

УДК 621.3.013

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ РОБАСТНОГО КЕРУВАННЯ З ДВОМА СТУПЕННЯМИ СВОБОДИ ДИСКРЕТНО- КОНТИНУАЛЬНИМ ОБ'ЄКТОМ

¹ **Б. І. Кузнецов**, д-р техн. наук
kuznetsov.boris.i@gmail.com
ORCID: 0000-0002-1100-095X

¹ **І. В. Бовдуй**, канд. техн. наук
ibovduj@gmail.com
ORCID: 0000-0003-3508-9781

¹ **О. В. Волошко**, канд. техн. наук
vinichenko.e.5@gmail.com
ORCID: 0000-0002-6931-998X

² **Т. Б. Нікітіна**, д-р техн. наук
tatjana55555@gmail.com
ORCID: 0000-0002-9826-1123

² **Б. Б. Кобилянський**, канд. техн. наук
nppiiupa@ukr.net
ORCID: 0000-0003-3226-5997

¹ Інститут проблем машинобудування
ім. А. М. Підгорного НАН України,
61046, Україна, м. Харків,
вул. Пожарського, 2/10

² Навчально-науковий професійно-
педагогічний інститут УПА,
84511, м. Бахмут, вул. Носакова, 9 а

Розроблено багатокритеріальну параметричну оптимізацію нелінійного робастного керування з двома ступенями свободи дискретно-континуальним об'єктом для підвищення точності і зниження чутливості до невизначених параметрів об'єкта. Такі об'єкти розміщені на рухомій основі, на якій встановлені датчики кутів, кутових швидкостей і кутових прискорень. Для підвищення точності керування використовуються системи із двома ступенями свободи, які включають керування із зворотним зв'язком і замкнутим контуром і із прямими зв'язками і розімкненими контурами керування по задаючому та збурюючому впливам. Багатокритеріальна оптимізація нелінійного робастного керування з двома ступенями свободи дискретно-континуальним об'єктом зведена до рішення рівняння Гамільтона-Якобі-Айзекса. Вектор цілі робастного керування обчислюється у вигляді рішення антагоністичної векторної гри з нульовою сумою. Векторні виграші цієї гри – це прями вимоги, які висуваються до системи в різних режимах її роботи. Розрахунок векторних виграшів цієї гри пов'язаний із моделюванням синтезованої нелінійної системи для різних режимів роботи системи, вхідних сигналів і значень параметрів об'єкта. Рішення цієї векторної гри розраховуються на основі системи Парето-оптимальних рішень з урахуванням бінарних відношень переваг на основі стохастичного метаевристичного алгоритму Архімеда оптимізації кількома ролями. Завдяки синтезу нелінійного робастного керування з двома ступенями свободи дискретно-континуальним об'єктом показано, що використання синтезованих регуляторів дозволило підвищити точність керування електромеханічною системою з розподіленими параметрами механічної частини для зменшення часу перехідних процесів в 1,5–2 рази, зменшити дисперсію помилок в 1,3 рази і знизити чутливість системи до зміни параметрів об'єкта в порівнянні з типовими регуляторами, які використовуються в існуючих системах. Подальше підвищення точності керування стримується енергетичними обмеженнями виконавчих механізмів і інформаційними обмеженнями вимірювальних приладів.

Ключові слова: дискретно-континуальний об'єкт, нелінійне робастне керування, рівняння Гамільтона-Якобі-Айзекса, багатокритеріальна параметрична оптимізація, стохастичний метаевристичний алгоритм оптимізації.

Вступ

Управління багатьма технічними об'єктами і технологічними процесами здійснюється за допомогою подовжених конструкцій, що з'єднують виконавчий механізм із робочим органом. Зокрема, це стосується великих антенних конструкцій, сонячних решіток і просторово розподілених антенних решіток, космічних кораблів, стріл кранів, рук антропоморфних роботів, гарматних стволів тощо. У процесі роботи у таких конструкціях виникають крутильні, поздовжні або поперечні коливання відносно початкового положення. При управлінні такою протяжною установкою необхідно враховувати власні механічні коливання, зумовлені пружними властивостями цих протяжних об'єктів керування, а самі об'єкти керування не сприймають як електромеханічні системи з розподіленими параметрами механічної частини установки. При цьому передбачалося, що математична модель об'єкта керування відома точно. Однією з центральних ідей сучасної теорії автоматичного керування є підхід, пов'язаний з керуванням

за допомогою одного регулятора не однією системою з чітко заданою моделлю, а цілим класом систем, параметрів і, можливо, структури, які можуть змінюватися в процесі експлуатації. Цей напрям у даний час інтенсивно розвивається і набув визнання як самостійний, отримавши назву робастне управління.

Центральною проблемою сучасної теорії і практики автоматичного керування є створення систем, здатних забезпечувати високу точність керування при інтенсивних задаючих і збурюючих впливах широкого діапазону частот [1–3]. Синтез систем керування з двома ступенями свободи, які поєднують принципи керування за розімкнутим і замкнутим контуром, дозволяє, у ряді практичних випадків, отримати точність, недосяжну в системах зі зворотним зв'язком [4–5].

При роботі в різних режимах до багатомасових стежуючих систем, що розробляються, висуваються різні вимоги [6]. Однією з основних є вимога до стійкості синтезованої системи, тобто здатності системи підтримувати висунуті до неї технічні вимоги при зміні параметрів об'єкта керування й зовнішніх впливів у певних межах [7].

Для таких систем у більшості практичних випадків за допомогою типових пропорційно-інтегро-диференціальних регуляторів неможливо задовольнити технічні вимоги до системи, що зумовлює необхідність використання більш складних регуляторів і сучасних методів їх синтезу [8]. Одним із підходів до проблеми параметричного синтезу вважається оптимізація параметрів системи, структура якої визначається розв'язуванням задачі оптимального синтезу [9–10].

В останнє десятиліття розроблені методи мінімізації H_∞ – норми, яка служить ефективним індикатором реакції системи на різні типи дій за наявності невизначеності в описі об'єкта керування. У зв'язку з цим розробка методології синтезу робастних систем керування дискретно-неперервними об'єктами для роботи у всьому діапазоні зміни параметрів об'єкта керування за допомогою одного центрального контролера, розрахованого на один набір параметрів, – актуальне завдання, що й визначило напрям даного дослідження.

