

УДК 539.3

## РОЗРАХУНКОВА ОЦІНКА РОЗВИТКУ ТРІЩИНИ ПРИ ЦИКЛІЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ ПЛАСТИНИ З ВИКОРИСТАННЯМ ПАРАМЕТРІВ РОЗСІЯНИХ ПОШКОДЖЕНЬ МАТЕРІАЛУ

**П. П. Гонтаровський,**

канд. техн. наук

[gontarpp@gmail.com](mailto:gontarpp@gmail.com)

ORCID: 0000-0002-8503-0959

**Н. Г. Гармаш,** канд. техн. наук

[garm.nataly@gmail.com](mailto:garm.nataly@gmail.com)

ORCID: 0000-0002-4890-8152

**І. І. Мележик,** канд. техн. наук

[melezhyk81@gmail.com](mailto:melezhyk81@gmail.com)

ORCID: 0000-0002-8968-5581

**Т. В. Протасова,** канд. техн. наук

[tatyprotasova@gmail.com](mailto:tatyprotasova@gmail.com)

ORCID: 0000-0003-1489-2081

Інститут проблем машинобудування  
ім. А. М. Підгорного НАН України,  
61046, Україна, м. Харків,  
вул. Комунальників, 2/10

*Надійшла робота конструкцій та енергетичних машин пов'язана із забезпеченням термоміцності й довговічності їх елементів і вузлів. Нині на сучасному енергоринку склалася складна ситуація, обладнання працює у важких умовах, як наслідок, воно експлуатується на змінних режимах, що викликає прискорене спрацювання ресурсу. Забезпечення надійного використання енергетичних машин і конструкцій різної складності вимагає розрахункової оцінки термоміцності й довговічності їх елементів, що ґрунтується на застосуванні нових методик і розрахункових моделей з урахуванням ряду важливих факторів, серед яких пошкоджуваність, неоднорідність властивостей матеріалу, вплив нестационарних температурних полів і наявність тріщин. Дана робота присвячена розвитку методики розрахунків росту тріщини в пластинчастих елементах конструкцій при циклічному навантаженні в пружно-пластичній постановаці з використанням концепції накопичення розсіяних пошкоджень у матеріалі. У вершині тріщини моделюються процеси знакозмінного пружно-пластичного деформування й тріщиностійкості матеріалу з використанням даних випробувань на втому гладких зразків. Термонапружений стан конструкції на різних режимах навантаження визначається за допомогою розробленого на основі методу скінченних елементів програмного забезпечення для кількох фіксованих глибин тріщини. У роботі розглянута кінетика поверхневої тріщини в пластині, з обох країв якої симетрично підрастають тріщини при віднольовому циклічному навантаженні розтягуючими напруженнями. Пружно-пластичні задачі розв'язано для випадків плоскої деформації і плоского напруженого стану, отримано амплітуди інтенсивностей деформацій і кількість циклів навантаження залежно від глибини підростання тріщини. Встановлено, що на руйнування матеріалу суттєво впливає вид напруженого стану. Оцінка розвитку тріщин із використанням концепції накопичення розсіяних пошкоджень у матеріалі має переваги для плоских і осесиметричних задач, оскільки не має обмежень для величини пластичної зони і невеликої глибини тріщини. Після деяких удосконалень розрахункова методика може бути використана і для тривимірних задач термопластичності.*

**Ключові слова:** кінетика тріщини, циклічне навантаження, метод скінченних елементів, криві малоциклової втоми.

### Вступ

Оцінка надійності роботи конструкцій, що працюють в умовах інтенсивних термосилових навантажень, пов'язана із забезпеченням термоміцності й довговічності їх елементів [1–4]. При оцінюванні розрахункового ресурсу елементів енергомашин важливе значення має урахування їх живучості при наявності в них тріщини, яка може складати значну частину строку експлуатації [5]. Оцінити кінетику тріщини при циклічному навантаженні дає змогу широке використання положень механіки крихкого руйнування із застосуванням різних модифікацій рівнянь типу Періса [5–8] з урахуванням асиметрії циклу навантаження й ефекту закриття тріщини [9–12]. При застосуванні методик, у яких використовується розмах коефіцієнта інтенсивності напружень для визначення параметрів, що входять до рівняння типу Періса, необхідні довготривалі складні експерименти на спеціальних зразках із тріщиною.

