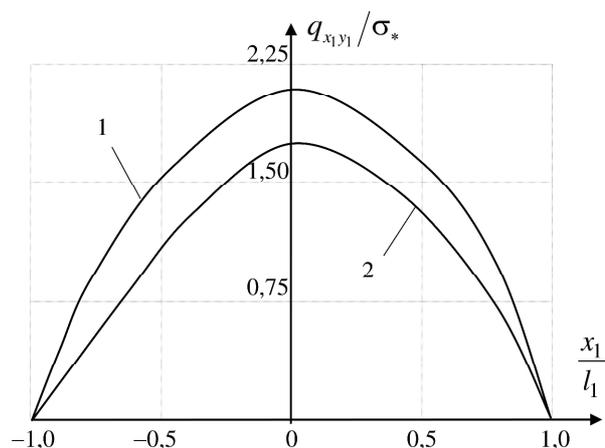


Рис. 4. Распределение касательных усилий в зоне предразрушения

Зная основные значения критических параметров разрушения (зарождения трещины) и влияние на них свойств материала барабана, класса технологической обработки поверхностей барабана и накладки, можно обоснованно управлять процессом трещинообразования в тормозном барабане путем конструкторско-технологических решений на этапе проектирования.

### Литература

1. Петрик А. А., Вольченко А. И., Вольченко Н. А., Вольченко Д. А. Барабанно-колодочные тормозные устройства. Краснодар: Кубан. технолог. ун-т, 2006. 264 с.
2. Вольченко А. И., Киндрачук М. В., Бекиш И. О., Малык В. Я., Снурников В.И. Термические напряжения в ободах тормозных барабанов автотранспортных средств. *Пробл. трения и изнашивания*. 2015. № 4 (69). С. 28–37.
3. Мирсалимов В. М., Гасанов Ш. Г., Гейдаров Ш. Г. Износоконтактная задача о вдавлении колодки с фрикционной накладкой в поверхность барабана *Трибология – машиностроению*: тр. XII междунар. науч.-техн. конф., посв. 80-летию ИМАШ РАН (Москва, 19–21 нояб. 2018 г.). Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2018. С. 342–344.
4. Мирсалимов В. М. К решению задачи механики контактного разрушения о зарождении и развитии трещины со связями между берегами во втулке фрикционной пары. *Прикл. математика и механика*. 2007. Т. 71. № 1. С. 132–151.
5. Демкин Н. Б., Рыжов Э. В. Качество поверхности и контакт деталей машин. М.: Машиностроение, 1981. 244 с.
6. Thomas T. R. Rough surfaces. London: Longman, 1982. 387 p.
7. Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.
8. Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацьшин А. П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. Киев: Наук. думка, 1976. 443 с.
9. Мирсалимов В. М. Неоднородные упругопластические задачи. М.: Наука, 1987, 256 с.

Поступила в редакцию 01.04.2020

## Розрахунок гальмівного барабана колісної машини за критеріями тріщиностійкості

С. А. Аскеров

Азербайджанський технічний університет,  
AZ1073, Азербайджан, м. Баку, пр. Г. Джавіда, 25

Для створення умов безпеки транспортних засобів на стадії проектування особливе значення має розробка математичної моделі, у рамках якої можливо ефективно прогнозувати тріщиноутворення у барабані гальмівного механізму в процесі гальмування колісної машини. Розглядається задача механіки контактного руйнування про зародження когезійної тріщини у барабані гальмівного механізму колісної машини. Вважається, що за багаторазового гальмування колісної машини відбувається руйнування матеріалу під час тертя, викликаного контактною взаємодією. Враховується, що реальна поверхня гальмівного барабана не буває абсолютно гладкою, але має мікро- або макроскопічні нерівності технологічного характеру, що утворюють шорсткість. Запропонована математична модель, у рамках якої описується зародження тріщини в гальмівному барабані під час гальмування колісної машини. Зона зародження тріщини моделюється як область ослаблених міжчасткових зв'язків матеріалу (зона передруйнування). Місце розташування і розмір зони передруйнування заздалегідь невідомі і мають бути визначені в процесі розв'язання задачі. Використовується метод збурень і апарат теорії сингулярних інтегральних рівнянь. Задача про рівновагу гальмівного барабана колісної машини із зародковою тріщиною зводиться до розв'язання в кожному наближенні нелінійного інтегродиференційного рівняння типу Коші. За використання колокаційної схеми розв'язання в кожному наближенні сингулярне інтегральне рівняння зводиться до системи нелінійних рівнянь алгебри. Для їх розв'язання використовується метод послідовних наближень та ітераційний алгоритм пружних розв'язків. З розв'язку отриманої системи рівнянь знайдена нормальна і дотична напруження в зоні передруйнування. Умова появи когезійної тріщини в гальмівному барабані формулюється з урахуванням критерію граничної витяжки зв'язків матеріалу.

**Ключові слова:** гальмівний барабан, зона передруйнування, зародження тріщини, шорстка поверхня.