

УДК 532.5 + 536.24

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В ТОПЛИВНЫХ КАССЕТАХ ТВЭЛОВ ПРИ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЕ И УПАКОВКЕ СТЕРЖНЕЙ

¹ **К. В. Максименко-Шейко**, д-р техн. наук
m-sh@ipmach.kharkov.ua
 ORCID: 0000-0002-7064-2442

¹ **Т. И. Шейко**, д-р техн. наук
sheyko@ipmach.kharkov.ua
 ORCID: 0000-0003-3295-5998

² **Д. А. Лисин**, канд. техн. наук
d.lisin@karazin.ua
 ORCID: 0000-0002-6718-7389

² **Т. Б. Дудинов**
tima.dudinov@gmail.com
 ORCID: 0000-0001-8365-0516

¹ Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины,
 61046, Украина, г. Харьков,
 ул. Пожарского, 2/10

² Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
 61022, Украина, г. Харьков,
 площадь Свободы, 4

Работа состоит из трёх разделов и носит информационно-обобщающий характер с указанием перспективных направлений дальнейших исследований. Первый раздел «Метод R-функций в математическом моделировании конвективного теплообмена в топливных кассетах с ТВЭЛами» посвящён применению новых конструктивных средств метода R-функций для математического и компьютерного моделирования упаковок ТВЭЛов с различными типами симметрии, а также изучению конвективного теплообмена в решетках ТВЭЛов и влияния вида упаковки на распределение скорости и температуры. Рассмотрена восьмигранная кассета с 37 ТВЭЛами, упакованными по трем схемам: циклической, шахматной и коридорной. Отмечено, что при построении уравнений кассеты с пучками ТВЭЛов по новой методике количество R-операций и, соответственно, время расчета существенно уменьшаются. Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что при циклической упаковке получаем максимальную температуру. Рассмотрена также схема реактора, кассеты которого представляют собой шестигранные кожухи, где в каждом размещены по 91 ТВЭЛу как с шахматной, так и с циклической упаковкой. Во втором разделе «Теплогидравлический расчет кассет ТВЭЛов при нарушении симметрии упаковки стержней» рассмотрена шестигранная топливная кассета с 169 ТВЭЛами и шахматной упаковкой. Проанализировано повышение температуры в случае нарушения симметрии упаковки при сохранении параллельности стержней, а также в случае искривления одного из них. В третьем разделе «R-функции, ТВЭЛ с полизональным ребрением оболочки и теплообмен при движении жидкости» внимание акцентируется на построении уравнений различных поверхностей ребрения ТВЭЛов и исследовании гидродинамических и температурных полей при полизональном ребрении оболочки. При этом, используя аппарат тензорного анализа, осуществлён переход в криволинейную неортогональную (винтовую) систему координат. Отмечено, что математическое моделирование и связанный с ним компьютерный эксперимент незаменимы в тех случаях, когда натурный эксперимент невозможен или затруднен по тем или иным причинам. Кроме того, работа с математической моделью процесса и вычислительный эксперимент дают возможность относительно быстро и без существенных затрат исследовать свойства и поведение процесса в различных ситуациях. Достоверность методов, результатов и выводов подтверждена сравнением со сведениями, приведенными в литературе, результатами анализа численной сходимости решений и вычислением невязки.

Ключевые слова: ядерный реактор, кассета, ТВЭЛ, метод R-функций, тип симметрии упаковки, ребрение оболочки.

Введение

В настоящее время в мире большое внимание уделяется зелёной энергетике, что объясняется стремлением заместить грязную угольную генерацию возобновляемыми источниками энергии. Отметим, что вторым компонентом замещения многие считают атомную энергетику. Учитывая это, Украина на ближайшие семь лет поставила перед собой цель – увеличить атомные мощности на три энергоблока.

В связи с ростом количества атомных станций, а также числа моделей и модификаций ядерных реакторов, особое значение приобретает вопрос о преимуществах тех или иных установок. В то же

Статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Международная.

© К. В. Максименко-Шейко, Т. И. Шейко, Д. А. Лисин, Т. Б. Дудинов, 2022

время перед конструкторами стоит ряд проблем, оптимальных решений которых всё ещё не найдено. На атомных станциях идёт крупнейший оборот финансовых средств, и малейший выигрыш в экономичности приносит огромные прибыли, однако нельзя забывать о надёжности и затратах при строительстве установки. Естественно, данная задача, которая является сложной комплексной, решается на стадии проектирования. Расчет реактора на стадии проектирования предполагает определение основных параметров активной зоны, значений температуры и др. Кроме того, одним из краеугольных камней в обосновании безопасной эксплуатации АЭС выступает теплогидравлический расчет активной зоны реактора. Расчет параметров теплоносителя и температур тепловыделяющих элементов производится на всех стадиях проектирования и обоснования безопасности ядерных энергетических установок.

Как известно, процессы гидродинамики и теплообмена в реакторных топливных сборках, используемых в энергетике, сложны, однако их точное описание необходимо для достижения оптимальных проектных характеристик при номинальных режимах работы и для анализа надёжности при отклонениях от номинальных режимов и при аварийных ситуациях. Так, точный расчет температурных режимов ТВЭЛов быстрых реакторов позволяет уточнить расчетные оценки размеров, распухания и изгиба элементов и т.д., что определяет работоспособность активной зоны реактора и уровень допустимого выгорания топлива. Повышение требований к теплогидравлическому расчету кассет ТВЭЛов, в свою очередь, обусловило необходимость развития новых методов теоретического исследования процессов в пучках стержней. Разработанные в настоящее время методы и программы [1–3] различаются по исходным решаемым уравнениям и методикам их решения, учету различных факторов, соотношениям для исходных констант, а соответственно, по точности расчета и классам решаемых задач. Однако общей чертой для всех методик является замкнутая связь между полями скорости и температуры. Нельзя точно рассчитать теплоперенос, не зная поля скорости. Например, в работе [3] сопряженная задача теплообмена при стержневом течении теплоносителя в решетках ТВЭЛов была сведена к решению для одного трансляционного элемента. При этом автор основывался на симметрии системы. Однако проведенный в работах [4–6] анализ характера распределения скорости и температуры позволяет сделать вывод, что рассмотрение поля скоростей для ячейки, в случае ее удаленности от границы, является целесообразным. Поле же температур при этом будет весьма далеким от действительности, о чем свидетельствуют результаты, полученные для кассеты в целом. В работах [7–9] были заложены основы новых конструктивных средств теории R-функций для аналитического описания геометрических объектов с различными типами симметрии.

Целью работы является:

– применение новых конструктивных средств метода R-функций для математического и компьютерного моделирования упаковок ТВЭЛов с шахматной, коридорной и циклической симметрией, а также исследование конвективного теплообмена в решетках ТВЭЛов и влияния вида упаковки на распределение скорости и температуры;

– использование методов и построение уравнений различных поверхностей оребрения ТВЭЛов, а также изучение гидродинамических и температурных полей при полизональном оребрении оболочки;

– исследование возможностей совместного применения структурной теории R-функций и вариационных методов для решения сопряженных задач конвективного теплообмена.

Работа носит информационно-обобщающий характер с указанием перспективных задач дальнейших исследований. При этом, используя аппарат тензорного анализа, осуществлён переход в криволинейную неортогональную (винтовую) систему координат.

Метод R-функций в математическом моделировании конвективного теплообмена в топливных кассетах с ТВЭЛами

Рассмотрим активную зону реактора, которая собирается из большого числа топливных кассет [4, 5, 10]. Построим уравнение модельной восьмигранной топливной кассеты с 37 ТВЭЛами, упакованными по трем известным схемам: циклической, шахматной и коридорной. В данном случае восьмигранная кассета выбрана из соображений удобства расположения всех видов упаковок ТВЭЛов при одинаковом их количестве, что является необходимым условием оценки влияния вида упаковки на распределение скорости и температуры.

Для построения уравнения восьмигранного кожуха воспользуемся методикой, разработанной в [4, 5, 7, 8]. Рассмотрим уравнение прямой $\sigma \equiv R_y - x \geq 0$ и периодическую функцию

$\mu_v = \frac{8}{\pi n} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[(2k-1)\frac{n\theta}{2}\right]}{(2k-1)^2}$ ($n=8$). В результате получим $\omega_b \equiv R_v - r \cos \mu_v \geq 0$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \arctg \frac{y}{x}$.

Остановимся на построении функции $\omega(x, y) \equiv \omega_b \wedge_0 \overline{\omega_{n_1}} \geq 0$, когда ТВЭЛ транслируется с циклической симметрией n_1 раз вдоль окружности радиуса R_1 , n_2 раз вдоль окружности радиуса R_2 и n_3 раз вдоль окружности радиуса R_3 .

Для построения уравнения границы ТВЭЛа, транслированного с циклической симметрией n_1 раз вдоль окружности радиуса R_1 , воспользуемся функцией $\omega_{o_1} \equiv \frac{1}{2R_{tv}} (R_{tv}^2 - (x - R_1)^2 - y^2)$ и формулой

$\mu_1 = \frac{8}{n_1 \pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[(2k-1)\frac{n_1\theta}{2}\right]}{(2k-1)^2}$. В результате получим $\omega_{n_1} \equiv \frac{1}{2R_{tv}} (R_{tv}^2 - (r \cos \mu_1 - R_1)^2 - (r \sin \mu_1)^2) \geq 0$.

