

УДК 517.95+518.517+629.735.33-519

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ МАКЕТА КОСМИЧЕСКОГО КОРАБЛЯ ТИПА «СОЮЗ-АПОЛЛОН» БАЗОВЫМ ИНСТРУМЕНТАРИЕМ R-ФУНКЦИЙ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ НА 3D-ПРИНТЕРЕ

¹ **Т. И. Шейко**, д-р техн. наук
sheyko@ipmach.kharkov.ua
ORCID: 0000-0003-3295-5998

^{1,2} **К. В. Максименко-Шейко**,
д-р техн. наук
m-sh@ipmach.kharkov.ua
ORCID: 0000-0002-7064-2442

³ **А. И. Морозова**
ORCID: 0000-0002-7082-4115

¹ Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН Украины,
61046, Украина, г. Харьков,
ул. Пожарского, 2/10

² Харьковский национальный
университет имени В. Н. Каразина,
61022, Украина, г. Харьков,
площадь Свободы, 4

³ Харьковский национальный
университет радиоэлектроники,
61166, Украина, г. Харьков, пр. Науки, 14

Создание математических моделей объектов для 3D-печати представляет значительный интерес, который связан с активным внедрением 3D-печати в различные отрасли промышленности. Преимущества использования современных 3D-принтеров: снижение себестоимости изготовления продукции и сокращение сроков ее появления на рынке, моделирование объектов любой формы и сложности, быстрота и высокая точность изготовления, возможность использования различных материалов. Одним из методов решения проблемы создания математической и компьютерной модели проектируемого объекта является применение теории R-функций, при помощи которой можно описывать геометрические объекты сложной формы единым аналитическим выражением. Использование буквенных параметров при задании геометрической информации в аналитическом виде позволяет оперативно изменять размеры и форму проектируемых объектов, что помогает сократить затраты времени при построении расчетных моделей. Предложенный метод может существенно сократить трудоемкость работ в САД-системах в тех случаях, когда требуется просмотреть большое количество вариантов конструкции в поисках оптимального решения. Это дает большой эффект по снижению трудоемкости при построении расчетных моделей для определения аэродинамических и прочностных характеристик. Определение характеристик также часто связано с необходимостью учета изменения формы летательного аппарата. Это приводит к тому, что определение аэродинамических характеристик только за счет необходимости построения большого числа расчетных моделей увеличивает длительность работ на месяцы. При параметрическом задании изменение расчетных областей производится практически мгновенно. В работе на основе базового инструментария теории R-функций и цилиндрических, сферических, эллипсоидальных, конусоидальных опорных функций построено многопараметрическое уравнение поверхности макета космического корабля типа «Союз-Аполлон». Ряд опорных функций был нормализован по общей формуле, что дало возможность проиллюстрировать новый подход к построению трехмерных уравнений поверхностей заданной толщины.

Ключевые слова: R-функции, буквенные параметры, стандартные примитивы, макет космического корабля «Союз-Аполлон».

Введение

Одной из новых технологий, которая в последнее время получает растущую популярность, стала 3D-печать, которая позволяет создавать объемные модели любых предметов при помощи специального оборудования – 3D-принтера. Это оборудование является высокотехнологичным и требует определенных знаний и умений для того, чтобы им воспользоваться. Расцвет эпохи 3D-печати начался в XXI веке, хотя сам принцип работы был сформулирован ещё в 1986 году. 3D-печать в нынешнем столетии уже стала одним из главных достижений человечества в области развития технологий. Ученые освоили методы создания трехмерных моделей любых форм и содержания.

Процесс печати на 3D-принтере состоит из нескольких этапов. Первый этап – подготовительный. В процессе подготовки создается компьютерная 3D-модель объекта, который будет печататься. Создание такой модели возможно, к примеру, с помощью программы для 3D-моделирования. После