Такі об'єкти встановлені на рухомій основі, на якій змонтовані датчики кутів, кутових швидкостей і кутових прискорень. Щоб підвищити точність існуючих систем, реалізовано керування з двома ступенями свободи, включаючи керування зворотним зв'язком із замкнутим контуром і керування прямим зв'язком із замкнутим контуром за опорами й збуреннями [9–10]. Проте в існуючих системах керування використовуються типові регулятори, що обмежує подальше підвищення точності такої системи.

Метою роботи є розробка методу багатокритеріальної параметричної оптимізації робастного керування з двома ступенями свободи дискретно-континуальним об'єктом для підвищення точності керування й зменшення чутливості до невизначеності параметрів об'єкта.

Математичні моделі дискретно-континуального об'єкта

Розглянемо математичну модель об'єкта у вигляді твердого тіла і пружного елемента, як показано на рис. 1. Управління об'єктом приводиться в дію синхронним двигуном із постійними магнітами. На основі датчиків за допомогою контролера створюється керування частотним перетворювачем для роботи на задане кутове положення або кутову швидкість об'єкта.

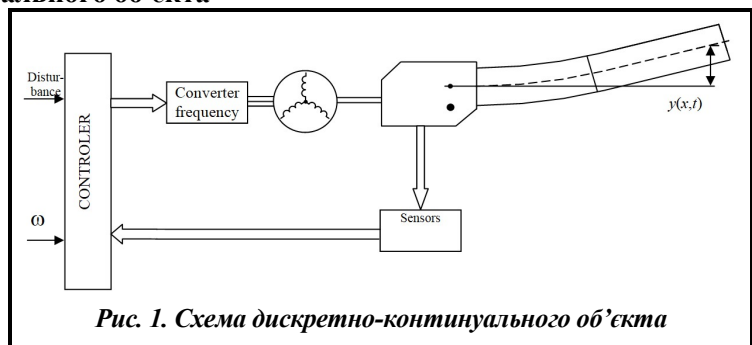


Рис. 1. Схема дискретно-континуального об'єкта

Крім обертання навколо осі, об'єкт здійснює пружні коливання. Позначимо через $\varphi(t)$ кут повороту твердого тіла в інерціальній системі координат, $y(x, t)$ відхилення точок стрижня від недеформованого стану. Управління здійснюється за допомогою моменту $M_c(t)$, прикладеного до основного твердого тіла. Збурюючий момент $M_d(t)$ і момент тертя $M_f(t)$ повороту діє відносно осі обертання жорсткого модуля, а $F_0(x, t)$ – розподільна сила діє по довжині пружного елемента. Тоді рівняння руху відносно осі можна записати в такому вигляді [11–14]:

$$I_0 \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} - \int_r^{r+l} m_1(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} dx = M_c(t) + M_d(t) - M_f(t). \quad (1)$$

Це рівняння описує вільний рух дискретно-континуального об'єкта, в якому I_c є характеристика дискретно-континуального об'єкта як твердого тіла, а $m_1(x)$ також характеризує взаємний вплив рухів жорсткого модуля і коливань пружних елементів. Функція $y(x, t)$ задовольняє рівняння коливань пружної балки

$$m_1(x) \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} + m(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + EI(x) \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + \xi EI(x) \frac{\partial^5 y(x, t)}{\partial x^4 \partial t} = F_0(x, t), \quad (2)$$

де $EI(x)$ – жорсткість об'єкта на вигин; ξ – коефіцієнт внутрішнього демпфування матеріалу об'єкта; $F_0(x, t)$ – зовнішнє збурення, розподілене по довжині об'єкта, викликане вертикальними коливаннями осі установки при русі останньої по пересіченій місцевості.

Представимо функцію $y(x, t)$ у вигляді наступного розкладання

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^n \gamma_i(x) T_i(t), \quad (3)$$

де n – кількість врахованих форм пружних коливань рослини. Тоді отримуємо наступні рівняння, що описують рух дискретно-континуального об'єкта під дією керуючого моменту $M_c(t)$, збурюючого моменту $M_d(t)$ і моменту тертя повороту $M_f(t)$, а також розподіленої по довжині об'єкта сили $F_0(x, t)$, викликаній вертикальними коливання об'єкта

$$I_0 \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} - \sum_{i=1}^n \frac{d^2 T_i(t)}{dt^2} \int_r^{r+l} m_1(x) \gamma_i(x) dx = M_c(t) + M_d(t) - M_f(t); \quad (4)$$

$$m_1(x) \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} + m(x) \sum_{i=1}^n \gamma_i(x) \frac{d^2 T_i(t)}{dt^2} + EI(x) \sum_{i=1}^n \gamma_i^{IV}(x) T_i(t) + \xi EI(x) \sum_{i=1}^n \gamma_i^{IV}(x) \frac{dT_i(t)}{dt} = F(x, t). \quad (5)$$

Точність керування значною мірою визначається лише першою формою пружних коливань. Враховуючи лише першу основну форму пружних коливань, зобразимо функцію $y(x, t)$ у вигляді

$$y(x, t) = \gamma_0(x) T_0(t). \quad (6)$$

Тоді рівняння динаміки (4)–(6) руху дискретно-континуального об'єкта набудуть вигляду

$$I_0 \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} - a_0 \frac{d^2 T_0(t)}{dt^2} = M_c(t) + M_d(t) - M_f(t); \quad (7)$$

$$a_0 \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} + c_0 \frac{d^2 T_0(t)}{dt^2} + \xi b_0 \frac{dT_0(t)}{dt} + b_0 T_0(t) = f_0(t). \quad (8)$$

Збурюючий момент визначається таким співвідношенням:

$$M_d = \mu_0 \omega_d(t), \quad (9)$$

де μ_0 – постійний коефіцієнт, визначений експериментально; $\omega_d(t)$ – кутова швидкість рослини у вертикальній площині.

