

УДК 621.3.013

## БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ СТОХАСТИЧНОГО РОБАСТНОГО КЕРУВАННЯ СИСТЕМОЮ СТЕЖЕННЯ

<sup>1</sup> **Б. І. Кузнецов**, д-р техн. наук  
[kuznetsov.boris.i@gmail.com](mailto:kuznetsov.boris.i@gmail.com)  
ORCID: 0000-0002-1100-095X

<sup>1</sup> **І. В. Бовдуй**, канд. техн. наук  
[ibovduj@gmail.com](mailto:ibovduj@gmail.com)  
ORCID: 0000-0003-3508-9781

<sup>1</sup> **О. В. Волошко**, канд. техн. наук  
[vinichenko.e.5@gmail.com](mailto:vinichenko.e.5@gmail.com)  
ORCID: 0000-0002-6931-998X

<sup>2</sup> **Т. Б. Нікітіна**, д-р техн. наук  
[tatjana55555@gmail.com](mailto:tatjana55555@gmail.com)  
ORCID: 0000-0002-9826-1123

<sup>2</sup> **Б. Б. Кобилянський**, канд. техн. наук  
[nnppiiipa@ukr.net](mailto:nnppiiipa@ukr.net)  
ORCID: 0000-0003-3226-5997

<sup>1</sup> Інститут енергетичних машин і систем  
ім. А. М. Підгорного НАН України,  
61046, Україна, м. Харків,  
вул. Комунальників, 2/10

<sup>2</sup> Бахмутський навчально-науковий  
професійно-педагогічний інститут  
Харківського національного  
університету імені В. Н. Каразіна,  
84511, Україна, м. Бахмут, вул. Носакова, 9а

Розроблено багатокритеріальну оптимізацію стохастичного робастного керування з двома ступенями свободи системою стеження з анізотропійними регуляторами для підвищення точності й зниження чутливості до невизначених параметрів об'єкта. Такі об'єкти розташовані на рухомій основі, на якій встановлені датчики кутів, кутових швидкостей і кутових прискорень. Підвищення точності керування з двома ступенями свободи включає керування із зворотним зв'язком і замкнутим контуром і керування із прямим зв'язком і розімкненим контуром за допомогою використання задаючих та збурюючих впливів. Багатокритеріальна оптимізація стохастичного робастного керування системи стеження з двома ступенями свободи із анізотропійними регуляторами зведена до ітеративного рішення системи з чотирьох пов'язаних рівнянь Ріккаті, рівняння Ляпунова та визначення анізотропійної норми системи по виразу спеціального вигляду, який чисельно вирішується за допомогою методу гомотопії, що включає векторизацію матриць та ітерації за методом Ньютона. Вектор цілі робастного керування обчислюється в вигляді рішення векторної гри, векторні виграші якої – це прями показники якості, яких має досягти система в різних режимах її роботи. Розрахунок векторних виграшів цієї гри пов'язаний із моделюванням синтезованої системи з анізотропійними регуляторами для різних режимів роботи з різними вхідними сигналами і значеннями параметрів об'єкта. Рішення цієї векторної гри розраховуються на основі множини Парето-оптимальних рішень з урахуванням бінарних відношень переваг на основі метаевристичного алгоритму багатороевої оптимізації Архімеда. На основі результатів синтезу стохастичного робастного керування системи стеження з двома ступенями свободи з анізотропійними регуляторами показано, що використання синтезованих регуляторів дозволило підвищити точність керування системою, зменшити час перехідних процесів у 3–5 разів, зменшити дисперсію помилок у 2,7 рази, знизити чутливість системи до зміни параметрів об'єкта у порівнянні з типовими регуляторами.