© Т. И. Шейко, К. В. Максименко-Шейко, А. И. Морозова, 2020

того как виртуальная модель создана, необходимо преобразовать ее в набор инструкций для принтера, т.е. сгенерировать G-код, а потом запустить саму печать. Потенциал и возможности 3D-принтеров огромны, чаще всего их применяют в машиностроении, архитектуре, киноиндустрии и медицине. Основное преимущество 3D-печати в том, что это полностью роботизированный процесс. С помощью программы можно посмотреть на прототип со всех ракурсов, увидеть реальные размеры, пропорции, а также еще на стадии моделирования исправить ошибки и усовершенствовать продукт. Эксперты влиятельного журнала Economist назвали технологию 3D-печати третьей промышленной революцией, которая тихо и незаметно происходит сейчас прямо у нас за окном. И пока некоторые восточно-европейские страны инвестируют миллиарды в «традиционное производство», многие уже осознали масштаб предстоящих перемен. Например, США в ближайшей перспективе планирует вернуть производство на свою территорию, но это будет главным образом высокотехнологичные и универсальные технологии на базе 3D-печати, для чего планируется масштабное государственное субсидирование данного процесса, аналогичное текущему американскому прорыву с добычей собственного сланцевого газа и нефти. Оказалось, что при помощи 3D-печати экономически целесообразно производить целые ракетные двигатели. Компания 3D Systems Corporation (США) объявила об успешном испытании трехмерного принтера VFB-3000 в условиях невесомости. Испытания свидетельствуют о возможности производства сложных узлов и деталей в условиях космического пространства. 3D-печать изменит подход к космическим исследованиям, а также к обеспечению функционирования космических аппаратов. В настоящее время все необходимые в космосе предметы и детали изготавливаются на Земле, тщательно подгоняются и для проверки стыкуются с макетами корабля. Затем они ждут рейса очередного космического корабля, и только после стыковки на орбите космонавты получают требуемые предметы [1]. 3D-принтер позволяет облегчить создание и обустройство жизненного пространства на орбите, снижая потребность в доставке широкого спектра грузов с Земли. Инженеры NASA строят даже ракету из специального пластика, используя 3D-принтер с технологией селективного лазерного спекания, способную достичь других планет Солнечной системы.

Однако возникает проблема задания информации для печати, т.е. создания математической и компьютерной модели проектируемого объекта. Одним из методов решения этой проблемы является применение теории R-функций, которая позволяет описывать геометрические объекты сложной формы единым аналитическим выражением. В работе [2] на основе теории R-функций разработаны новые подходы к аналитической идентификации поверхностей беспилотных летательных аппаратов для 3D-печати. Используются как известные методы стандартных примитивов, так и различные варианты блендинга на каркасе. Построены и визуализированы многопараметрические уравнения поверхностей беспилотных летательных аппаратов различных форм и назначений. Адекватность полученных результатов проектируемым объектам подтверждается визуализацией как в условиях эксплуатации программы RFPreview, так и реализацией на 3D-принтере. Использование буквенных параметров при задании геометрической информации в аналитическом виде позволяет оперативно изменять размеры и форму проектируемых объектов, что помогает сократить затраты времени при построении расчетных моделей. Предложенный метод может существенно сократить трудоемкость работ в САД-системах в тех случаях, когда требуется просмотреть большое количество вариантов конструкции в поисках оптимального решения.

Это может дать большой эффект по снижению трудоемкости при построении расчетных моделей для определения аэрогазодинамических и прочностных характеристик. Определение характеристик также часто связано с необходимостью учета изменения формы летательного аппарата. Это приводит к тому, что определение аэродинамических характеристик только за счет необходимости построения большого числа расчетных моделей для учета данного фактора увеличивает длительность работ на месяцы. При параметрическом задании изменение расчетных областей производится практически мгновенно.

В работе [3] на основе теории R-функций построены уравнения поверхностей макетов ракеты-носителя типа «Ангара», космического корабля типа «Буран» и ракет по доставке объектов в пункт назначения. Таким образом, в настоящее время накоплен определённый опыт построения уравнений поверхностей аэрокосмических объектов. Однако каждая новая конструкция корабля требует, как правило, совершенствования используемого базового инструментария.

Цель данной работы заключается в создании математической и компьютерной модели поверхности макета космического корабля типа «Союз-Аполлон».

Основная часть

В работе были использованы R-операции $fk \wedge_0 fl = fk + fl - \sqrt{fk^2 + fl^2}$; $fk \vee_0 fl = fk + fl + \sqrt{fk^2 + fl^2}$ [4, 5], а также цилиндрические, сферические, эллипсоидальные, конусоидальные опорные функции. Ряд опорных функций был нормализован по общей формуле $\omega n = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + (\nabla\omega)^2}}$ [4, 5], что дало возможность проиллюстрировать новый подход к построению

трехмерных уравнений поверхностей заданной толщины $W = \delta - |\omega| \geq 0$, где 2δ — толщина стенки [6].