Другий тип зовнішніх збурень пов'язаний з прискореннями об'єкта відносно його вертикальної осі. Ці прискорення викликають пружні коливання розподілених мас об'єкта. Розподілені сили, прикладені до об'єкта і враховані в рівняннях його згинальних коливань, визначаються наступним співвідношенням

$$F_0(x, t) = m(x) \frac{d^2 z(t)}{dt^2}, \quad (10)$$

де $m(x)$ – маса одиниці довжини об'єкта; $\frac{d^2 z(t)}{dt^2}$ – прискорення об'єкта відносно його вертикальної осі.

Тоді отримуємо

$$f_0(t) = \frac{d^2 z(t)}{dt^2} \int_r^{r+l} m(x) \gamma_1(x) dx = k_z \frac{d^2 z(t)}{dt^2}. \quad (11)$$

Будемо генерувати випадкові зміни збурюючого моменту $M_d(t)$ і збурюючої сили $f_0(t)$ з некорельованих джерел випадкових сигналів, таких як білий шум одиничних інтенсивностей, за допомогою формуючих фільтрів із передавальними функціями коливальних ланок.

$$W_d(p) = \frac{K_d \omega_{dr}^2}{p^2 + 2\xi_d \omega_{dr} p + \omega_{dr}^2}; \tag{12}$$

$$W_f(p) = \frac{K_f \omega_f^2}{p^2 + 2\xi_f \omega_f p + \omega_f^2}, \tag{13}$$

де ω_{dr} , ω_f – резонансні частоти власних незатухаючих коливань; ξ_d , ξ_f – коефіцієнти демпфування; K_d , K_f – коефіцієнти підсилення формуючих фільтрів.

Виконавчий привід – це схема прямого керування крутним моментом синхронного двигуна, рівняння динаміки якого записується у вигляді

$$W_f(p) = \frac{K_m}{T_m^2 p^2 + 2\xi_m T_m p + 1}, \tag{14}$$

де T_m , ξ_m , K_m – постійна часу, коефіцієнт демпфування і підсилення схеми прямого керування моментом синхронного двигуна відповідно.

На основі отриманих рівнянь (7)–(14) складено схему математичної моделі об’єкта з розподіленими параметрами механічної частини, наведену на рис. 2.

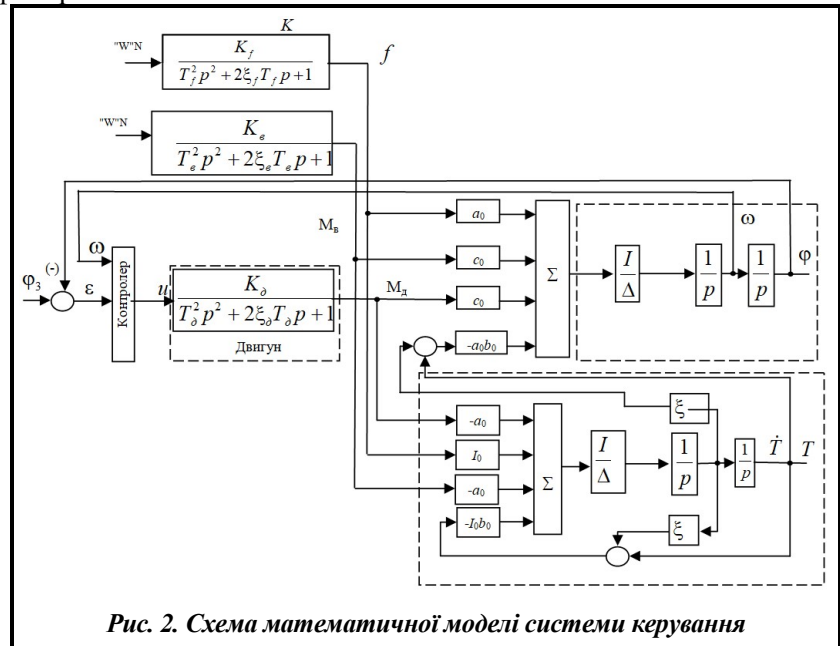


Рис. 2. Схема математичної моделі системи керування

Невизначеності математичних моделей систем стеження

Центральною проблемою сучасної теорії та практики робастного керування є проектування систем, здатних ефективно функціонувати в умовах невизначеності параметрів моделі об’єкта (1), а можливо, і структури моделей об’єкта, збурюючих впливів і шумів вимірювання [1–3]. У розглянутих електромеханічних системах стеження під час роботи найбільш суттєво змінюється момент інерції об’єкта [4–5]. На сучасному етапі розвитку теорії систем автоматичного керування виникає необхідність пошуку такого керування в умовах неповного, нечіткого й неточного знання характеристик об’єкта керування і середовища, в якому цей об’єкт функціонує, оскільки практика проектування та експлуатації систем керування об’єктами показала, що системи, синтезовані за критеріями модульного й симетричного оптимумів, а також квадратичного критерію якості, чутливі до зміни параметрів об’єкта керування, характеристик входних і збурюючих впливів, до зміни структури й параметрів моделі об’єкта керування, яка використовується в контурах керування [6–8]. Такі системи можуть втратити як оптимальність, так і стійкість, якщо інформація про об’єкт і робоче середовище відома з певною достовірністю або невизначеністю [1].

Математичні моделі систем стеження

Підвищення точності електромеханічних систем керування часто стримується недосконалістю механічних передач від приводу до робочого механізму [1–3]. Це знаходить прояв передусім при збільшенні смуги пропускання системи, коли частоти власних механічних коливань трансмісії разом із приводом і робочим механізмом потрапляють у діапазон робочих частот систем керування [4–5]. При цьому необхідно врахувати наявність пружних елементів між валами виконавчого двигуна, редуктора і робочого механізму, а замість одномасової моделі двигуна – робочого механізму викорис-

товувати дво-, три-, а іноді навіть багатомасові моделі [1]. Умови роботи електромеханічних систем також ускладнюються наявністю нелінійної залежності моменту (сили) тертя від швидкості ковзання робочого механізму відносно матеріалу, що обробляється. Ця залежність часто проявляється при багатьох режимах роботи електромеханічних систем на малих (повзучих) швидкостях руху робочого органу. Причому для одних механізмів цей режим є робочим, а для інших – аварійним [10].