Для построения уравнения границы ТВЭЛа, транслированного с циклической симметрией n_2 раз вдоль окружности радиуса R_2 , воспользуемся функцией $\omega_{o_2} \equiv \frac{1}{2R_{tv}} (R_{tv}^2 - (x - R_2)^2 - y^2)$ и формулой

$\mu_2 = \frac{8}{n_2 \pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[(2k-1)\frac{n_2\theta}{2}\right]}{(2k-1)^2}$. Тогда $\omega_{n_2} \equiv \frac{1}{2R_{tv}} (R_{tv}^2 - (r \cos \mu_2 - R_2)^2 - (r \sin \mu_2)^2) \geq 0$.

Для построения уравнения границы ТВЭЛа, транслированного с циклической симметрией n_3 раз вдоль окружности радиуса R_3 , воспользуемся функцией $\omega_{o_3} \equiv \frac{1}{2R_{tv}} (R_{tv}^2 - (x - R_3)^2 - y^2)$ и формулой

$\mu_3 = \frac{8}{n_3 \pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[(2k-1)\frac{n_3\theta}{2}\right]}{(2k-1)^2}$. В этом случае $\omega_{n_3} \equiv \frac{1}{2R_{tv}} (R_{tv}^2 - (r \cos \mu_3 - R_3)^2 - (r \sin \mu_3)^2) \geq 0$.

Таким образом, уравнение границы кассеты с 36 ТВЭЛами имеет вид $\omega \equiv (\omega_b \wedge_0 \overline{\omega_{n_1}} \vee_0 \overline{\omega_{n_2}} \vee_0 \overline{\omega_{n_3}}) \geq 0$, при $n_1=18, R_1=4,2, n_2=12, R_2=2,8, n_3=6, R_3=1,5, R_{tv}=0,2$ и является семи-параметрическим ($n_1, n_2, n_3, R_1, R_2, R_3, R_{tv}$) семейством кривых (рис. 1, а).

Заметим, что здесь и далее использованы простейшие R-операции $f \wedge_0 g = f + g - \sqrt{f^2 + g^2}$; $f \vee_0 g = f + g + \sqrt{f^2 + g^2}$; $\bar{f} = -f$. При этом построенные по данной методике уравнения $\omega(x, y) \geq 0$ являются бесконечно дифференцируемыми. В данном случае R-операции использовались лишь три раза. При наличии центрального ТВЭЛа получим

$\omega \equiv \omega_b \wedge_0 \overline{\omega_{n_1}} \vee_0 \overline{\omega_{n_2}} \vee_0 \overline{\omega_{n_3}} \vee_0 \frac{1}{2R_{tv}} (R_{tv}^2 - x^2 - y^2) \geq 0$, и общее количество ТВЭЛов становится равным 37 (рис. 1, а).

Для построения треугольной (шахматной) упаковки ТВЭЛов зададим $f_1 = R_{tv}^2 - \mu_x^2 - \mu_y^2 \geq 0$,

где $\mu_x = \frac{4h_x}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[(2k-1)\frac{\pi x}{h_x}\right]}{(2k-1)^2}$, $\mu_y = \frac{4h_y}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[(2k-1)\frac{\pi y}{h_y}\right]}{(2k-1)^2}$, и $f_2 = R_{tv}^2 - \mu_{x1}^2 - \mu_{y1}^2 \geq 0$,

где $\mu_{x1} = \frac{4h_x}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[\frac{(2k-1)\pi(x - h_x/2)}{h_x}\right]}{(2k-1)^2}$, $\mu_{y1} = \frac{4h_y}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[\frac{(2k-1)\pi(y - h_y/2)}{h_y}\right]}{(2k-1)^2}$.

Тогда уравнение топливной кассеты имеет вид $\omega \equiv \omega_b \wedge_0 \overline{\omega}_v \geq 0, \omega_v \equiv (f_1 \vee_0 f_2) \geq 0$. Построение функции $\omega(x, y)$ выполнено при следующих значениях буквенных параметров: $R_v=0,2, h_x=2,75, h_y=1,52$ (рис. 1, б). Следует отметить, что R-операции при построении уравнения кассеты по новой методике использовались лишь два раза.

Для построения прямоугольной (коридорной) упаковки ТВЭЛов зададим

$$f_1 = R_v^2 - \mu_x^2 - \mu_y^2 \geq 0, \text{ где } \mu_x = \frac{4h_x}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[(2k-1)\frac{\pi x}{h_x}\right]}{(2k-1)^2}, \mu_y = \frac{4h_y}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[(2k-1)\frac{\pi y}{h_y}\right]}{(2k-1)^2}.$$

В этом случае уравнение топливной кассеты имеет вид $\omega \equiv \omega_b \wedge_0 \overline{\omega}_v \geq 0, \omega_v \equiv f_1 \geq 0$. Построение функции $\omega(x, y)$ выполнено при следующих значениях буквенных параметров: $R_v=0,2, h_x=h_y=1,5$ (рис. 1, в).

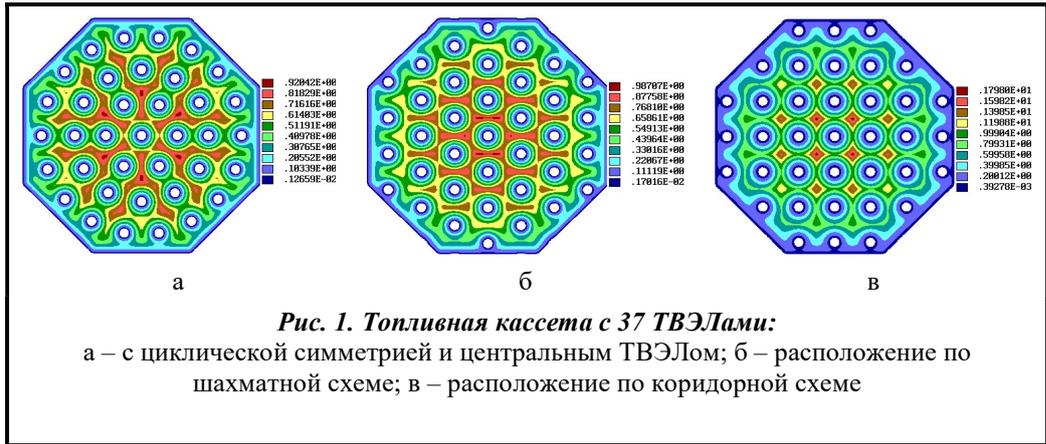


Рис. 1. Топливная кассета с 37 ТВЭЛами:
 а – с циклической симметрией и центральным ТВЭЛом; б – расположение по шахматной схеме; в – расположение по коридорной схеме

Основная система уравнений, описывающая процесс теплообмена в потоке вязкой жидкости, при постоянных физических свойствах жидкости и температуры имеет вид

$$\begin{cases} \frac{DT}{D\tau} = a\Delta T + \frac{q_V}{\rho c_p} + \frac{\mu\Phi}{\rho c_p} \\ \frac{D\vec{V}}{D\tau} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\Delta\vec{V} \\ \text{div}\vec{V} = 0 \end{cases}, \quad (1)$$

где $\frac{D}{D\tau} = \frac{\partial}{\partial\tau} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})$ – субстанциальная (или полная) производная, $\mu\Phi$ – диссипативная функция, $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ – коэффициент температуропроводности, c_p – теплоемкость среды, q_V – мощность внутренних источников тепла.

В случае стационарных процессов температура тела не зависит от времени, и уравнение теплопроводности при продольном обтекании ТВЭЛов принимает вид $V_z \frac{\partial T}{\partial z} = a\Delta T + \frac{q_V}{\rho c_p}$, а математическая модель поля скоростей при ламинарном течении имеет вид $\Delta V_z = -\frac{\nabla P}{\mu l} = -C$, где ∇P – постоянное вдоль трубы падение давления на произвольно выбранном участке длины l .