Передусім вкажемо, що процедура експериментальних досліджень в'язкості руйнування при плоскій деформації стандартизована і не потребує спеціальних зразків із тріщиною. Для того, щоб втомина тріщина залишалася гострою, а її вершина не стала тупою, циклічне навантаження не повинно бути

Статтю ліцензовано на умовах Ліцензії Creative Commons «Attribution» («Атрибуція») 4.0 Міжнародна.  
© П. П. Гонтаровський, Н. Г. Гармаш, І. І. Мележик, Т. В. Протасова, 2024

інтенсивним. Товщина зразка має бути значно більшою ніж розмір пластичної зони, щоб зона плоского напруженого стану була відносно малою порівняно із зоною плоскої деформації, інакше ми отримаємо властивості не матеріалу, а зразка. Крім того, необхідно, щоб розмір тріщини був більшим за зону пластичності. Якщо необхідні критерії не виконані, то одержані значення в'язкості не будуть константою для матеріалу.

Інший підхід для розрахунку кінетики тріщини базується на використанні параметрів розсіяних пошкоджень матеріалу в її вершині [13–16]. Так, у [15–16] руйнування матеріалу у вершині тріщини при циклічному навантаженні визначається через амплітуди пружно-пластичних деформацій і криві малоциклової втоми для звичайних циліндричних зразків. Слід відмітити, що при цьому доцільно урахувувати масштабний фактор, оскільки руйнування матеріалу у вершині тріщини відбувається в малому об'ємі, де у порівнянні з гладкими зразками дефекти малоймовірні. З огляду на це кінетика тріщини дещо швидше відбуватиметься при використанні параметрів розсіяних пошкоджень для звичайних зразків, що може давати запас по тріщиностійкості.

У роботі [15] розрахунок кінетики тріщини проводився із застосуванням розв'язання пружної задачі методом скінченних елементів. Розподіл розмаху пружно-пластичних деформацій у вершині тріщини наближено визначався на основі методу Нейбера [17]. У роботі [16] розподіл розмаху пружно-пластичних деформацій на шляху розвитку тріщини одержаний методом скінченних елементів із розв'язання задачі теорії пластичності.

Скінченноелементна дискретизація згущається до вершини тріщини, яка моделюється тонким пропилом [18]. Як показали експериментальні дослідження Р. Б. Хейвуда, при циклічному навантаженні на томну міцність не впливає радіус закруглення у вершині тріщини, менший за 0,1 мм.

У роботі [19] розвиток тріщини в пластинчатих і осесиметричних конструкціях при багаторежимному циклічному навантаженні з урахуванням контакту берегів тріщини визначався на основі використання концепції накопичення розсіяних пошкоджень у матеріалі.

### Постановка задачі дослідження розвитку тріщини

Задача термопластичності розв'язується за допомогою розробленого на основі методу скінченних елементів програмного забезпечення для декількох фіксованих глибин тріщин  $l_k$  з інтервалом 0,5–1,0 см. При цьому скінченні елементи згущаються до вершини тріщини з однаковою закономірністю за законом геометричної прогресії. Розмахи амплітуд інтенсивності пружно-пластичних деформацій у центрах скінченних елементів  $x_m$  на шляху розвитку тріщини задаються у вигляді таблиць  $\Delta\varepsilon_m(x_m, l_{k,j})$  для всіх глибин тріщин  $l_k$  для кожного  $j$ -го режиму навантаження. Враховується відносна частка циклів

$N_j$  кожного  $j$ -го режиму навантаження  $d_{N_j} = \frac{N_j}{N}$  у загальній кількості  $N$  циклів. Шлях розвитку тріщини