Реальна кінематична схема електромеханічних систем стеження містить пружні елементи (елементи скінченної жорсткості) [1–3]. Наявність пружних елементів ускладнює розрахункову схему механічної частини системи, перетворюючи її на багатомасову. Дослідження показали, що з достатньою для практичних розрахунків точністю механічну частину системи можна представити як двома-сову систему.

Запишемо електромеханічну систему стеження з урахуванням моделей виконавчих двигунів і датчиків як об'єкт робастної системи керування (1)–(14) з вектором стану $x(t)$ у стандартній формі рівняння стану

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t), \omega(t), \eta(t)), \quad (14)$$

де $u(t)$ – керування; $\omega(t)$ і $\eta(t)$ – вектори зовнішнього сигналу і параметричних збурень, f – нелінійна функція.

Математична модель (14) враховує нелінійні фрикційні залежності від валів приводного двигуна, обертових частин редуктора й установки, зазор між зубцями ведучої та веденої шестерень, обмеження на керування, струм крутний момент і швидкість двигуна, а також момент інерції об'єкта.

Вимірний вихідний вектор вихідної системи

$$y(t) = Y(x(t), \omega(t), u(t)) \quad (15)$$

формується різними датчиками, які вимірювали кут, швидкість і прискорення об'єкта [3].

Введемо вектор цілі робастного управління

$$z(x(t), u(t), \eta(t)) = Z(x(t), u(t), \eta(t)), \quad (16)$$

де Z – нелінійна функція.

Сформуємо керування $u(t)$ у вигляді нелінійних зворотних зв'язків

$$u(t) = R(y(t)) \quad (17)$$

із типовим пропорційно-інтегральним контролером або по повному вектору стану нелінійного об'єкта (14)

$$\frac{d\chi(t)}{dt} = G(\chi(t), u(t), \omega(t), y(t)), \quad (18)$$

який відновлює повний вектор стану $x(t)$ об'єкта (14) з виміряного вихідного вектора $y(t)$ в (15).

Зауважимо, що за допомогою спостерігача (18) відповідно до виміряного вихідного вектора $y(t)$ вихідної системи (15), крім вектора стану вихідного об'єкта (15), відновлюються також змінні стану векторів керуючого і збурюючих вплив на систему, а також вектор параметричних впливів.

Розв'язком задачі параметричного проектування електромеханічної системи стеження є матриці $G = \{G_i\}$ і $R = \{R_i\}$, які використовуються для параметризації нелінійних функцій контролера R і спостерігача G в (17) і (18).

Ситуація ще більше ускладнюється, коли наявність пружних елементів поєднується з роботою системи на спадаючій ділянці характеристики зовнішнього тертя, що може призвести до виникнення тривалих або навіть розбіжних механічних коливань [1–3].

Технічні вимоги до систем стеження

До роботи системи керування в різних режимах висувають неоднакові вимоги [1–3]. Як правило, накладаються певні обмеження на якість перехідних процесів – час першого узгодження, час регулювання, перерегулювання тощо. Звичайно, обмежується максимальна дисперсія похибки стеження або стабілізації під час компенсації випадкових збурюючих впливів і зазвичай мають бути виконані обмеження на змінні стану й керування. Інша вимога до систем керування полягає в тому, щоб обмежити помилки задаючого або компенсування збурюючих впливів у вигляді гармонійних сигнала-

лів. Можна задати вхідний сигнал однієї частоти або декількох характерних робочих частот, а також діапазон робочих частот, в якому необхідно дотриматися певних вимог. Нарешті, для високочотних систем стеження характерним режимом роботи є реалізація малих швидкостей або малих переміщень. Для цього режиму зазвичай задається плавність руху у вигляді відповідних критеріїв. Причинами плавного руху робочого органу на малих швидкостях є наявність нелінійностей типу сухого тертя в приводах, робочих органах і пружних елементах між виконавчим двигуном і робочим органом, що призводить до зривних коливань рухомих частин приводу і робочого органу, що супроводжується зупинками і зривами рухомих частин щодо положення упорів.

Багатоцільовий параметричний дизайн

Зазвичай системи стеження встановлюються на рухому основу. Для таких систем існують окремі вимірювальні системи, за допомогою яких вимірюються задаючи та збурюючи впливи. Розробка систем керування з двома ступенями свободи, які поєднують принцип розімкнутого та замкнутого керування, у низці практичних випадків дозволяє отримати точність, недосягну в системах із зворотним зв'язком.

За такого підходу для формування контролю використовується інформація про опорні й заважаючі впливи для отримання мінімуму похибок у відпрацюванні системою дії завод і компенсації заважаючої дії. У цьому випадку умови інваріантності щодо задаючих і збурюючих впливів зводяться до мінімізації норм передатних функцій похибки системи відповідно до задаючих і збурюючих впливів.

Для визначення робастного регулятора з цільовим вектором (16) розглянемо функцію Гамільтона

$$H(x(t), u(t), \eta(t)) = +V_x^T(x(t), u(t), \eta(t))f(x(t), u(t), \eta(t)) + z^T(x(t), u(t), \eta(t)) - \frac{1}{\gamma^2} \eta^T(t)\eta(t),$$

де V_x – часткові похідні за вектором стану $x(t)$ функціоналу продуктивності нескінченного горизонту (функції Ляпунова), γ – ваговий коефіцієнт, який визначає ступінь консервативності синтезованого робастного регулятора.

Необхідними умовами екстремуму функції Гамільтона як по вектору керування u , так і по вектору зовнішнього збурення η є рівняння

$$H_u(x(t), u^*(x(t)), \eta^*(x(t))) = 0; \quad (19)$$

$$H_\eta(x(t), u^*(x(t)), \eta^*(x(t))) = 0, \quad (20)$$

які є рівняннями Гамільтона-Якобі-Айзекса.

Розв'язок системи рівнянь Гамільтона-Якобі-Айзекса здійснюється ітераційно так, що перше наближення знайдено у вигляді розв'язків двох рівнянь Ріккати, що відповідає стандартному підходу двох Ріккати до синтезу лінійного робастного керування. Синтез нелінійного робастного регулятора зводиться до визначення нелінійних функцій R і G шляхом мінімізації норми цільового вектора (16) по вектору керування $u(t)$ і максимізації тієї ж норми по вектору невизначеності об'єкта для найгіршого випадку. Нелінійні функції R та G визначаються з розв'язків рівнянь Гамільтона-Якобі-Айзекса (19)–(20).