**Ключові слова:** система, стеження, стохастичне робастне керування, багатокритеріальна оптимізація.

### Вступ

Системи стеження є одним з основних елементів технологічних процесів машинобудування, енергетики, металургії, транспорту та інших галузей промисловості. Переважна більшість методів теорії управління створена і апробована стосовно таких систем. Теорія автоматичного керування пройшла довгий шлях від найпростіших систем до сучасних цифрових робастних контролерів, здатних забезпечити високу точність керування в умовах збурень у широкому діапазоні частот. Вирішення проблеми забезпечення високої точності систем стеження стримується двома основними факторами, а саме наявністю, по-перше, пружних елементів у механічних передачах від виконавчого двигуна до робочого органу, що зумовлює необхідність представлення моделі системи двигун – робочий механізм як дво-, три- та багатомасової [1], по-друге, навантаження з нелінійною характеристикою, що зумовлює виникнення труднощів у реалізації плавного руху виконавчих механізмів [2]. Такі системи стеження утворюють клас систем з інтервальною невизначеністю частини параметрів, що призводить до необхідності замість

однієї системи розглядати цілий клас систем, параметри яких знаходяться в заданій області [3]. Характерною особливістю цього класу систем стеження є також невизначеність параметрів зовнішніх збурень [4–6]. Крім того, існує багато можливих режимів роботи систем стеження, що свідчить про багатопільове їх призначення. Ще однією особливістю розглянутого класу систем стеження є наявність обмежень на змінні стану й керування, які не дозволяють досягати високої точності керування [7–9].

Наявність багатьох різноманітних цілей управління зумовлює потребу у висуненні відповідних вимог до критеріїв якості керованих процесів [10]. Як правило, певні вимоги висувуються, коли система працює в перехідних процесах із невеликими рухами. Як критерії якості перехідних процесів використовуються час першого узгодження, час регулювання, перерегулювання тощо. У перехідних процесах з великими переміщеннями використовуються ті ж критерії якості перехідних процесів, що і для малих переміщень, але їх значення можуть істотно відрізнятись.

Крім того, в усталених режимах при обробці або компенсації гармонійних і випадкових сигналів, а також при русі з малою швидкістю використовуються власні критерії якості роботи систем керування. Таким чином, наступною особливістю задач синтезу системи керування, що розглядаються, є багатокритеріальна оцінка якості керованих процесів.

Характерним режимом роботи багатьох систем управління є відпрацювання випадкових впливів, що задають, або компенсація випадкових зовнішніх обурювальних впливів широкого спектру частот. Останнім часом інтенсивно розвивається теорія стохастичного робастного управління [9–10]. На сучасному етапі основою даної теорії виступають методи мінімізації анізотропійної норми, яка є ефективним показником якості системи за наявності невизначеностей в описі об'єкта управління. Системи стохастичного робастного керування мають низку переваг. По-перше, вони робастно стійкі, тобто зберігають стійкість за зміни параметрів об'єкта управління у межах. По-друге, вони мають істотно меншу чутливість до зміни параметрів об'єкта управління порівняно з оптимальними стохастичними системами, незважаючи на те, що динамічні характеристики стохастичних робастних систем можуть незначно відрізнятись від відповідних характеристик оптимальних стохастичних систем. З огляду на це питання проектування систем управління з невизначеними параметрами об'єкта управління, які працюють при випадкових і обурювальних впливах, актуальні. Істотне підвищення точності керування багатомасовими електромеханічними системами з невизначеними параметрами можливе при застосуванні спеціальних алгоритмів управління, у тому числі робастних методів, які зберігають свою працездатність при невизначеності параметрів об'єкта управління і зовнішніх впливів.

**Метою роботи** є розробка методу багатокритеріальної оптимізації стохастичного робастного керування системою стеження таким чином, щоб система, яка синтезована, задовольняла всім вимогам при її роботі в різних режимах.

### Синтез стохастичного робастного керування

Центральною проблемою сучасної теорії та практики робастного управління є створення систем, здатних ефективно функціонувати в умовах невизначеності значень параметрів, а можливо, і структури моделей об'єкта управління, а також впливах, що збурюють сигнали управління, і мають перешкоди з вимірювання. На сучасному етапі розвитку теорії систем автоматичного управління виникає необхідність знайти таке управління в умовах неповного, нечіткого і неточного знання характеристик об'єкта управління й навколишнього середовища, в якому функціонує цей об'єкт, тому що практика проектування й експлуатації систем управління промисловими об'єктами показала, що системи, синтезовані за критеріями модульного і симетричного оптимумів, а також за квадратичним критерієм якості, чутливі до змін як параметрів об'єкта управління, характеристик вхідних, впливів, що збурюють, так і структури і параметрів моделі об'єкта управління, яка використовується в контурах управління.