ділиться на відрізки  $d_{li}$  довжиною близько 0,1 мм, на яких тріщина підростає стрибкоподібно при руйнуванні матеріалу в її вершині. Епюри амплітуд  $\Delta\varepsilon_m(x_m, l_k)$  інтенсивності пружно-пластичних деформацій в центрах елементів  $d_{li}(x_i)$  на шляху підростання тріщини обчислюються за допомогою квадратичної інтерполяції з використанням таблиці  $\Delta\varepsilon_m(x_m, l_{k,j})$ . Ця операція дозволяє зменшити обчислювальні затрати майже у 100 разів порівняно з розв'язанням задачі методом скінченних елементів для кожного циклу підростання тріщини. Кількість циклів до руйнування  $N_{pj}$  від  $j$ -го режиму навантаження визначається з кривих малоциклової втоми для відповідної температури, які задаються у вигляді таблиць.

Для кожного наступного відрізка  $d_{li}$  підростання тріщини кількість циклів до руйнування зменшується як через зростання амплітуди інтенсивності деформацій при збільшенні тріщини, так і за рахунок накопичених пошкоджень  $\Pi(x_{i+1})$  на шляху підростання тріщини.

Епюри максимальних амплітуд інтенсивностей деформацій для кожної поточної глибини тріщини  $\Delta\varepsilon^a(x_i)$  знаходяться за допомогою квадратичної інтерполяції за трьома сусідніми епюрами  $\Delta\varepsilon^a(x_i, l_{k,j})$  для фіксованих глибин тріщини  $l_k$ . Це доцільно, оскільки вони зростають плавно з глибиною тріщини.

Приріст пошкоджуваності в елементі  $d(x_i)$  за один узагальнений цикл навантаження від усіх  $k_N$  режимів визначається

$$\Delta\Pi(x_i) = \sum_{j=1}^{k_N} \frac{d_{N_j}}{N_{pj}(x_i)}. \quad (1)$$

Кількість циклів до руйнування найближчого елемента  $d_l(x_i)$  до вершини тріщини глибиною  $l_i$

$$N_i = \frac{1 - \Pi(x_i)}{\Delta\Pi(x_i)}, \quad (2)$$

де  $\Pi(x_i)$  – накопичена пошкодженість у вершині тріщини за час її підростання до поточної глибини  $l_i$ .

Пошкодженість в інших точках  $x_i$  на шляху підростання тріщини після руйнування чергового елемента  $d_l(x_i)$  обчислюється за формулою

$$\Pi(x_{i+m}) = \Pi(x_{i+m}) + \Delta\Pi(x_{i+m})N_i; \quad m = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Кількість циклів, за які тріщина досягає глибини  $l$ , знаходиться як сума циклів  $N_i$  від кожного стрибкоподібного підростання тріщини

$$N(l) = \sum_i N_i.$$

Розглянемо пластину шириною 6 см, з обох країв якої симетрично підростають тріщини. Їх початкова глибина дорівнює 0,4 см (рис. 1). Виконано розрахунки кінетики тріщини при віднульовому циклічному навантаженні розтягуючими напруженнями  $\sigma_{z \max} = 300$  МПа. У випадку плоскої деформації та плоского напруженого стану розрахункова схема будується для четвертої частини пластини з виконанням граничних умов симетрії: при  $y=0 - u_z = \tau_{xz} = 0$ , а при  $z=0 - u_x = \tau_{zx} = 0$ .

У випадку тривимірної задачі відповідна розрахункова схема включає  $\frac{1}{8}$  частину пластини з умовами симетрії на її серединній площині  $y=0$ .

Пружні характеристики матеріалу пластини складають: модуль Юнга  $E=200\,000$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\nu=0,3$ . Діаграма деформування матеріалу наведена в табл. 1.