Динамічні характеристики синтезованої системи, що включає нелінійну установку (14), замкнуту нелінійним робастним контролером (17) і нелінійним робастним спостерігачем (18), визначаються моделлю системи керування системою, параметрами вимірювальних пристроїв і цільовим вектором (16). Для коректного визначення цільового вектора (16) введемо вектор невідомих параметрів, які є матрицями параметризації нелінійної цільової вектор-функції (16). Ми вводимо багатокритеріальні ігри з ігровим вектором оплати – це прямий вектор продуктивності індексу, який попередньо надсилається в систему [1].

$$J(R, G, \eta) = [J_1(R, G, \eta), J_2(R, G, \eta), \dots, J_m(R, G, \eta)]^T, \quad (21)$$

в якому компоненти $J_i(R, G, \eta)$ вектора ігри $J(R, G, \eta)$ є індивідуальними критеріями якості, що накладаються на роботу системи в різних режимах роботи. Перший гравець – вектор параметрів контролерів R і синтезованої системи, а його стратегія полягає в мінімізації вектора виплат гри. Другий гравець – вектор невизначеностей моделі заводу системи (1), його стратегія полягає в тому, щоб максимізувати той самий вектор винагороди в грі.

Вектор виплат гри (21) розраховується шляхом моделювання вихідної нелінійної системи (14), замкнутої синтезованим нелінійним регулятором (17)–(18) при різних режимах роботи з відмінними вхідними сигналами і для різних значень параметрів системи. У таких двох ступенях свободи нелінійне надійне керування дискретно-безперервним замкнутим контуром зворотного зв'язку об'єкта розраховується на основі вектора стану об'єкта, а пряме керування розімкненим контуром обчислюється на основі опорного вектора й вектора стану моделей збурень. Крім того, нелінійний стійкий зворотний зв'язок і прямий контроль обчислюються одночасно на основі рішень рівнянь Гамільтона-Якобі-Айзекса (19)–(20).

З інженерної точки зору важливе практичне значення має задача параметричної оптимізації регуляторів, коли базова структура системи керування залишається постійною, а деякі векторні параметри, а можливо, і структура регулятора змінюються і тим самим протидіють зміні параметрів зовнішніх впливів моделі (14) заводу [1]. За такого підходу можна синтезувати досить хороші регулятори, які незначно відрізняються від оптимальних. Однак при цьому їх технічну реалізацію можна істотно спростити. Такі контролери мають й інші корисні властивості, наприклад, вони менш чутливі (robust) до зміни параметрів, структури установки і вхідних сигналів.

Динамічні характеристики розробленої електромеханічної системи стеження, включаючи нелінійний об'єкт (14), яка замкнена робастним пропорційно-диференціальним регулятором (17) або регулятором стану (18), визначаються моделлю системи керування системою (14), а також параметрами вимірювальних приладів (15). Тоді задачу багатокритеріального параметричного проектування надійної електромеханічної системи стеження можна сформулювати у вигляді розв'язків векторної гри (21).

Розрахунок рішень векторної гри на основі оптимізаційного алгоритму

Розв'язки цієї векторної гри (21) з оптимальних рішень за Парето [6] розраховуються на основі багаторойового стохастичного метаевристичного алгоритму оптимізації Архімеда [15]. У даний час найпоширенішими стали багатоагентні методи стохастичної оптимізації, які використовують тільки швидкість розташування ройових частинок. Фактично ці алгоритми є алгоритмом випадкового пошуку першого порядку, оскільки в пошуку використовується тільки швидкість частинки – похідна першого порядку скалярної цільової функції або градієнт векторної цільової функції [1]. При пошуку похідних у детермінованих методах цей алгоритм зазвичай називають градієнтним спуском.

Для збільшення швидкості пошуку останнім часом використовується не тільки швидкість, а й прискорення зміни цільової функції. У цьому випадку прискорення частинок рою знаходять як зміни швидкостей на сусідніх ітераціях.

Для знаходження розв'язку багатокритеріальних ігор з Парето-оптимальних рішень з урахуванням відношень переваг використовувалися спеціальні нелінійні алгоритми стохастичної багатоагентної оптимізації.

$$v_{ij}(t+1) = w_j v_{ij}(t) + c_{1j} r_{1j}(t) H(p_{1j} - \varepsilon_{1j}(t)) [y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_{2j} r_{2j}(t) H(p_{2j} - \varepsilon_{2j}(t)) [y_j^*(t) - x_{ij}(t)];$$

$$u_{ij}(t+1) = w_j u_{ij}(t) + c_{1j} r_{1j}(t) H(p_{1j} - \varepsilon_{1j}(t)) [z_{ij}(t) - \delta_{ij}(t)] + c_{2j} r_{2j}(t) H(p_{2j} - \varepsilon_{2j}(t)) [z_j^*(t) - \delta_{ij}(t)];$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1);$$

$$\delta_{ij}(t+1) = \delta_{ij}(t) + u_{ij}(t+1).$$

Використання алгоритму Архімеда [15] для розв'язування розглянутого багатокритеріальної параметричної оптимізації дозволило суттєво скоротити час розрахунку розв'язку векторної гри за рахунок того, що обчислення компонент вектора виплати гри пов'язана з моделюванням роботи системи при різних режимах роботи і при різних зовнішніх впливах, а отже, вимагає значних обчислювальних ресурсів.

Результати комп'ютерного моделювання

Розглянемо тепер динамічні характеристики синтезованих робастних систем керування електромеханічною системою з розподіленими параметрами механічної частини об'єкта. На рис. 3. показані перехідні процеси змінних стану об'єкта при обробці системою неузгодженості $\Delta\varphi=0,1$, а також такі змінні стану об'єкта: а) кут $\varphi(t)$ відхилення між віссю об'єкта і заданим напрямком, і б) його похідна

$\frac{d\varphi(t)}{dt}$; в) значення функції $T_0(t)$ і г) її похідна $\frac{dT_0(t)}{dt}$ в зображенні функції $y(x, t)$, яка характеризує від-

хилення точки осі установки від її стану, який не деформується; д) $M_c(t)$ момент керування і е) його похідна $\frac{dM_c(t)}{dt}$.