Стохастичний підхід до  $H_\infty$  – оптимізація систем автоматичного керування на основі використання критерію якості стохастичної норми системи. Ця норма кількісно характеризує чутливість виходу системи до випадкових вхідних збурень, розподіл ймовірностей яких точно невідомий. Конкретизація цього підходу отримана шляхом поєднання поняття стохастична норма системи і анізотропія середнього сигналу [9–10], що призводить до особливого варіанта стохастичної норми – анізотропної норми.

Середня анізотропія – це характеристика просторово-часового забарвлення стаціонарного гаусового сигналу, яка тісно пов'язана, з одного боку, з інформаційно-теоретичним підходом до кількі-

сного опису хаосу за допомогою Колмогоровської ентропії розподілу ймовірностей, а з другого – до принципу ізотропії скінченновимірною Евклідового простору.

Анізотропна норма системи характеризує її чутливість до вхідного гаусового шуму, середня анізотропія якого обмежена зверху деяким невід’ємним параметром. Синтез анізотропних регуляторів пов’язаний з мінімізацією анізотропної норми вектора мети робастного керування. У цьому випадку фактично використовується комбінація стохастичної норми системи і середньої анізотропії випадкового сигналу, що призводить до одного з варіантів стохастичної норми, який називається анізотропною нормою. Задача визначення анізотропної норми системи керування зводиться до розв’язування рівнянь Ріккати й Ляпунова, а задача синтезу системи, що мінімізує анізотропну норму, – до синтезу двох рівнянь Ріккати, рівняння Ляпунова й одного алгебраїчного рівняння.

Запишемо аналогічно рівняння стану, вектор цілі  $\bar{z}(t)$  і вектор вимірюваного виходу  $\bar{y}(t)$  у стандартній формі, яка прийнята в теорії  $H_\infty$  робастного управління

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = A\bar{x}(t) + B_1\bar{w}(t) + B_2\bar{u}(t); \quad (1)$$

$$\bar{z}(t) = C_1\bar{x}(t) + D_{11}\bar{w}(t) + D_{12}\bar{u}(t); \quad (2)$$

$$\bar{y}(t) = C_2\bar{x}(t) + D_{21}\bar{w}(t) + D_{22}\bar{u}(t). \quad (3)$$

де  $\bar{w}(t)$  – вектор зовнішніх збурень.

При описі системи у просторі станів у вигляді матриць  $A, B, C$  і  $D$  анізотропна норма цільового вектора цілі визначається виразом [9–10]

$$\bar{A}(G) = -\frac{1}{2} \ln \det \left( \frac{m \Sigma}{\text{Trace}(LPL^T + \Sigma)} \right), \quad (4)$$

де  $P \in R^{n \times n}$ ;  $G$  – грамміан керування, який задовольняє рівнянню Ляпунова

$$P = (A + BL)P(A + BL)^T + B \Sigma B^T. \quad (5)$$

Матриці  $\Sigma$  і  $L$  визначаються рівняннями Ріккати відносно матриці  $R \in R^{n \times n}$

$$R = A^T R A + q C^T C + L^T \Sigma^{-1} L, \quad (6)$$

де

$$L = \Sigma (B^T R A + q D^T C); \quad \Sigma = (I_m - B^T R B - q D^T D)^{-1}.$$

Анізотропна норма сигналу, тобто числової послідовності, й анізотропна норма системи, поперше, розраховуються за різними формулами, а по-друге, мають різний фізичний зміст. Середня анізотропія сигналу дорівнює нулю, якщо дискретна послідовність є «білим шумом» Гауса з одиничною коваріаційною матрицею. Анізотропна норма системи характеризує не анізотропію дискретних послідовностей на вході й виході системи, а рівну чутливість системи в середньому до випадкових вхідних послідовностей із середнім рівнем анізотропії. Причому анізотропна норма системи при нульовій анізотропії  $a=0$  вхідної дискретної послідовності дорівнює нормі системи  $H_2$ , а при нескінченній анізотропії  $a \rightarrow \infty$  вхідної дискретної послідовності – нормі системи  $H_\infty$ .