Дані для малоциклової втоми сталей 25Х1М1ФА (Р2МА), 20Х3М3ФА (ЭИ-415А), 15Х1М1ФА [20] у вигляді спеціальних таблиць розміщені в програмному комплексі і можуть бути поповнені новими матеріалами. Дані для сталі Р2МА, які залежать від температури і амплітуди інтенсивності деформації, представлені в табл. 2.

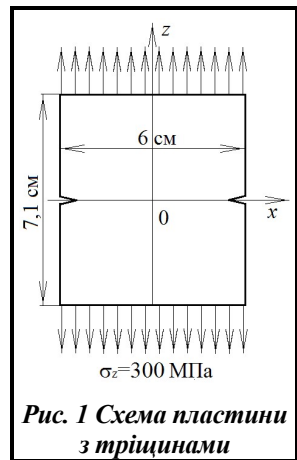


Рис. 1 Схема пластини з тріщинами

Таблиця 1. Діаграма деформування матеріалу

$\sigma_i$ , МПа	400	500	600
$\varepsilon_{ib}$ , %	0,01730	0,04213	0,12600

Таблиця 2. Кількість циклів до руйнування  $N(T, \varepsilon_{ia})$

$T, ^\circ\text{C}$	Амплітуди інтенсивностей деформацій $\varepsilon_{ia}$ , %								
	0,0675	0,0712	0,081	0,09	0,108	0,135	0,18	0,32	9,0
20	$6 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^7$	$4 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$9 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^4$	8000	1,50
400	$1 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^7$	$4 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^5$	$6,8 \cdot 10^4$	$1,5 \cdot 10^4$	4500	1,25
450	$2 \cdot 10^7$	$6 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^4$	6500	2400	1,10
500	$3 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$2,5 \cdot 10^4$	8000	3600	1500	0,90
550	$1 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4$	8500	4500	2000	900	0,80

### Результати розрахункової оцінки розвитку тріщини при циклічному навантаженні

Для отримання кількості циклів для конкретної температури використовується лінійна інтерполяція. Після цього здійснюється квадратична інтерполяція для кількості циклів залежно від амплітуди інтенсивності деформацій в логарифмічних координатах.

Розв'язання пружно-пластичних задач методом скінченних елементів для випадків плоскої деформації і плоского напруженого стану [21] дають амплітуди інтенсивності деформацій на шляху підростання тріщини, представлені в табл. 3. У першій колонці наведено аргументи  $x_m$  (в см) епюр амплітуд інтенсивності деформацій в центрах скінченних елементів, починаючи з вершини тріщини, а в наступних трьох колонках – амплітуда інтенсивності деформації (в %) для трьох початкових глибин тріщини для

випадку плоскої деформації, далі – аналогічні дані для плоского напруженого стану. Як видно із таблиці, при однакових напруженнях  $\sigma_z$  на краях пластини інтенсивність деформацій у випадку плоского напруженого стану значно більша за амплітуду інтенсивностей деформацій у випадку плоскої деформації.

Кількість циклів навантаження  $N(l)$  залежно від глибини підростання тріщини від 4 до 12 мм у випадку плоскої деформації і плоского напруженого стану наведено в табл. 4, де  $\Delta N(l)$  – кількість циклів при зрушенні тріщини на величину 0,1 мм.