Розглянемо тепер реалізацію змінних стану робастної системи керування дискретно-континуальним об'єктом керування при випадкових збуреннях. На рис. 4. показані реалізації таких змінних стану об'єкта: а) кут $\varphi(t)$ відхилення між віссю об'єкта та заданим напрямком, і б) його похідна $\frac{d\varphi(t)}{dt}$; в) значення функції $T_0(t)$ та г) її похідна $\frac{dT_0(t)}{dt}$ в зображенні функції $y(x, t)$, яка характеризує відхилення точки осі установки від її стану, який не деформується; д) $M_c(t)$ момент керування та е) його похідна $\frac{dM_c(t)}{dt}$.

Проведено комп'ютерне дослідження динамічних характеристик синтезованих робастних систем керування електромеханічною системою з розподіленими параметрами механічної частини об'єкта. Передусім проаналізуємо вплив параметрів електромеханічної системи з розподіленими параметрами механічної частини об'єкта керування на динамічні характеристики робастних систем керування. Встановлено, що за допомогою синтезованих робастних регуляторів для вдосконалених математичних моделей можна скоротити час перехідних процесів у 1,5–2 рази порівняно з системою з типовими регуляторами. За результатами моделювання синтезованої системи показано, що за допомогою синтезованих стохастичних робастних регуляторів вдалося підвищити точність керування електромеханічною системою з розподіленими параметрами механічної частини і зменшити похибку дисперсії в 1,3 рази в порівнянні з типовими регуляторами, які використовуються в існуючих системах, при випадкових зовнішніх впливах. Подальше підвищення точності стабілізації стримується енергетичними обмеженнями виконавчих механізмів й інформаційними обмеженнями вимірювальних приладів.

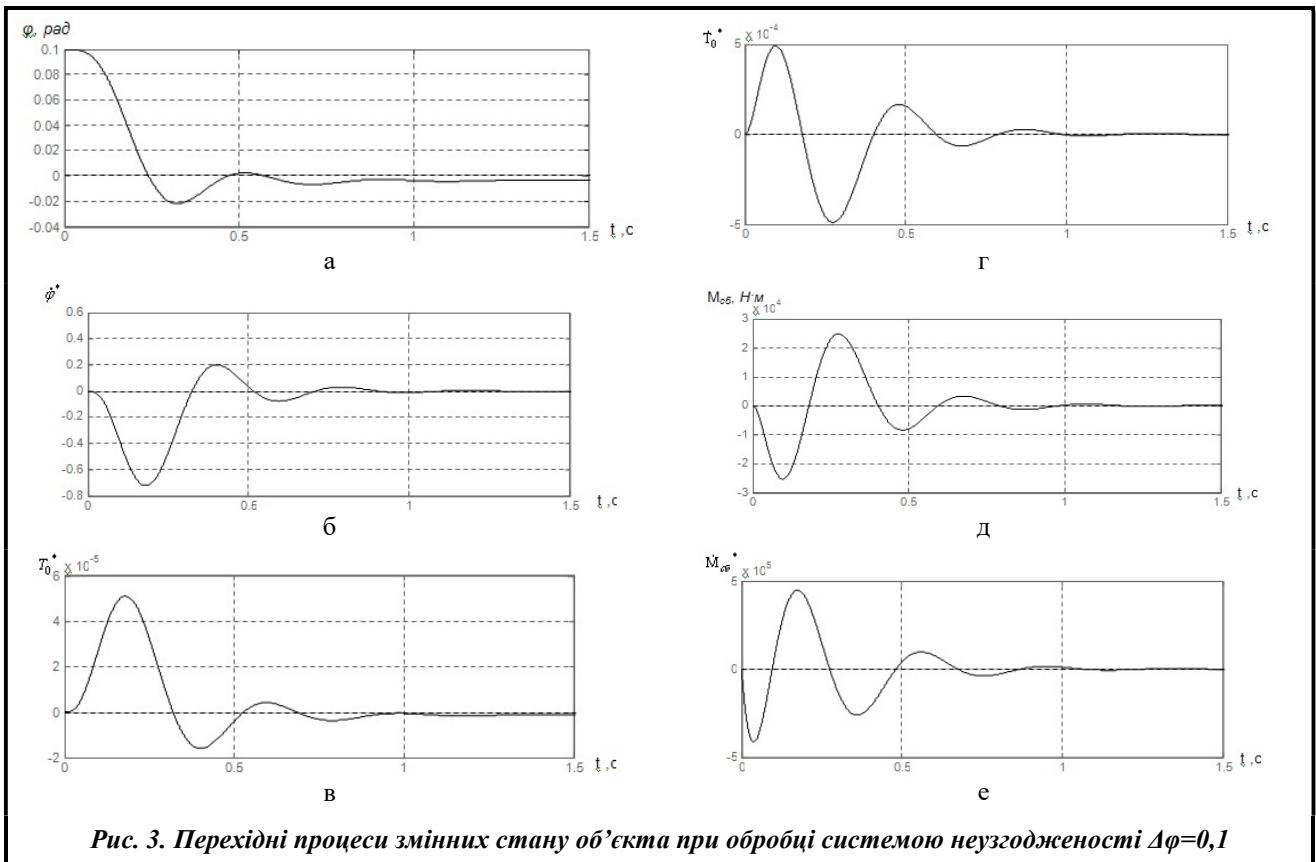


Рис. 3. Перехідні процеси змінних стану об'єкта при обробці системою неузгодженості $\Delta\varphi=0,1$