В области тепловой стабилизации, когда $\frac{\partial T}{\partial z} = \text{const}$, получим $-\text{div}(\lambda\nabla T) = q_V - V_z C_1$. Таким образом, математическая модель теплообмена при ламинарном движении жидкости по кассете с

ТВЭЛами сводится к системе уравнений $\begin{cases} \Delta V_z = -C & \text{в } \Omega_b \cap \overline{\Omega_{iv}} \\ -\operatorname{div}(\lambda_i \nabla T_i) = F_i & \text{в } \Omega_b \end{cases}$, где $\begin{cases} F_1 = -V_z & \text{в } \Omega_b \cap \overline{\Omega_{iv}} \\ F_2 = q_V & \text{в } \Omega_{iv} \end{cases}$, с граничными условиями вида

$$V_z|_{\partial\Omega_b \cap \overline{\Omega_{iv}}} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} + hT|_{\Omega_b} = 0, \quad T_1|_{\partial\Omega_{iv}} = T_2|_{\partial\Omega_{iv}}, \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n_1}|_{\partial\Omega_{iv}} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n_2}|_{\partial\Omega_{iv}} \quad (2)$$

Зная уравнения кассеты и ТВЭЛов, мы можем постановку задачи (2) переписать в виде $\begin{cases} \Delta V_z = -C \\ -\operatorname{div}(\lambda \nabla T) = F \end{cases}$, с граничными условиями $V_z|_{\partial\Omega_b \cap \overline{\Omega_{iv}}} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} + hT|_{\Omega_b} = 0, \quad T_1|_{\partial\Omega_{iv}} = T_2|_{\partial\Omega_{iv}}, \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n_1}|_{\partial\Omega_{iv}} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n_2}|_{\partial\Omega_{iv}}$, где $\lambda = \lambda_1 \frac{1 - \operatorname{sign}\omega_{iv}}{2} + \lambda_2 \frac{1 + \operatorname{sign}\omega_{iv}}{2}$, $F = -V_z \frac{1 - \operatorname{sign}\omega_{iv}}{2} + q_V \frac{1 + \operatorname{sign}\omega_{iv}}{2}$.

Для решения использовался метод R-функций в сочетании с вариационным методом Ритца. Структура решения задачи о ламинарном течении при продольном обтекании ТВЭЛов жидкости имеет вид $V_z = \omega p_1$, где $\omega(x, y) \equiv \omega_b \wedge_0 \omega_{iv} \geq 0$ – уравнение границы поперечного сечения кассеты, а неопределенную компоненту $p_1 = \sum_{i=1}^N c_{ik} \Phi_{ik}(x, y)$ будем вычислять, минимизируя функционал

$$I = \int_{\Omega} ((\nabla V_z)^2 - 2CV_z) d\Omega. \text{ Заметим, что решение } V_z \text{ получаем в аналитическом виде и используем без}$$

какой-либо дальнейшей обработки (аппроксимации, интерполяции). Поэтому полученное распределение скорости мы затем подставляем в правую часть уравнения теплопроводности. Структура решения задачи определения температурного поля использовалась как точно удовлетворяющая граничным условиям на $\partial\Omega_b$ $u = p_2 + \omega_b(-D_1 p_2 + hp_2)$, так и в виде $T = p_2$, где, как и ранее, $p_2 = \sum_{i=1}^N d_{ik} \Phi_{ik}(x, y)$.

Здесь следует отметить, что граничные условия $\frac{\partial T}{\partial n} + hT|_{\Omega_b} = 0$ и $\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n_1}|_{\partial\Omega_{iv}} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n_2}|_{\partial\Omega_{iv}}$ являются естественными и следуют из функционала Ритца $I = \int_{\Omega} (\lambda(\nabla T)^2 - 2FT) d\Omega + \int_{\partial\Omega_b} hT^2 d\partial\Omega_b$.

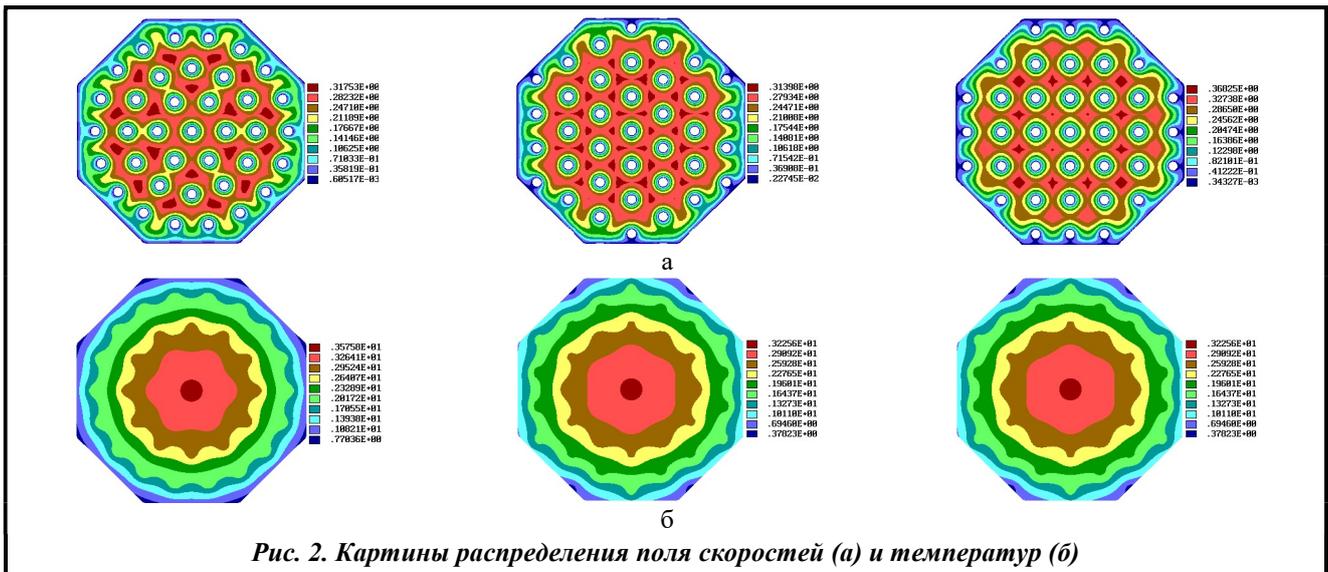


Рис. 2. Картины распределения поля скоростей (а) и температур (б)

В качестве аппроксимационных средств $\varphi_{ik}(x, y)$ использовались кубические сплайны Шенберга при $N=6400, 10000$. Вычислительные эксперименты проводились в условиях эксплуатации системы ПОЛЕ, разработанной в отделе прикладной математики и вычислительных методов ИПМаш НАН Украины. На рис. 2–3 приведены результаты исследований для различных упаковок ТВЭЛов. Каждая упаковка содержит 37 стержней при всех прочих равных условиях $\lambda_1=1, \lambda_2=10, h=1, q_1=10$. Меняя значения буквенных параметров, можно получать различные распределения исследуемых полей.

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что при цилиндрической упаковке максимальная температура на 9,8% больше, чем при шахматной, и на 18,6% больше, чем при коридорной упаковке.

В реальных конструкциях на месте центрального ТВЭЛа расположено крепление в виде стержня. Тогда $\omega_b = (R_v - r \cos \mu_v) \wedge_0 (x^2 + y^2 - R_s^2) \geq 0, (R_s = R_v + 0.05)$, а все вычисления выполняются как и ранее. Результаты показаны на рис. 4–5.

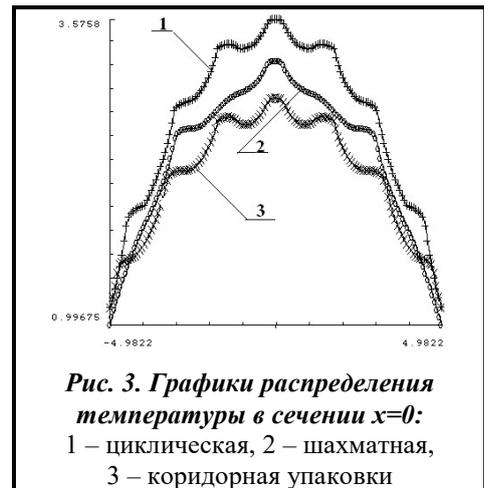


Рис. 3. Графики распределения температуры в сечении $x=0$: 1 – циклическая, 2 – шахматная, 3 – коридорная упаковки

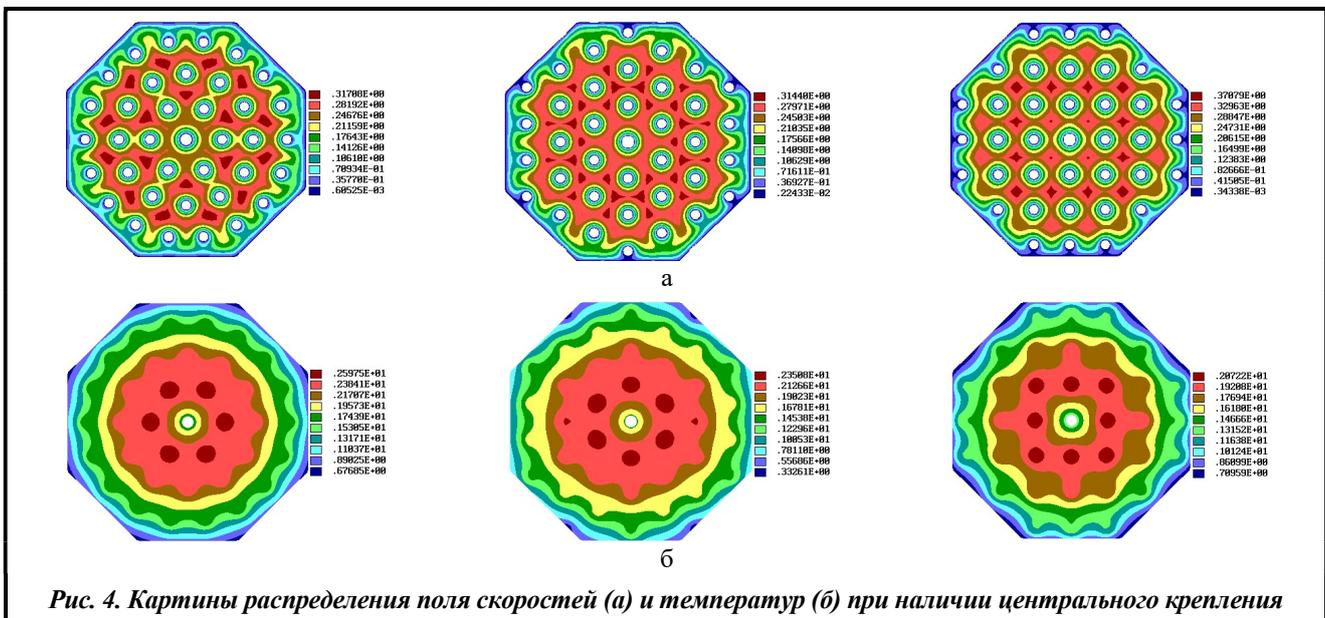


Рис. 4. Картины распределения поля скоростей (а) и температур (б) при наличии центрального крепления