**Таблиця 3. Амплітуди інтенсивності деформацій у центрах скінченних елементів на шляху підростання тріщини**

$x_m$ , см	Плоска деформація			Плоский напружений стан		
	$l_k=0,4$ см	$l_k=0,8$ см	$l_k=1,2$ см	$l_k=0,4$ см	$l_k=0,8$ см	$l_k=1,2$ см
0,00500	0,4717	0,7848	1,1165	1,0750	1,7150	2,3196
0,01550	0,0788	0,1276	0,1930	0,5090	0,8373	1,1339
0,02704	0,0632	0,0648	0,0968	0,3840	0,6543	0,8937
0,03975	0,0643	0,0571	0,0641	0,2920	0,5117	0,7021
0,05264	0,0623	0,0564	0,0573	0,2350	0,4237	0,5833
0,06731	0,0668	0,0569	0,0499	0,1940	0,3561	0,4925
0,08712	0,0707	0,0572	0,0477	0,1530	0,2946	0,4074
0,13860	0,0617	0,0571	0,0460	0,1048	0,2394	0,3272
0,15000	0,0577	0,0595	0,0477	0,0725	0,1868	0,2530
0,19868	0,0530	0,0624	0,0556	0,0644	0,1193	0,1877
0,26470	0,0510	0,0551	0,0657	0,0594	0,0684	0,1236
0,35530	0,0516	0,0534	0,0641	0,0551	0,0686	0,0714
0,45700	0,0531	0,0504	0,0576	0,0548	0,0746	0,0619

**Таблиця 4. Кількість циклів навантаження  $\Delta N(l)$  при зрушенні тріщини на величину 0,1 мм і кількість циклів  $N(l)$  залежно від глибини підростання тріщини**

$l$ , мм	Плоска деформація		Плоский напружений стан	
	$\Delta N(l)$	$N(l)$	$\Delta N(l)$	$N(l)$
4	418,9	418,9	78,50	78,5
4,5	355,1	2312	41,30	318
5	305,5	3935	33,60	501
5,5	265,2	5338	28,90	654
6	232,0	6562	25,10	786
6,5	204,5	7638	22,10	903
7	181,5	8589	19,60	1006
7,5	162,0	9437	17,50	1097
8	145,3	10196	15,80	1179
8,5	130,9	10878	14,30	1254
9	118,5	11495	13,10	1322
9,5	107,6	12054	12,00	1384
10	98,1	12563	11,10	1441
10,5	89,7	13028	10,30	1494
11	82,3	13454	9,57	1543
11,5	75,8	13920	8,93	1589
12	69,9	14206	8,37	1632

У випадку плоскої деформації у вершині тріщини напружено-деформований стан близький до всебічного розтягування (має місце шаровий тензор напружень значної величини). Тому інтенсивність напружень помітно менша за величину розтягуючих напружень, і на кінетику тріщини поряд із деформаціями зсуву відчутно впливають деформації відриву. Таким чином, на руйнування матеріалу суттєво впливає вид напруженого стану.

У пластині заданої товщини амплітуди інтенсивності деформації біля вершини тріщини приймають максимальні значення на невеликій відстані від поверхні, але вони значно менші за значення при плоскому напруженому стані і дещо менші, ніж при плоскій деформації.

Кількість циклів навантаження  $N(l)$  залежно від підростання тріщини від 4 до 12 мм для пластин товщиною  $h=2,8$  мм і  $h=10$  мм наведено в табл. 5.

Таблиця 5. Кількість циклів навантаження  $N(l)$  залежно від підростання тріщини

$l, \text{ мм}$	$h=2,8 \text{ мм}$			$h=10 \text{ мм}$		
	$y=0,1 \text{ мм}$	$y=0,5 \text{ мм}$	$y=1,4 \text{ мм}$	$y=0,1 \text{ мм}$	$y=0,7 \text{ мм}$	$y=5 \text{ мм}$
4	369	220	179	439	265	289
4,5	1827	1015	900	2219	1267	1571
5	3073	1672	1491	3776	2106	2675
5,5	4126	2231	1981	5151	2833	3629
6	5048	2709	2381	6381	3468	4457
6,5	5852	3119	2706	7487	4029	5180
7	6552	3472	2974	8490	4529	5812
7,5	7166	3778	3198	9403	4977	6369
8	7706	4045	3390	10238	5382	6860
8,5	8184	4281	3557	11007	5750	7295
9	8608	4489	3703	11717	6087	7682
9,5	8987	4674	3833	12375	6396	8027
10	9327	4840	3949	12988	6683	8335
10,5	9632	4988	4054	13560	6949	8611
11	9906	5122	4148	14095	7197	8857
11,5	10151	5241	4234	14597	7428	9077
12	10371	5349	4312	15070	7646	9274