Таким чином, якщо значення анізотропії вхідної дискретної системи знаходиться в межах  $0 < a < \infty$ , то значення анізотропної норми системи обмежене значеннями  $H_2$  і  $H_\infty$  нормами системи.

При нульовій середній анізотропії вхідного сигналу синтез оптимального регулятора, що мінімізує анізотропну норму системи, зводиться до розв’язання двох рівнянь Ріккати. Такий оптимальний анізотропний регулятор відповідає оптимальному регулятору, який мінімізує дисперсію вихідного сигналу, і фактично є лінійно-квадратичним регулятором.

При нульовій середній анізотропії вхідного сигналу, що відповідає сигналу типу «білого шуму», анізотропний регулятор є оптимальним стохастичним регулятором, який мінімізує норму  $H_2$ .

Із нескінченною середньою анізотропією вхідного сигналу, що відповідає повністю визначеному детермінованому сигналу, анізотропний контролер є оптимальним детермінованим надійним

контролером, який мінімізує норму. При середній анізотропії вхідного сигналу в діапазоні  $0 < a < \infty$  анізотропне керування займає проміжне положення між керуваннями, що мінімізують  $H_2$  і  $H_\infty$  норми.

Управління системою при наявності зовнішніх збурень розглядається як диференціальна гра між двома гравцями – природою й регулятором. Оптимальною стратегією першого гравця, регулятора, є отримання оптимального керування, а оптимальною стратегією другого гравця, природи, – отримання «найгіршого» збурення у вигляді параметричної невизначеності об'єкта керування [9–10]. Крім того, кожен із гравців знає оптимальну стратегію свого суперника. Другий гравець реалізує свою оптимальну стратегію наступним чином: щоб створити «найгірше» збурення, природа бере копію системи й організовує власну пам'ять без зворотного зв'язку, що дозволяє їй отримувати інформацію про внутрішній стан замкнутої системи, яка формується внутрішнім станом системи і внутрішнім станом контролера.

Подібним чином поводитьься і перший гравець – регулятор. Намагаючись передбачити оптимальну стратегію другого гравця, він оцінює «найгірший» вхід на основі інформації, яку отримує, спостерігаючи за виходом системи. Якщо припустити, що на вхід надійшов «найгірший» сигнал, контролер організовує динамічний зворотний зв'язок на виході, що забезпечує максимальний коефіцієнт зменшення цієї завади.

У цілому задача синтезу робастного анізотропійного регулятора й робастного анізотропійного спостерігача є мінімаксними задачами, а їх рішеннями є відповідні сідлові точки у просторі параметрів. У даному випадку необхідно знайти «найкращі» регулятори й спостерігачі, за допомогою яких мінімізуються анізотропні норми цільового вектора замкнутої системи й вектора помилки спостерігача відповідно до виграшів контролера і спостерігача.

Щоб забезпечити стійкість, ці регулятори і спостерігачі повинні бути знайдені для «найгірших» випадків, при яких анізотропні норми вектора цілі замкнутої системи та вектора похибки спостерігача максимізуються відповідно до вектора невизначеності моделі вихідного об'єкта керування й вектора шуму при вимірюванні вектора виходу системи. Необхідними умовами для відповідних мінімумів і максимумів цих сідлових точок у просторі параметрів і сигналів є чотири рівняння Ріккати [9–10].

Перше рівняння Ріккати пов'язане з пошуком «найгіршого» входу системи – максимізації анізотропної норми замкнутої системи за допомогою вхідного вектора для реалізації «найгіршого» випадку за допомогою вектора параметричної невизначеності моделей вихідного об'єкта управління і зовнішніх впливів

$$\tilde{Y} = A_t^T \tilde{Y} A_t + L_t^T \Pi L_t + Q, \quad (7)$$

де

$$L_t = \Pi^{-1} F_t^T \tilde{Y} A_t; \quad \Pi = \Gamma - F_t^T \tilde{Y} F_t.$$

Друге рівняння Ріккати пов'язане з пошуком «найгіршого» сигналу при синтезі анізотропійного спостерігача, який максимізує анізотропну норму замкнутої системи щодо вектора сигналу, щоб реалізувати найгірший випадок невизначеності сигналу вектора шуму вимірювання вихідного сигналу

$$R = A_\omega^T R A_\omega + q C_\omega^T C_\omega + L^T \Sigma^{-1} L, \quad (8)$$