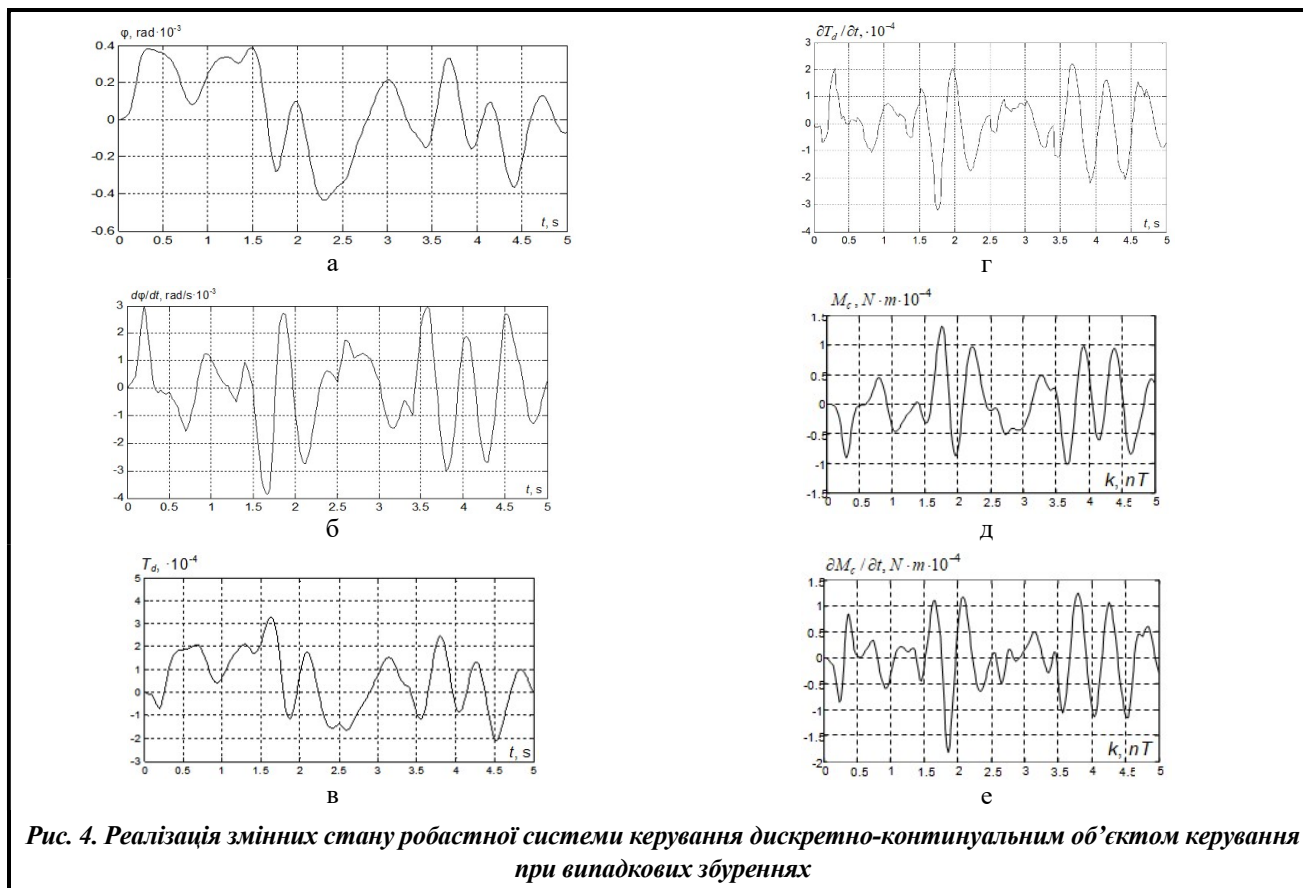


Рис. 4. Реалізація змінних стану робастної системи керування дискретно-континуальним об'єктом керування при випадкових збуреннях

Висновки

1. Розроблено метод багатокритеріальної параметричної оптимізації нелінійного робастного керування з двома ступенями свободи дискретно-континуальним об'єктом для підвищення точності і зниження чутливості до невизначених параметрів об'єкта керування.

2. Багатокримінальний синтез нелінійного робастного керування з двома ступенями свободи дискретно-континуальним об'єктом зведено до розв'язання рівнянь Гамільтона-Якобі-Айзекса. Вектор цілі робастного управління обирається у вигляді рішення антагоністичної векторної гри з нульовою сумою. Векторні виграші цієї гри – це вектори прямих показників якості, які є вимогами, що висуваються до роботи системи при різних режимах. Розрахунок векторних виграшів цієї гри пов'язаний із моделюванням синтезованої нелінійної системи для різних режимів роботи системи з неоднаковими вхідними сигналами і значеннями параметрів об'єкта. Розв'язки цієї векторної гри розраховуються на основі багаторойового стохастичного метаевристичного алгоритму оптимізації Архімеда.

3. У результаті синтезу нелінійного робастного керування з двома ступенями свободи дискретно-континуальним об'єктом показано, що використання синтезованих регуляторів дозволило підвищити точність керування і зменшити чутливість системи до зміни параметрів об'єкта порівняно з існуючими системами.

Література

1. Sushchenko O., Averyanova Yu., Ostroumov I., Kuzmenko N., Zaliskyi M., Solomentsev O., Kuznetsov B., Nikitina T., Havrylenko O., Popov A., Volosyuk V., Shmatko, O., Ruzhentsev N., Zhyla S., Pavlikov V., Dergachov K., Tserne E. Algorithms for design of robust stabilization systems. In: Gervasi O., Murgante B., Hendrix E. M. T., Taniar D., Apduhan B. O. (eds) Computational Science and Its Applications – ICCSA 2022. Lecture Notes in Computer Science. Vol. 13375. Cham: Springer, 2022. P. 198–213. https://doi.org/10.1007/978-3-031-10522-7_15.
2. Shmatko O., Volosyuk V., Zhyla S., Pavlikov V., Ruzhentsev N., Tserne E., Popov A., Ostroumov I., Kuzmenko N., Dergachov K., Sushchenko O., Averyanova Yu., Zaliskyi M., Solomentsev O., Havrylenko O., Kuznetsov B., Nikitina T. Synthesis of the optimal algorithm and structure of contactless optical device for estimating the