В этом случае при циклической упаковке максимальная температура на 9% больше, чем при шахматной, и на 20% больше, чем при коридорной упаковке. Если сравнить результаты решения с центральным ТВЭЛом и центральным стержневым креплением, то при циклической упаковке максимальная температура падает на 27%, при шахматной – на 27%, при коридорной – на 29%.

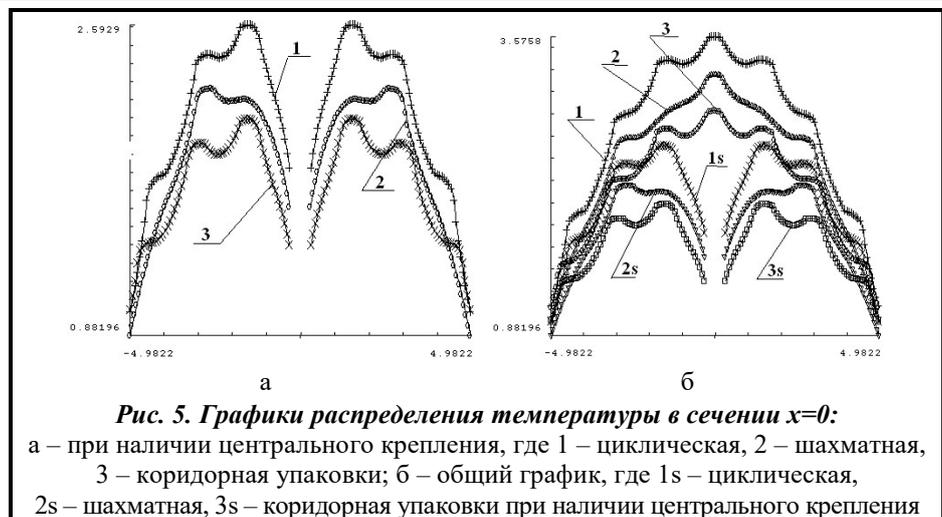


Рис. 5. Графики распределения температуры в сечении $x=0$: а – при наличии центрального крепления, где 1 – циклическая, 2 – шахматная, 3 – коридорная упаковки; б – общий график, где 1s – циклическая, 2s – шахматная, 3s – коридорная упаковки при наличии центрального крепления

В аналогичной постановке и по той же методике рассмотрим типовую конструктивную схему реактора, кассеты которого представляют собой шестигранные кожухи, где в каждой размещены по 91 ТВЭЛу как с раздвинутой треугольной упаковкой, которую иногда называют шахматной, так и при трансляции с циклической симметрией.

На рис. 6, а изображена картина линий уровня функции $\omega(x, y)$ с 91 ТВЭЛом, расположенным по шахматной схеме. На рис. 6, б приведена картина линий уровня функции $\omega(x, y)$ с 91 ТВЭЛом при трансляции с циклической симметрией.

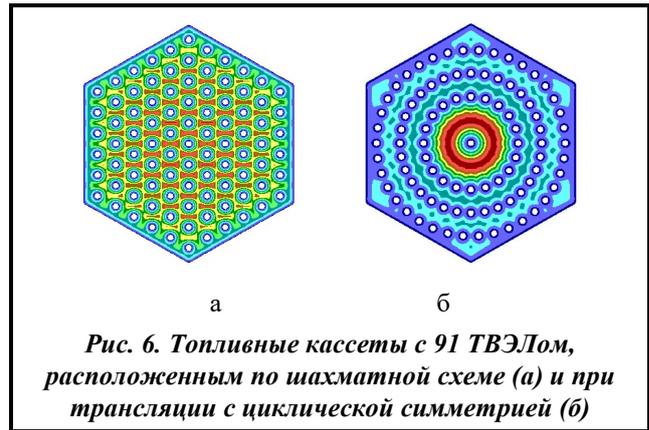


Рис. 6. Топливные кассеты с 91 ТВЭЛом, расположенным по шахматной схеме (а) и при трансляции с циклической симметрией (б)

Вычислительные эксперименты, как и в предыдущей задаче, проводились в условиях эксплуатации системы ПОЛЕ. В качестве аппроксимационных средств $\varphi_{ik}(x, y)$ использовались кубические сплайны Шенберга при размерности аппроксимационного пространства $N=10000-40000$. Ниже (рис. 7–8) приведены результаты исследований для различных упаковок ТВЭЛов.

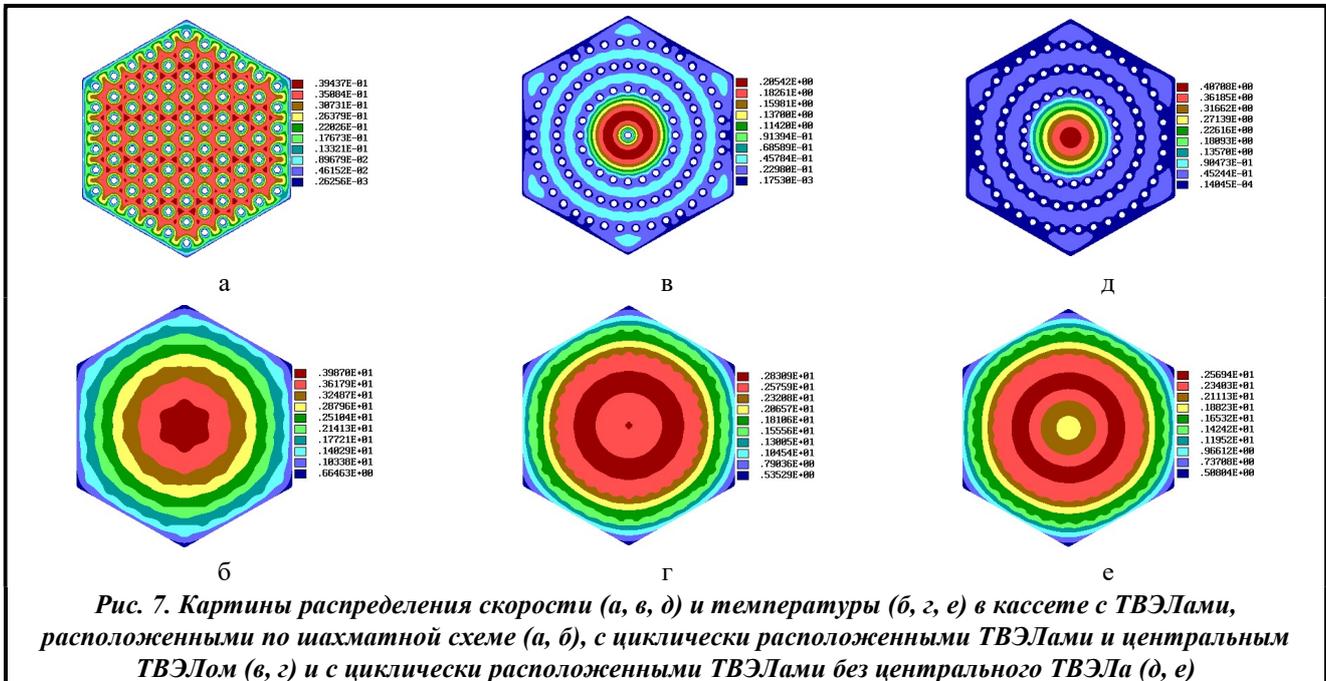


Рис. 7. Картины распределения скорости (а, в, д) и температуры (б, г, е) в кассете с ТВЭЛами, расположенными по шахматной схеме (а, б), с циклически расположенными ТВЭЛами и центральным ТВЭЛом (в, г) и с циклически расположенными ТВЭЛами без центрального ТВЭЛа (д, е)

Анализируя результаты, можно сделать вывод, что наличие стержней в центральной зоне приводит к более высокой температуре. Поэтому, меняя конструктивный характер упаковки и типы симметрии, можно регулировать характер течения и распределение температуры по кассете, добиваясь необходимого значения, обусловленного техническим заданием.