Построим уравнение поверхности основной части корабля «Союз» (см. рисунок), используя в качестве опорных функций нормализованные цилиндрические поверхности $f1, f2$, эллипсоид fe , сферу $f31$, усеченные соответствующими плоскостями

$$f1 = (r1^2 - x^2 - y^2)/2r1 \wedge_0 z(25 - z)/25 \geq 0; \quad f2 = (r2^2 - x^2 - y^2)/2r2 \wedge_0 z(4 - z)/4 \geq 0;$$

$$fe = 1 - \left(\frac{x}{r1}\right)^2 - \left(\frac{y}{r1}\right)^2 - \left(\frac{z - 25}{30}\right)^2 \geq 0;$$

$$fen = \frac{fe}{\sqrt{fe^2 + gfe}}; \quad f12 = ((f1 \vee_0 f2) \vee_0 fen) \wedge_0 z(50 - z)/50 \geq 0;$$

$$f31 = (r3^2 - x^2 - y^2 - (z - 60)^2)/2r3 \wedge_0 65 - z \geq 0; \quad f32 = f12 \vee_0 f31 \geq 0 \quad (\text{рисунок, а}).$$

Построим уравнение поверхности внутренней части корабля «Союз», используя нормализованные опорные функции

$$ff = \left(f1 \vee_0 1 - \left(\frac{x}{r1}\right)^2 - \left(\frac{y}{r1}\right)^2 - \left(\frac{z - 25}{30}\right)^2 \right) \wedge_0 z(50 - z)/50 \geq 0;$$

$$ff32 = ff \vee_0 f31 \geq 0; \quad fp = ((1 - \text{abs}(ff32)) \vee_0 f2) \wedge_0 y \geq 0 \quad (\text{рисунок, б}).$$

Построим уравнение поверхности корабля «Союз» с коническим стыковочным блоком $f33$, переходящим в цилиндрический $f4$

$$x3 = -\frac{85x}{z - 85}; \quad y3 = -\frac{85y}{z - 85}; \quad f33 = (r4^2 - x3^2 - y3^2)/2r4 \wedge_0 (75 - z)(z - 65)/10 \geq 0;$$

$$f3 = f32 \vee_0 f33 \geq 0; \quad f4 = (r5^2 - x^2 - y^2)/2r5 \wedge_0 (100 - z)(z - 66)/34 \geq 0;$$

$$f34 = f3 \vee_0 f4 \geq 0 \quad (\text{рисунок, в}).$$

Запишем уравнение поверхности солнечных батарей

$$fa = ((1 - |y|) \wedge_0 (25 - z)(z - 10)/15) \wedge_0 (45^2 - x^2)/90 \geq 0; \quad f5 = fa \vee_0 f34 \geq 0 \quad (\text{рисунок, г}).$$

Построим основную часть блока цилиндрической поверхности корабля «Аполлон»

$$f6 = (r6^2 - x^2 - y^2)/2r6 \wedge_0 (150 - z)(z - 115)/35 \geq 0; \quad f56 = f5 \vee_0 f6 \geq 0 \quad (\text{рисунок, д}).$$

Построим общее уравнение поверхности корабля «Союз-Аполлон», используя две конические поверхности и две полуплоскости