## Висновки

Із використанням концепції накопичення розсіяних пошкоджень у матеріалі виконано розрахункову оцінку кінетики тріщини при віднульовому циклічному навантаженні розтягуючими напруженнями для пластини, з обох країв якої симетрично підростають тріщини. Амплітуди інтенсивностей деформацій одержано у результаті розв'язання за допомогою розробленого на основі методу скінченних елементів програмного забезпечення пружно-пластичних задач для випадків плоскої деформації і плоского напруженого стану. Залежно від глибини підростання тріщини визначено кількість циклів навантаження. Отримані результати показали, що на руйнування матеріалу суттєво впливає вид напруженого стану.

Нерівномірний розподіл інтенсивності амплітуди деформації по товщині пластини поблизу вершини тріщини у випадку тривимірної задачі [22] не дозволяє коректно розглядати кінетику тріщини, оскільки її фронт біля серединної площини випереджає вихід на поверхню пластини. У той саме час тріщина в товстій пластині підростає повільніше, ніж у тонкій.

Оцінка розвитку тріщин із використанням параметрів розсіяних пошкоджень матеріалу має суттєві переваги у випадку плоскої і осесиметричної задач, оскільки не накладає обмежень на величину пластичної зони і малу глибину тріщини. Крім того, після деяких удосконалень її можна буде використати і для розв'язання тривимірних задач термопластичності.

## Фінансування

Результати цієї статті частково отримано у рамках виконання НДР за Цільовою науково-технічною програмою оборонних досліджень НАН України на 2020–2024 рр., код програмної класифікації видатків (КПКВК) 6541230 (прикладні дослідження).

## Література

- Gontarovskiy P., Garmash N., Melezhyk I. Numerical modeling of dynamic processes of elastic-plastic deformation of axisymmetric structures. In: Altenbach H., et al. *Advances in Mechanical and Power Engineering. CAMPE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Cham: Springer, 2023. P. 334–342. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-18487-1\\_34](https://doi.org/10.1007/978-3-031-18487-1_34).
- Hontarovskiy P. P., Smetankina N. V., Garmash N. H., Melezhyk I. I. Analysis of crack growth in the wall of an electrolyser compartment. *Journal of Mechanical Engineering – Problemy Mashynobuduvannia*. 2020. Vol. 23. No. 4. P. 38–44. <https://doi.org/10.15407/pmach2020.04.038>.