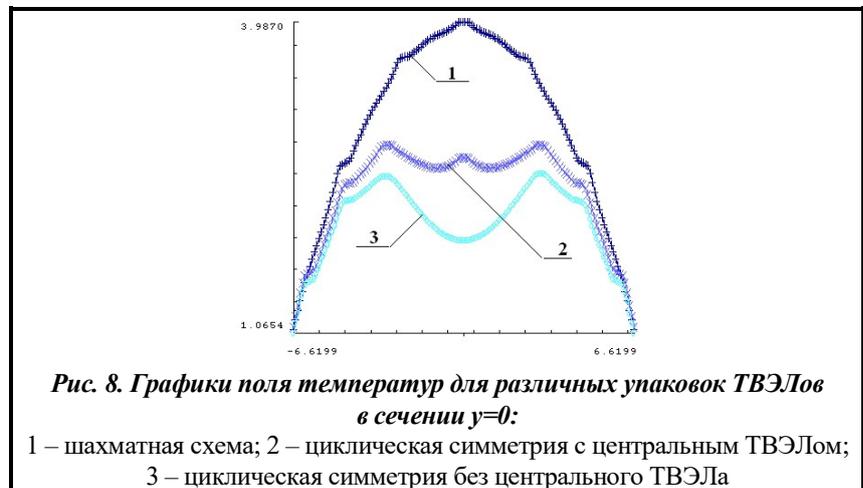


Рис. 8. Графики поля температур для различных упаковок ТВЭЛов в сечении $y=0$:

1 – шахматная схема; 2 – циклическая симметрия с центральным ТВЭЛом; 3 – циклическая симметрия без центрального ТВЭЛа

Теплогидравлический расчет кассет ТВЭЛов при нарушении симметрии упаковки стержней

Рассмотрим типовую конструктивную схему реактора, активная зона которого собирается из большого числа топливных кассет [2, 4]. Кассеты представляют собой шестигранные кожухи, в которых размещены тепловыделяющие элементы. Для построения уравнения шестигранной топливной кассеты с 169 ТВЭЛами и раздвинутой треугольной (шахматной) упаковкой воспользуемся методикой из предыдущего параграфа.

В результате получаем

$$\omega_b \equiv R_v - r \cos \mu_v \geq 0,$$

где $\mu_v = \frac{4}{3\pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)3\theta]}{(2k-1)^2}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \arctg \frac{y}{x}$.

$$\omega_{rv} \equiv (f_1 \vee_0 f_2) \geq 0,$$

где $f_1 = R^2 - \mu_x^2 - \mu_y^2 \geq 0$, $f_2 = R^2 - \mu_{x1}^2 - \mu_{y1}^2 \geq 0$,

$$\mu_x = \frac{4h_x}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[\frac{(2k-1)\pi x}{h_x}\right]}{(2k-1)^2}, \mu_y = \frac{4h_y}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[\frac{(2k-1)\pi y}{h_y}\right]}{(2k-1)^2},$$

$$\mu_{x1} = \frac{4h_x}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[\frac{(2k-1)\pi(x-h_x/2)}{h_x}\right]}{(2k-1)^2}, \mu_{y1} = \frac{4h_y}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin\left[\frac{(2k-1)\pi(y-h_y/2)}{h_y}\right]}{(2k-1)^2}.$$

Тогда уравнение топливной кассеты имеет вид: $\omega \equiv \omega_b \wedge_0 \overline{\omega_{rv}} \geq 0$. Построение функции $\omega(x, y)$ выполнено при следующих значениях буквенных параметров: $R=1,542$, $h_x=11,9248$, $h_y=6,939$, $n_0=6$, $r_k=46$.

Построение смещенных ТВЭЛов выполнялось следующим образом [11]. Для смещения в центральной зоне

$$f_s = \frac{R^2 - \left(x - \frac{h_x}{3}\right)^2 - y^2}{2R} \geq 0; f_p = \frac{(R + \delta)^2 - (x - h_x)^2 - y^2}{2R} \geq 0; \omega_{rv} \equiv ((f_1 \vee_0 f_2) \wedge_0 \overline{f_p}) \vee_0 f_s \geq 0.$$

Для смещения в дальней зоне

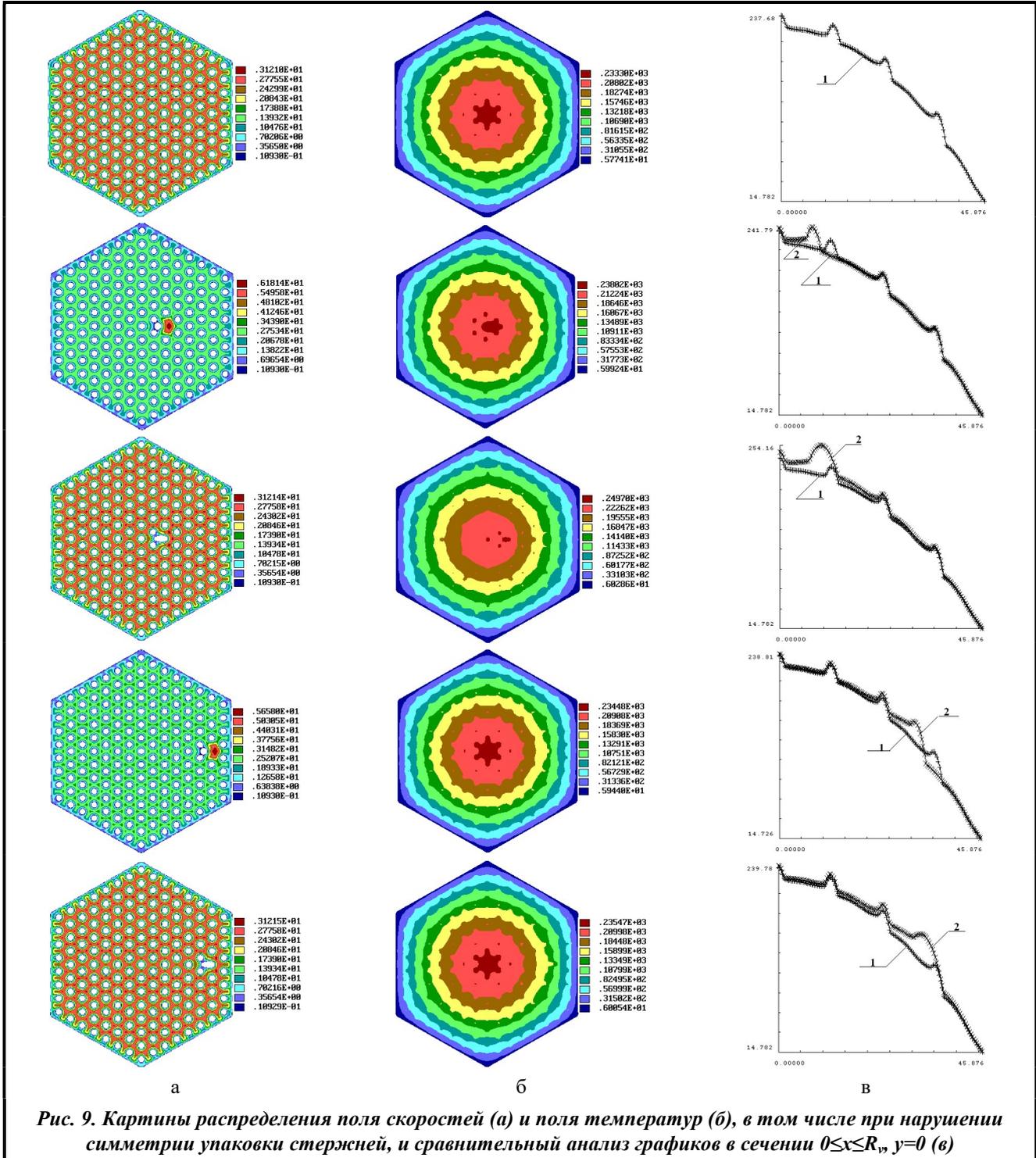
$$f_{sd} = \frac{R^2 - \left(x - \left(3h_x - \frac{h_x}{3}\right)\right)^2 - y^2}{2R} \geq 0; f_{pd} = \frac{(R + \delta)^2 - (x - 3h_x)^2 - y^2}{2R} \geq 0;$$

$$\omega_{rv} \equiv ((f_1 \vee_0 f_2) \wedge_0 \overline{f_{pd}}) \vee_0 f_{sd} \geq 0.$$

Постановка задачи и метод решения аналогичен предыдущим. На рис. 9 приведены результаты исследований для симметричной упаковки, упаковки с нарушением симметрии прямолинейного и искривленного ТВЭЛа в центральной зоне и на периферии. Каждая упаковка содержит 169 стержней. Из анализа полученных результатов следует, что в случае нарушения симметрии упаковки при сохранении параллельности стержней локальная температура повышается на 2%. В случае искривления стержня локальная температура повышается на 7%.