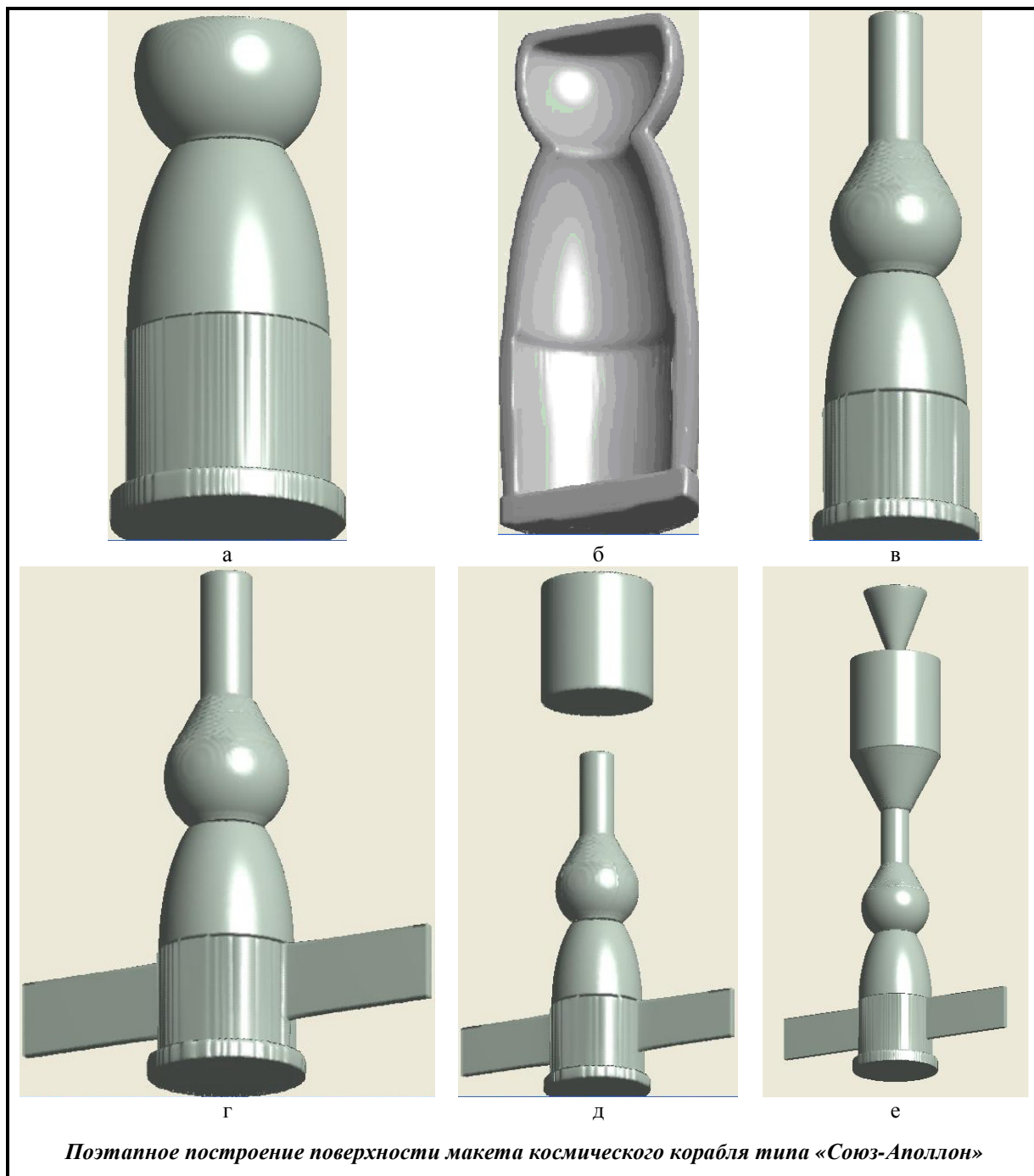
$$x1 = -\frac{145x}{z - 145}; \quad y1 = -\frac{145y}{z - 145}; \quad fk1 = (r7^2 - x1^2 - y1^2)/2r7 \wedge_0 (175 - z)(z - 150)/25 \geq 0;$$

$$x2 = -\frac{85x}{z - 85}; \quad y2 = -\frac{85y}{z - 85}; \quad fk2 = (r8^2 - x2^2 - y2^2)/2r8 \wedge_0 (115 - z)(z - 95)/20 \geq 0;$$

$$fk = fk1 \vee_0 fk2 \geq 0; \quad WSA = f56 \vee_0 fk \geq 0 \quad (\text{рисунок, е}).$$

Значения буквенных параметров

$$r1 = 13; r2 = 15; r3 = 12; r4 = 45; r5 = 5; r6 = 16; r7 = 55; r8 = 45.$$



Следует отметить, что с изменением каких-либо из представленных буквенных параметров автоматически последует изменение форм соответствующих фрагментов корабля.

Выводы

Создание математических моделей объектов для 3D-печати представляет значительный интерес, который связан с активным внедрением 3D-печати в различные отрасли промышленности. Достоинства применения 3D-принтеров очевидны: они позволяют изготавливать нестандартные модели, сокращать время на создание новых прототипов, достигая простоты и значительной дешевизны производства даже при использовании современных сверхпрочных материалов, а также сокращать время ремонта. В данной работе на основе теории R-функций сформулированы методы создания математических и компьютерных моделей трехмерных геометрических объектов. Разработаны алгоритмы поэтап-

ного построения математических моделей объектов сложного поперечного сечения, трехмерных уравнений поверхностей, в том числе со стенкой заданной толщины.