3. Hontarovsky P. P., Smetankina N. V., Ugrimov S. V., Harmash N. H., Melezhyk I. I. Simulation of the crack resistance of ion-exchange strengthened silicate glass subject to bending strain. *International Applied Mechanics*. 2022. Vol. 58. Iss. 6. P. 715–724. <https://doi.org/10.1007/s10778-023-01195-0>.
4. Alyokhina S., Kostikov A., Smetankina N., Gontarovskiy P., Garmash N., Melezhyk I. Methodology for determining the thermal and thermal-stress states of a concrete storage container for spent nuclear fuel for assessment of its service life. *Nuclear and Radiation Safety*. 2021. No. 4 (92). P. 33–39. [https://doi.org/10.32918/nrs.2021.4\(92\).05](https://doi.org/10.32918/nrs.2021.4(92).05).
5. Визначення розрахункового ресурсу та оцінка живучості роторів і корпусних деталей турбін. Методичні вказівки: СОУ- Н МЕВ 40.1–21677681– 52:2011 / М. Г. Шульженко, П. П. Гонтаровський, Ю. І. Матюхін, І. І. Мележик, О. В. Пожидаєв. Київ: ОЕП «ГРІФРЕ»: Міністерство енергетики та вугільної промисловості України, 2011. 42 с.
6. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. Москва: Наука, 1974. 640 с.
7. Kumar P. Elements of Fracture Mechanics. New Delhi: Tata McGraw Hill Publication, 2009. 290 p.
8. ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section XI, Appendix A, The American Society of Mechanical Engineers, New York, Addenda, 1990.
9. Bloom J. M. An approach to account for negative R-ratio effects in fatigue crack growth calculations for pressure vessels based on crack closure concepts. *Journal of Pressure Vessel Technology*. 1994. Vol. 116. Iss. 1. P. 30–35. <https://doi.org/10.1115/1.2929555>.
10. Alshoaiibi A. M., Fageehi Y. A. Numerical analysis on fatigue crack growth at negative and positive stress ratios. *Materials*. 2023. Vol. 16. Article 3669, 14 p. <https://doi.org/10.3390/ma16103669>.
11. Wu X. R., Newman J. C., Zhao W., Swain M. H., Ding C. F., Phillips E. P. Small crack growth and fatigue life predictions for high-strength aluminium alloys: Part I: experimental and fracture mechanics analysis. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 1998. Vol. 21. Iss. 11. P. 1289–1306. <https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.1998.00080.x>.
12. Newman J. C., Wu X. R., Swain M. H., Zhao W., Phillips E. P., Ding C. T. Small-crack growth and fatigue life predictions for high-strength aluminium alloys. Part II: crack closure and fatigue analyses. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 2000. Vol. 23. Iss. 1. P. 59–72. <https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.2000.00242.x>.
13. Ellyin F. Fatigue damage, crack growth and life prediction. Dordrecht: Springer, 1997. 470 p. <https://doi.org/10.1007/978-94-009-1509-1>.
14. Ferreira S. E., Pinho de Castro J. T., Meggiolaro M. A. Fatigue crack growth predictions based on damage accumulation ahead of the crack tip calculated by strip-yield procedures. *International Journal of Fatigue*. 2018. Vol. 115. P. 89–106. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2018.03.001>.
15. Шульженко М. Г., Гонтаровський П. П., Гармаш Н. Г., Мележик І. І. Розрахункове дослідження розвитку тріщини при циклічному навантаженні з використанням параметрів розсіяних пошкоджень. *Вісник Тернопільського національного технічного університету*. 2013. Т. 71. № 3. С. 197–204.
16. Шульженко М. Г., Гонтаровський П. П., Гармаш Н. Г., Мележик І. І. Оцінка розвитку тріщини при циклічному навантаженні пластинчатих елементів із використанням параметрів розсіяних пошкоджень матеріалу. *Вісник НТУ «ХПИ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування*. 2017. № 9 (1231). С. 41–44. <https://doi.org/10.20998/2078-774X.2017.09.06>.
17. Поспишил Б., Квитка А. Л., Третьяченко Г. Н., Кравчук Л. В., Курият Р. И., Семенов Г. Р., Ворошко П. П. Прочность и долговечность элементов энергетического оборудования. Киев: Наук. думка, 1987. 216 с.
18. Мележик І. І. Розвиток та використання методики розрахункової оцінки живучості високотемпературних елементів енергомашин з тріщинами: автореф. дис... канд. техн. наук: 05.02.09. Харків, 2008. 20 с.
19. Шульженко М. Г., Гонтаровський П. П., Гармаш Н. Г., Мележик І. І. Розрахункова оцінка розвитку тріщини з контактуючими берегами в плоских елементах конструкцій. *Вісник Запорізького національного університету*. 2017. № 1. С. 365–374.
20. РТМ 108.021.103–85. Детали паровых стационарных турбин. Расчет на малоцикловую усталость. Москва, 1986. 48 с.
21. Подгорный А. Н., Гонтаровский П. П., Киркач Б. Н., Матюхин Ю. И., Хавин Г. Ю. Задачи контактного взаимодействия элементов конструкций. Киев: Наук. думка, 1989. 232 с.
22. Шульженко Н. Г., Гонтаровский П. П., Зайцев Б. Ф. Задачи энергетических агрегатов. Харьков: ХНАДУ, 2011. 444 с.

Надійшла до редакції 10.04.2024