В данном случае рассмотрен лишь один стержень, нарушающий симметрию упаковки. При наличии нескольких «нестандартных» стержней тем более существенным является расчет температурного поля для кассеты в целом. Математическое моделирование и связанный с ним компьютерный эксперимент незаменимы в тех случаях, когда натурный эксперимент невозможен или затруднен по тем или иным причинам. Кроме того, работа с математической моделью процесса и вычислительный эксперимент дают возможность безболезненно, относительно быстро и без существенных затрат исследовать свойства и поведение процесса в различных ситуациях. В то же время вычислительные эксперименты с

моделями объектов позволяют подробно и глубоко их изучать, опираясь на современные численные методы. Достоверность аналитической идентификации каскет подтверждена их визуализацией. Достоверность методов расчета, результатов и выводов подтверждена анализом численной сходимости решений и вычислением невязки.



R-функции, ТВЭЛ с полизональным оребрением оболочки и теплообмен при движении жидкости

Для увеличения эффективного коэффициента теплопередачи в технике широко используется оребрение теплопередающих поверхностей. Форма оребрения весьма разнообразна. Применяют продольные, поперечные, спиральные ребра, ребра в виде шипов и т.д. Подробные сведения о различных способах оребрения и технологии изготовления ребристых поверхностей можно найти в работах [10, 12]. Оребрение не только увеличивает поверхность теплообмена, но и оказывает большое влияние на гидродинамику потока, а тем самым и на коэффициент теплоотдачи. В ходе экспериментов с различными методами оребрения оболочек ТВЭЛов были разработаны более выгодные формы оребрения, так называемые полизональное и шевронное. При последнем, например, вся поверхность оболочки делится на четыре, шесть или восемь секторов, а на соседних секторах спирали расположены симметрично относительно продольной оси.

Рассмотрим задачу теплообмена при ламинарном течении жидкости для ТВЭЛа с полизональным оребрением оболочки. Построим математическую модель такой оболочки ТВЭЛа (рис. 10) [12–14].

$$\omega = \left(1 - \frac{(sx-2)^2}{0,56^2} - \frac{sy^2}{0,2^2} \vee_0 4 - x^2 - y^2 \right) \wedge_0 7,5^2 - z^2 \geq 0; \begin{cases} sx = rs \cos \mu s; \\ sy = rs \sin \mu s; \end{cases}$$

$$\mu s = \frac{8}{\pi n o 1} \sum_k (-1)^{k-1} \frac{\sin(2k-1) \frac{\theta s n o 1}{2}}{(2k-1)^2}; rs = \sqrt{xs^2 + ys^2}; \theta s = \arctg \frac{ys}{xs};$$

$$\begin{cases} xs = x \cos \frac{f i}{n} + y \sin \frac{f i}{n}; \\ ys = y \cos \frac{f i}{n} - x \sin \frac{f i}{n}; \end{cases} f i = \frac{2\pi z}{10}; n = 3.$$



Рис. 10. ТВЭЛ с полизональным оребрением оболочки

Основная система уравнений, описывающая процесс теплообмена в потоке вязкой жидкости, при постоянных физических свойствах жидкости и температуры имеет вид (1).

Инвариантная форма записи уравнений (1) позволяет, используя аппарат тензорного анализа, переходить в новую систему координат, в нашем случае в криволинейную неортогональную систему

$$\begin{cases} x = \hat{x} \cos \alpha z - \hat{y} \sin \alpha z \\ y = \hat{x} \sin \alpha z + \hat{y} \cos \alpha z \\ z = z \end{cases}$$

В винтовой системе координат получим (1) в виде [8]

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + (\vec{V} \nabla) T = a \Delta T + \frac{q_V}{\rho c_p} + \frac{\mu \Phi}{\rho c_p};$$

$$\frac{\partial V^1}{\partial \tau} + (\vec{V} \nabla) V^1 - 2\alpha V^2 \frac{V^3}{\sqrt{f}} - \alpha^2 \hat{x} \frac{V^{3^2}}{f} = \frac{1}{\rho} \left(-(1 + \alpha^2 \hat{y}^2) \frac{\partial p}{\partial \hat{x}} + \alpha^2 \hat{x} \hat{y} \frac{\partial p}{\partial \hat{y}} - \alpha \hat{y} \frac{\partial p}{\partial z} \right) +$$

$$+ v \left[\Delta V^1 - 2\alpha^2 \left(\hat{y} \frac{\partial V^2}{\partial \hat{x}} - \hat{x} \frac{\partial V^2}{\partial \hat{y}} \right) - 2\alpha \left(\frac{1}{\sqrt{f}} \frac{\partial V^3}{\partial \hat{y}} + \frac{\partial V^2}{\partial z} \right) - \alpha^2 V^1 + 2 \frac{\alpha^3 \hat{y} V^3}{f^{3/2}} \right];$$

$$\frac{\partial V^2}{\partial \tau} + (\vec{V} \nabla) V^2 + 2\alpha V^1 \frac{V^3}{\sqrt{f}} - \alpha^2 \hat{y} \frac{V^{3^2}}{f} = \frac{1}{\rho} \left(\alpha^2 \hat{x} \hat{y} \frac{\partial p}{\partial \hat{x}} - (1 + \alpha^2 \hat{x}^2) \frac{\partial p}{\partial \hat{y}} + \alpha \hat{x} \frac{\partial p}{\partial z} \right) +$$

$$+ v \left[\Delta V^2 + 2\alpha^2 \left(\hat{y} \frac{\partial V^1}{\partial \hat{x}} - \hat{x} \frac{\partial V^1}{\partial \hat{y}} \right) + 2\alpha \left(\frac{1}{\sqrt{f}} \frac{\partial V^3}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial V^1}{\partial z} \right) - \alpha^2 V^2 - 2 \frac{\alpha^3 \hat{x} V^3}{f^{3/2}} \right];$$

$$\frac{\partial V^3}{\partial \tau} + (\bar{V}\nabla)V^3 - \frac{\alpha^2 V^3}{f}(\hat{x}V^1 + \hat{y}V^2) = \frac{\sqrt{f}}{\rho} \left(-\alpha\hat{y} \frac{\partial p}{\partial \hat{x}} + \alpha\hat{x} \frac{\partial p}{\partial \hat{y}} - \frac{\partial p}{\partial z} \right) +$$

$$+ \nu \left[\Delta V^3 - \frac{2\alpha^2}{f} \left(\hat{x} \frac{\partial V^3}{\partial \hat{x}} + \hat{y} \frac{\partial V^3}{\partial \hat{y}} \right) - \frac{\alpha^2 (2 - \alpha^2 \hat{x}^2 - \alpha^2 \hat{y}^2)}{f^2} V^3 \right];$$

$$\frac{\partial V^1}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial V^2}{\partial \hat{y}} + \frac{1}{\sqrt{f}} \frac{\partial V^3}{\partial z} = 0,$$

где $f = 1 + \alpha^2 \hat{x}^2 + \alpha^2 \hat{y}^2$, $(\bar{V}\nabla) = V^1 \frac{\partial}{\partial \hat{x}} + V^2 \frac{\partial}{\partial \hat{y}} + \frac{V^3}{\sqrt{f}} \frac{\partial}{\partial z}$,

$$\Delta = (1 + \alpha^2 \hat{y}^2) \frac{\partial^2}{\partial \hat{x}^2} + (1 + \alpha^2 \hat{x}^2) \frac{\partial^2}{\partial \hat{y}^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - 2\alpha^2 \hat{x}\hat{y} \frac{\partial^2}{\partial \hat{x}\partial \hat{y}} + 2\alpha\hat{y} \frac{\partial^2}{\partial \hat{x}\partial z} - 2\alpha\hat{x} \frac{\partial^2}{\partial \hat{y}\partial z} - \alpha^2 \left(\hat{x} \frac{\partial}{\partial \hat{x}} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial \hat{y}} \right).$$

Граничное условие для скорости формулируется как условие прилипания частиц жидкости к твердой стенке: $\vec{V}|_{\partial\Omega} = 0$, а для поля температуры на стенке могут быть заданы различным образом:

$$T|_{\partial\Omega_i} = T_i; \quad \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\partial\Omega} = -\frac{q}{\lambda}; \quad \left. \left(\frac{\partial T}{\partial n} + hT \right) \right|_{\partial\Omega} = q_c; \quad \begin{cases} T|_{\partial\Omega+0} = T|_{\partial\Omega-0}; \\ \lambda_{жс} \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\partial\Omega+0} = \lambda_{см} \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\partial\Omega-0}. \end{cases}$$

В криволинейной неортогональной системе координат входящие в граничные условия производные по нормали с учетом нормализованности функции $\omega_1(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ имеют вид

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\partial\Omega} = (1 + \alpha^2 \hat{x}_2^2) \frac{\partial u}{\partial \hat{x}_1} \frac{\partial \omega_1}{\partial \hat{x}_1} + (1 + \alpha^2 \hat{x}_1^2) \frac{\partial u}{\partial \hat{x}_2} \frac{\partial \omega_1}{\partial \hat{x}_2} - \alpha^2 \hat{x}_1 \hat{x}_2 \left(\frac{\partial u}{\partial \hat{x}_1} \frac{\partial \omega_1}{\partial \hat{x}_2} + \frac{\partial u}{\partial \hat{x}_2} \frac{\partial \omega_1}{\partial \hat{x}_1} \right) \Big|_{\partial\Omega}, \quad (3)$$