Достоверность полученных результатов, их адекватность проектируемым объектам подтверждается визуализацией в условиях эксплуатации программы RFPreview. Аналитическая запись проектируемых объектов дает возможность использовать буквенные геометрические параметры, сложные суперпозиции функций, что, в свою очередь, позволяет оперативно изменять их конструктивные элементы. Свойство положительности построенных функций во внутренних точках объекта весьма удобно для реализации 3D-печати.

Результаты данной статьи частично получены в рамках программы поддержки приоритетных для государства научных исследований и научно-технических (экспериментальных) разработок отделения физико-технических проблем энергетики НАН Украины (КПКВК 6541230).

Литература

1. 3D-принтер будет "печатать" детали прямо в космосе. Nano News Net: Official site, 2020. URL: <http://www.nanonewsnet.ru/news/2011/3d-printer-budet-pechatat-detali-pryamo-v-kosmose>.
2. Sheyko T., Maksymenko-Sheyko K., Sirenko V., Morozova A., Petrova R. Analytical identification of the unmanned aerial vehicles' surfaces for the implementation at a 3D printer. *Eastern-European J. Enterprise Techn.* 2019. Vol. 1. No. 2 (97). P. 48–56. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.155548>.
3. Шейко Т. И., Максименко-Шейко К. В., Толок А. В., Морозова А. И. Математическое и компьютерное моделирование аэрокосмических объектов для реализации технологии 3D-печати. *Информ. технологии в проектировании и пр-ве*. 2019. № 2 (174). С. 16–20.
4. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. Киев: Наук. думка, 1982. 552 с.
5. Rvachev V. L., Sheiko T. I. R-functions in boundary value problems in mechanics. *Appl. Mech. Reviews*. 1995. Vol. 48. No. 4. P. 151–188. <https://doi.org/10.1115/1.3005099>.
6. Максименко-Шейко К. В. R-функции в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей. Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2009. 306 с.

Поступила в редакцию 11.05.2020

Математичне моделювання поверхні макета космічного корабля типу «Союз-Аполлон» за допомогою базового інструментарію R-функцій для реалізації на 3D-принтері

¹Т. І. Шейко, ^{1,2}К. В. Максименко-Шейко, ³А. І. Морозова

¹ Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, 61046, Україна, м. Харків, вул. Пожарського, 2/10

² Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, 61022, Україна, м. Харків, майдан Свободи, 4

³ Харківський національний університет радіоелектроніки, 61166, Україна, м. Харків, пр. Науки, 14

Створення математичних моделей об'єктів для 3D-друку становить значний інтерес, який пов'язаний з активним впровадженням 3D-друку в різні галузі промисловості. Переваги використання сучасних 3D-принтерів: зниження собівартості виготовлення продукції і скорочення термінів її появи на ринку, моделювання об'єктів будь-якої форми і складності, швидкість і висока точність виготовлення, можливість використання різних матеріалів. Одним з методів вирішення проблеми створення математичної та комп'ютерної моделі проєктованого об'єкта є застосування теорії R-функцій, яка дозволяє описувати геометричні об'єкти складної форми єдиним аналітичним виразом. Використання буквених параметрів під час задання геометричної інформації в аналітичному вигляді дозволяє оперативно змінювати розміри і форму проєктованих об'єктів, що допомагає скоротити витрати часу під час побудови розрахункових моделей. Запропонований метод може істотно скоротити трудомісткість робіт в САД-системах в тих випадках, коли потрібно переглянути велику кількість варіантів конструкції в пошуках оптимального рішення. Це може зумовити значний ефект щодо зниження трудомісткості під час побудови розрахункових моделей для визначення аерозаодинамічних і міцнісних характеристик. Визначення характеристик також часто пов'язано з необхідністю врахування зміни форми літального апарата. Це призводить до того, що визначення аеродинамічних характеристик тільки за рахунок необхідності побудови великого числа розрахункових моделей для врахування цього фактора збільшує тривалість робіт на місяці. За параметричного задання зміна розрахункових областей проводиться практично миттєво. У роботі на основі базового ін-

струментарію теорії R-функцій і циліндричних, сферичних, еліпсоїдальних, конусоїдальних опорних функцій побудовано багатопараметричне рівняння поверхні макета космічного корабля типу «Союз-Аполлон». Ряд опорних функцій був нормалізований за загальною формулою, що дало можливість проілюструвати новий підхід до побудови тривимірних рівнянь поверхонь заданої товщини.

Ключові слова: *R-функції, буквені параметри, стандартні примітиви, макет космічного корабля «Союз-Аполлон».*