- parameters of statistically uneven surfaces. *Radioelectronic and Computer Systems*. 2021. No. 4. P. 199–213. <https://doi.org/10.32620/reks.2021.4.16>.
3. Volosyuk V., Zhyla S., Pavlikov V., Ruzhentsev N., Tserne E., Popov A., Shmatko O., Dergachov K., Havrylenko O., Ostroumov I., Kuzmenko N., Sushchenko O., Averyanova Yu., Zaliskyi M., Solomentsev O., Kuznetsov B., Nikitina T. Optimal method for polarization selection of stationary objects against the background of the Earth's surface. *International Journal of Electronics and Telecommunications*. 2022. Vol. 68. No. 1. P. 83–89. <https://doi.org/10.24425/ijet.2022.139852>.
 4. Martynenko G. Analytical method of the analysis of electromagnetic circuits of active magnetic bearings for searching energy and forces taking into account control law. Conference proceedings of the 2020 IEEE KhPI Week on Advanced Technology (IEEE KhPIWeek 2020), Ukraine, Kharkiv, October 5–10, 2020. P. 86–91. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek51551.2020.9250138>.
 5. Martynenko G., Martynenko V. Rotor dynamics modeling for compressor and generator of the energy gas turbine unit with active magnetic bearings in operating modes. Proceedings of the 25th IEEE International Conference on Problems of Automated Electric Drive. Theory and Practice (IEEE PAEP 2020), Ukraine, Kremenchuk, September 21–25, 2020. P. 1–4. <https://doi.org/10.1109/PAEP49887.2020.9240781>.
 6. Ostroumov I., Kuzmenko N., Sushchenko O., Pavlikov V., Zhyla S., Solomentsev O., Zaliskyi M., Averyanova Yu., Tserne E., Popov A., Volosyuk V., Ruzhentsev N., Dergachov K., Havrylenko O., Kuznetsov B., Nikitina T., Shmatko O. Modelling and simulation of DME navigation global service volume. *Advances in Space Research*. 2021. Vol. 68. Iss. 8. P. 3495–3507. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.06.027>.
 7. Averyanova Yu., Sushchenko O., Ostroumov I., Kuzmenko N., Zaliskyi M., Solomentsev O., Kuznetsov B., Nikitina T., Havrylenko O., Popov A., Volosyuk V., Shmatko O., Ruzhentsev N., Zhyla S., Pavlikov V., Dergachov K., Tserne E. UAS cyber security hazards analysis and approach to qualitative assessment. In: Shukla S., Unal A., Varghese Kureethara J., Mishra D. K., Han D. S. (eds.) *Data Science and Security. Lecture Notes in Networks and Systems*. 2021. Vol. 290. P. 258–265. https://doi.org/10.1007/978-981-16-4486-3_28.
 8. Zaliskyi M., Solomentsev O., Shcherbyna O., Ostroumov I., Sushchenko O., Averyanova Yu., Kuzmenko N., Shmatko O., Ruzhentsev N., Popov A., Zhyla S., Volosyuk V., Havrylenko O., Pavlikov V., Dergachov K., Tserne E., Nikitina T., Kuznetsov B. Heteroskedasticity analysis during operational data processing of radio electronic systems. In: Shukla, S., Unal, A., Varghese Kureethara, J., Mishra, D. K., & Han, D. S. (eds) *Data Science and Security. Lecture Notes in Networks and Systems*. 2021. Vol. 290. P. 168–175. https://doi.org/10.1007/978-981-16-4486-3_18.
 9. Ostroumov I., Kuzmenko N., Sushchenko O., Zaliskyi M., Solomentsev O., Averyanova Yu., Zhyla S., Pavlikov V., Tserne E., Volosyuk V., Dergachov K., Havrylenko O., Shmatko O., Popov A., Ruzhentsev N., Kuznetsov B., Nikitina T. A probability estimation of aircraft departures and arrivals delays. In: Gervasi, O. et al. (eds.) *Computational Science and Its Applications (ICCSA 2021). Lecture Notes in Computer Science*. 2021. Vol. 12950. P. 363–377. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86960-1_26.
 10. Zhyla S., Volosyuk V., Pavlikov V., Ruzhentsev N., Tserne E., Popov A., Shmatko O., Havrylenko O., Kuzmenko N., Dergachov K., Averyanova Yu., Sushchenko O., Zaliskyi M., Solomentsev O., Ostroumov I., Kuznetsov B., Nikitina T. Statistical synthesis of aerospace radars structure with optimal spatio-temporal signal processing, extended observation area and high spatial resolution. *Radioelectronic and Computer Systems*. 2022. No. 1. P. 178–194. <https://doi.org/10.32620/reks.2022.1.14>.
 11. Maksymenko-Sheiko K. V., Sheiko T. I., Lisin D. O., Petrenko N. D. Mathematical and computer modeling of the forms of multi-zone fuel elements with plates. *Journal of Mechanical Engineering – Problemy Mashynobuduvannia*. 2022. Vol. 25. No. 4. P. 31–38. <https://doi.org/10.15407/pmach2022.04.032>.
 12. Hontarovskyi P. P., Smetankina N. V., Ugrimov S. V., Garmash N. H., Melezhyk I. I. Computational studies of the thermal stress state of multilayer glazing with electric heating. *Journal of Mechanical Engineering – Problemy Mashynobuduvannia*. 2022. Vol. 25. No. 2. P. 14–21. <https://doi.org/10.15407/pmach2022.02.014>.
 13. Kostikov A. O., Zevin L. I., Krol H. H., Vorontsova A. L. The optimal correcting the power value of a nuclear power plant power unit reactor in the event of equipment failures. *Journal of Mechanical Engineering – Problemy Mashynobuduvannia*. 2022. Vol. 25. No. 3. P. 40–45. <https://doi.org/10.15407/pmach2022.03.040>.
 14. Rusanov A. V., Subotin V. N., Khoryev O. M., Bykov Yu. A., Korotaiev P. O., Ahibalov Ye. S. Effect of 3D shape of pump-turbine runner blade on flow characteristics in turbine mode. *Journal of Mechanical Engineering – Problemy Mashynobuduvannia*. 2022. Vol. 25. No. 4. P. 6–14. <https://doi.org/10.15407/pmach2022.04.006>.
 15. Hashim F. A., Hussain K., Houssein E. H., Mabrouk M. S., Al-Atabany W. Archimedes optimization algorithm: A new metaheuristic algorithm for solving optimization problems. *Applied Intelligence*. 2021. Vol. 51. P. 1531–1551. <https://doi.org/10.1007/s10489-020-01893-z>.

Надійшла до редакції 25.05.2023