а полученные в работе [8] уравнения приобретают следующий вид

$$(1 + \alpha^2 \hat{y}^2) \frac{\partial^2 V^3}{\partial \hat{x}^2} + (1 + \alpha^2 \hat{x}^2) \frac{\partial^2 V^3}{\partial \hat{y}^2} - 2\alpha^2 \hat{x}\hat{y} \frac{\partial^2 V^3}{\partial \hat{x}\partial \hat{y}} - \alpha^2 \left(\hat{x} \frac{\partial V^3}{\partial \hat{x}} + \hat{y} \frac{\partial V^3}{\partial \hat{y}} \right) - \frac{\alpha^2 (2 + \alpha^2 \hat{x}^2 + \alpha^2 \hat{y}^2)}{f^2} V^3 = -\frac{1}{\mu\sqrt{f}} \frac{\partial p}{\partial z}; \quad (4)$$

$$- \left[(1 + \alpha^2 \hat{y}^2) \frac{\partial^2 T}{\partial \hat{x}^2} + (1 + \alpha^2 \hat{x}^2) \frac{\partial^2 T}{\partial \hat{y}^2} - 2\alpha^2 \hat{x}\hat{y} \frac{\partial^2 T}{\partial \hat{x}\partial \hat{y}} - \alpha^2 \left(\hat{x} \frac{\partial T}{\partial \hat{x}} + \hat{y} \frac{\partial T}{\partial \hat{y}} \right) \right] = -\frac{V^3}{a\sqrt{f}} C. \quad (5)$$

Таким образом, от трехмерных краевых задач приходим к двумерным, для решения которых может быть применен метод Ритца в сочетании с методом R-функций [7, 8]. Положительная определенность операторов задач (5), доказана в [8].

Минимизируем функционалы, эквивалентные краевым задачам (4) и (5),

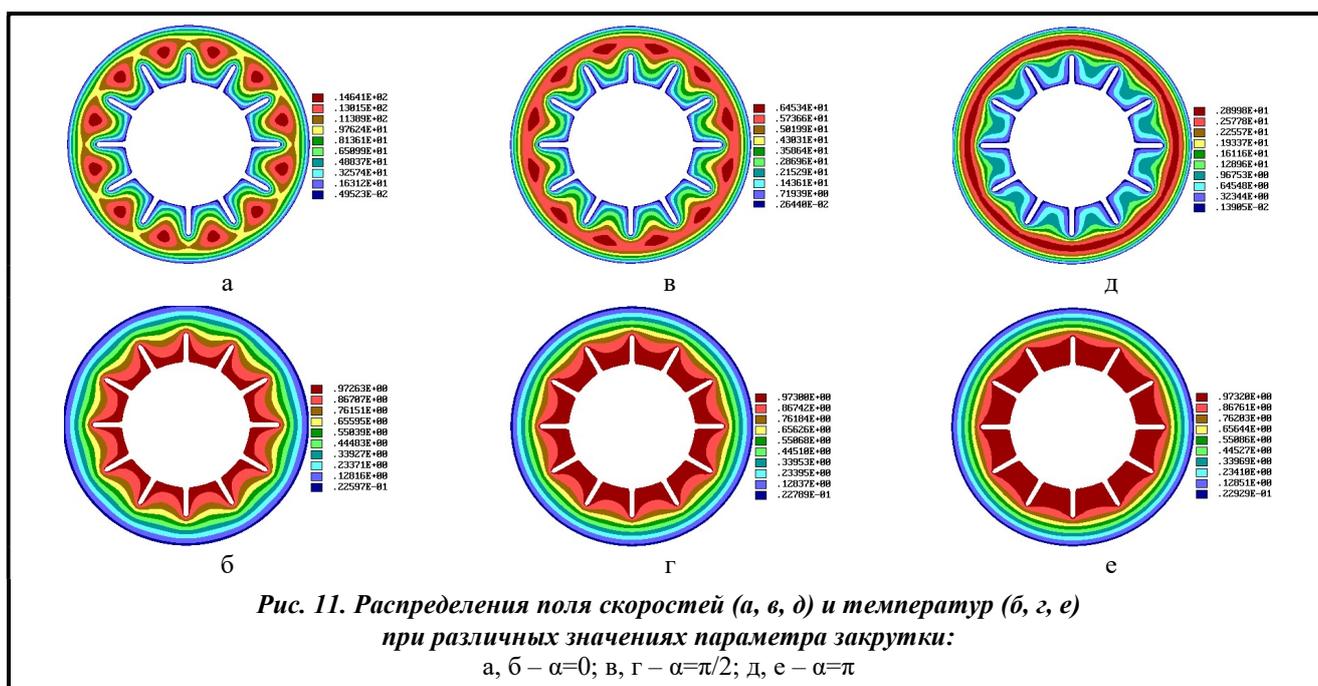
$$I_1 = \int_{\Omega} \left[(1 + \alpha^2 \hat{y}^2) \left(\frac{\partial V}{\partial \hat{x}} \right)^2 + (1 + \alpha^2 \hat{x}^2) \left(\frac{\partial V}{\partial \hat{y}} \right)^2 - 2\alpha^2 \hat{x}\hat{y} \frac{\partial V}{\partial \hat{x}} \frac{\partial V}{\partial \hat{y}} + KV^2 - 2FV \right] d\hat{x}d\hat{y},$$

где $K = \frac{\alpha^2 (2 + \alpha^2 \hat{x}^2 + \alpha^2 \hat{y}^2)}{f^2}$; $F = -\frac{1}{\mu\sqrt{f}} \frac{\partial p}{\partial z}$; $f = \sqrt{1 + \alpha^2 \hat{x}^2 + \alpha^2 \hat{y}^2}$;

$$I_2 = \int_{\Omega} \left[(1 + \alpha^2 \hat{y}^2) \left(\frac{\partial T1}{\partial \hat{x}} \right)^2 + (1 + \alpha^2 \hat{x}^2) \left(\frac{\partial T1}{\partial \hat{y}} \right)^2 - 2\alpha^2 \hat{x}\hat{y} \frac{\partial T1}{\partial \hat{x}} \frac{\partial T1}{\partial \hat{y}} - 2GT1 \right] d\hat{x}d\hat{y} +$$

$$+ 2 \int_{\Omega} \left[(1 + \alpha^2 \hat{y}^2) \frac{\partial T1}{\partial \hat{x}} \frac{\partial T0}{\partial \hat{x}} + (1 + \alpha^2 \hat{x}^2) \frac{\partial T1}{\partial \hat{y}} \frac{\partial T0}{\partial \hat{y}} - \alpha^2 \hat{x}\hat{y} \left(\frac{\partial T0}{\partial \hat{x}} \frac{\partial T1}{\partial \hat{y}} + \frac{\partial T1}{\partial \hat{x}} \frac{\partial T0}{\partial \hat{y}} \right) \right] d\hat{x}d\hat{y},$$

где $G = -\frac{V^3}{a\sqrt{f}}C$. На внешней стенке ($f_1 = (R^2 - x^2 - y^2)/2R = 0$) $T|_{\alpha_1} = 0$, на внутренней – ($\omega = 0$) $T|_{\alpha_2} = 1$. Структура решения задачи (4) имеет вид $V^3 = \omega_1\Phi_1$, а задачи (5) – $T = T0 + T1$; $T0 = \frac{f_1}{f_1 + \omega_2}$; $T1 = \omega_1\Phi_2$, где $\omega_1 = f_1 \wedge \omega_2$. При различных значениях параметра закрутки α , получаем результаты, приведенные на рис. 11.



Результаты, представленные на рис. 11, свидетельствуют о том, что с увеличением значения параметра закрутки α увеличивается прогревание в межреберной зоне.

Проведенные исследования дают возможность в перспективе эффективно продолжить работы, связанные с математическим и компьютерным моделированием конвективного теплообмена в топливных кассетах ТВЭЛов при различной форме и упаковке стержней, как, например, в следующих задачах.

В настоящее время в различных странах реализованы концептуальные проекты водоохлаждаемого реактора со сверхкритическими параметрами (SCWR). При этом применяются как квадратная, так и гексагональная решетки ТВЭЛов с полостями, заполненными замедлителем, например, водой или твердым замедлителем. С помощью R-функций уже удалось разработать методику и построить уравнение пучка ТВЭЛов с гексагональной решёткой (рис. 12) [15].

Кроме того, отмечено, что в технике широко используется оребрение теплопередающих поверхностей. Удалось построить ряд математических моделей многозонных тепловыделяющих элементов с продольным оребрением и винтообразными пластинами (рис. 13) [15].

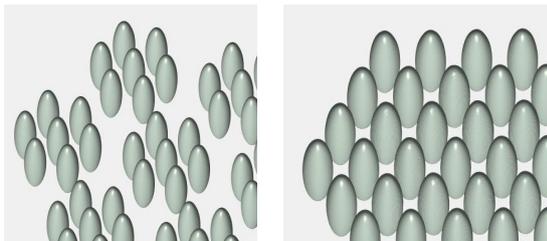


Рис. 12. ТВЭЛы с гексагональной решеткой

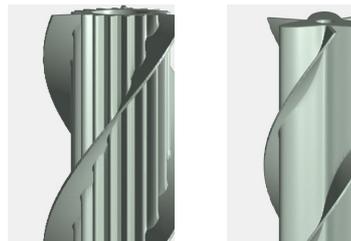


Рис. 13. ТВЭЛы с продольным оребрением и винтообразными пластинами

Полученные математические модели могут быть использованы конструкторами в исследовательской работе при вычислительных экспериментах.

Выводы

Установлено, что метод R-функций является эффективным методом решения задач расчета физических полей в элементах конструкций ядерных энергетических установок сложной формы. Разработанные конструктивные средства построения уравнений границ областей с трансляционным и циклическим типами симметрии позволили существенно уменьшить количество операций с последующей автоматизацией этого процесса, а, следовательно, уменьшить и время решения задач. Проведенные исследования позволяют конструкторам выбирать те или иные виды упаковок в зависимости от технических требований. В работе рассмотрен лишь один стержень, нарушающий симметрию упаковки. При наличии нескольких «нестандартных» стержней тем более существенным является расчет температурного поля для кассеты в целом. Применение теории R-функций к математическому и компьютерному моделированию теплообмена при течении жидкости для ТВЭЛа с полигональным обребрением оболочки и аналитическая запись проектируемых объектов дает возможность использовать буквенные геометрические параметры, сложные суперпозиции функций, что, в свою очередь, позволяет оперативно изменять их конструктивные элементы. Уменьшение шага винтовой спирали приводит к возрастанию сопротивления, опережающему рост теплоотдачи. Отмечено, что увеличение толщины ребер повышает их эффективность. В дальнейшем представляет интерес исследование влияния толщины ребра и длины канала на теплоотдачу и гидродинамическое сопротивление. Математическое моделирование и связанный с ним компьютерный эксперимент незаменимы в тех случаях, когда натуральный эксперимент невозможен или затруднен по тем или иным причинам. Кроме того, работа с математической моделью процесса и вычислительный эксперимент дают возможность безболезненно, относительно быстро и без существенных затрат исследовать свойства и поведение процесса в различных ситуациях. В то же время вычислительные эксперименты с моделями объектов позволяют подробно и глубоко их изучать, опираясь на современные численные методы. Достоверность аналитической идентификации кассет подтверждена их визуализацией, а методов расчета, результатов и выводов – анализом численной сходимости решений и вычислением невязки.

Литература

1. Тарапон А. Г. Причина аварии на Чернобыльской АЭС. Моделирование процессов разрушения реактора и теплопроводности в объекте «Укрытие». Киев: Институт проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова НАН Украины, 2006. 183 с.
2. Петухов Б. С., Генин Л. Г., Ковалев С. А. Теплообмен в ядерных энергетических установках. Москва: Атомиздат, 1974. 367 с.
3. Слесаренко А. П., Котульский Д. А. Регионально-аналитический и вариационные методы в решении сопряженных задач конвективного теплообмена. *Тепломассообмен ММФ-2000*. Труды IV Минского международного форума (Беларусь, Минск, май 2000). Минск: ИТМО АН Беларуси. 2000. Т. 3. С. 135–142.
4. Maksimenko-Sheyko K. V., Sheyko T. I., Uvarov R. A. The R-functions method in mathematical modeling of convective heat transfer in fuel cartridge with fuel rods. *Problems of atomic science and technology. Series: Nuclear Physics Investigations*. 2013. Vol. 60. No. 3 (85). P. 205–209.
5. Максименко-Шейко К. В., Толок А. В., Шейко Т. И. Сопряженная задача конвективного теплообмена в топливной кассете ТВЭЛов. *Информационные технологии*. 2013. № 11. С. 32–36.
6. Kolyada R. A., Maksymenko-Sheiko K. V., Sheyko T. I. R-functions method in the mathematical modeling of convective heat exchange in an octahedral fuel assembly with 37 fuel elements. *Journal of Mathematical Sciences*. 2019. Vol. 238. Iss. 2. P. 154–164. <https://doi.org/10.1007/s10958-019-04225-w>.
7. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. Киев: Наук. думка, 1982. 552 с.
8. Максименко-Шейко К. В. R-функции в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей. Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2009. 306 с.
9. Maksymenko-Sheiko K. V., Sheiko T. I. R-functions in mathematical modeling of geometric objects with symmetry. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2008. Vol. 44. Iss. 6. P. 855–862. <https://doi.org/10.1007/s10559-008-9061-5>.
10. Андреев П. А., Гремилов Д. И., Федорович Е. Д. Теплообменные аппараты ядерных энергетических установок / под ред. Н. М. Синева. Ленинград: Судостроение, 1969. 352 с.

11. Sheyko T. I., Maksymenko-Sheiko K. V., Uvarov R. A., Khazhmuradov M. A. The thermal-hydraulic calculation in a fuel cartridge when the symmetry of fuel rods packing is broken. *Problems of Atomic Science and Technology. Series: Nuclear Physics Investigations*. 2019. Vol. 71. No. 3 (121). P. 74–79. <https://doi.org/10.46813/2019-121-074>.
12. Антуфьев В. М. Эффективность различных форм конвективных поверхностей нагрева. Москва-Ленинград: Энергия, 1966. 184 с.
13. Максименко-Шейко К. В., Шейко Т. И. R-функции, ТВЭЛ с полизональным оребрением оболочки и теплообмен при движении жидкости. *Вестник Запорожского национального университета. Физико-математические науки*. 2017. № 1. С. 277–285.
14. Максименко-Шейко К. В., Литвинова Ю. С., Шейко Т. И., Хажмурадов М. А. Математическое моделирование теплообмена при течении жидкости для ТВЭЛА с полизональным оребрением оболочки. *Проблемы машиностроения*. 2017. Т. 20. № 4. С. 58–63. <https://doi.org/10.15407/pmach2017.04.058>.
15. Лісін Д. О. Свідчення про реєстрацію авторського права на твір № 45951. Комп'ютерна програма «Система візуалізації та побудови сітки на поверхні геометричних об'єктів, які описані за допомогою математичних засобів теорії R-функцій «RFPReview». 2012.

Поступила в редакцію 21.02.2022

Математичне й комп'ютерне моделювання конвективного теплообміну в паливних касетах ТВЕЛів за різної форми та упаковки стрижнів

¹ К. В. Максименко-Шейко, ¹ Т. І. Шейко, ² Д. О. Лісін, ² Т. Б. Дудінов

¹ Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, 61046, Україна, м. Харків, вул. Пожарського, 2/10

² Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, 61022, Україна, м. Харків, майдан Свободи, 4

Робота складається з трьох розділів і має інформаційно-узагальнюючий характер із зазначенням перспективних напрямів подальших досліджень. Перший розділ «Метод R-функцій у математичному моделюванні конвективного теплообміну в паливних касетах з ТВЕЛАми» присвячено застосуванню нових конструктивних засобів методу R-функцій для математичного й комп'ютерного моделювання упаковок ТВЕЛів із різними типами симетрії, а також дослідженню конвективного теплообміну в гратках ТВЕЛів і впливу виду упаковки на розподіл швидкості й температури. Розглянуто восьмигранну касету з 37 ТВЕЛАми, упакованими за трьома схемами: циклічною, шаховою й коридорною. Зазначено, що при побудові рівнянь касети з пучками ТВЕЛів за новою методикою кількість R-операцій і, відповідно, час розрахунку істотно зменшилися. Спираючись на отримані результати, зроблено висновок, що при циклічній упаковці отримуємо максимальну температуру. Розглянуто також схему реактора, касети якого являють собою шестигранні кожухи, де в кожному розміщено по 91 ТВЕЛУ як з шаховою, так і циклічною упаковкою. У другому розділі «Теплогідравлічний розрахунок касет ТВЕЛів при порушенні симетрії упаковки стрижнів» розглянуто шестигранна паливна касета із 169 ТВЕЛАми й шаховою упаковкою, а також підвищення температури у разі порушення симетрії упаковки і при збереженні паралельності стрижнів, і у разі викривлення одного з них. Третій розділ «R-функції, ТВЕЛ з полизональним оребренням оболонки і теплообмін при русі рідини» присвячено побудові рівнянь різних поверхонь оребрення ТВЕЛів і дослідженню гідродинамічних і температурних полів при полизональному оребренні оболонки. При цьому завдяки використанню апарату тензорного аналізу здійснено перехід у криволінійну неортогональну (звинтову) систему координат. Зосереджено увагу на тому, що математичне моделювання й пов'язаний із ним комп'ютерний експеримент незамінні в тих випадках, коли натурний експеримент неможливий або ускладнений з тих чи інших причин. Крім того, робота з математичною моделлю процесу і проведення обчислювального експерименту дають змогу відносно швидко і без істотних витрат досліджувати властивості й поведінку процесу в різних ситуаціях. Достовірність методів, результатів і висновків підтверджена порівнянням із відомостями, раніше наведеними в літературі, результатами аналізу чисельної збіжності розв'язків й обчисленням нев'язки.

Ключові слова: ядерний реактор, касета, ТВЕЛ, метод R-функцій, тип симетрії упаковки, оребрення оболонки.