де

$$L = \Sigma (B_\omega^T R A_\omega + q D_\omega^T C_\omega); \quad \Sigma = (I_{m1} - B_\omega^T R B_\omega)^{-1}.$$

Третє рівняння Ріккати пов'язане з синтезом анізотропійного спостерігача, який мінімізує анізотропійну норму вектора помилки спостерігача з матриці підсилення спостерігача

$$S = \tilde{A}_{11} S \tilde{A}_{11}^T + \tilde{B}_1 \tilde{B}_1^T - \Lambda \Theta \Lambda^T, \quad (9)$$

де

$$\Theta = \tilde{C}_{21} S \tilde{C}_{21}^T + \tilde{D} \tilde{D}^T; \quad \Lambda = (\tilde{A}_{11} S \tilde{C}_{21}^T + \tilde{B}_1 \tilde{D}^T) \Theta^{-1}.$$

Четверте рівняння Ріккати пов'язане з синтезом анізотропійного регулятора, який мінімізує анізотропійну норму вектора цілі замкнутої системи за допомогою матриці підсилення контролера

$$T = A_u^T T A_u + C_u^T C_u - N^T \Psi N, \quad (10)$$

де

$$\Psi = B_u^T T B_u + D_{12}^T D_{12}, \quad N = -\Psi^{-1} (B_u^T T A_u + D_{12}^T C_u).$$

Застосування стохастичних робастних регуляторів, які синтезовані за змішаним критерієм, що включає норми  $H_2$  і  $H_\infty$ , дозволяє отримати системи з достатньо високими динамічними характеристиками при низькій чутливості до зміни параметри і структуру об'єктів. Однак питання вибору параметра толерантності, що характеризує зв'язок між  $H_2$  і  $H_\infty$  нормами, вирішується на інтуїтивному рівні. Чим ближче система до оптимальної норми  $H_2$ , тим більш чутлива вона до змін параметрів і структури моделей об'єктів управління й зовнішніх впливів. Чим ближче синтезована система до оптимальної за нормою  $H_\infty$ , тим меншу точність вона має, оскільки проявляє надмірну «обережність» і розрахована на роботу в найнесприятливіших умовах.

Одним із коректних підходів до обґрунтованого вибору змішаного критерію, який включає  $H_2$  і  $H_\infty$  норми, є побудова анізотропійних регуляторів. При стохастичному підході до синтезу управління як критерій оптимальності системи використовується стохастична норма системи.

Принцип розподілу в задачі змішаного робастного керування не означає незалежності рівнянь Ріккати. На відміну від класичних задач оптимізації, задача синтезу оцінки й задача синтезу оптимального статичного регулятора в формі зворотного зв'язку не можуть бути розв'язані незалежно одна від одної. Цей узагальнений принцип розподілу дозволяє інтерпретувати отримані результати з точки зору теорії диференціальних ігор.

### Математична модель системи стеження

Найбільш простою моделлю системи стеження є модель двомасової електромеханічної системи, схема якої показана на рис. 1. При цьому кінематичний зв'язок від валу приводного двигуна до валу робочого органу представляється в вигляді двох моментів інерції двигуна і робочого органу, пов'язаних нелінійним пружним елементом. Крім того, на валах приводного двигуна й робочого органу врахована наявність нелінійної залежності сухого тертя в функції швидкості [11–14]. Незважаючи на широке застосування приводів змінного струму, у системах стеження продовжують експлуатуватися приводи постійного струму в зв'язку з їх істотно меншою вартістю в порівнянні з приводами змінного струму.

Запишемо математичну модель нелінійної електромеханічної системи стеження з врахуванням моделей виконавчих двигунів і датчиків як об'єктів робастної системи керування з вектором стану  $x(t)$  в стандартній формі рівняння стану

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t), \omega(t), \eta(t)), \quad (11)$$

де  $u(t)$  – керування;  $\omega(t)$  і  $\eta(t)$  – вектори зовнішнього сигналу та параметричних збурень;  $f$  – нелінійна функція.

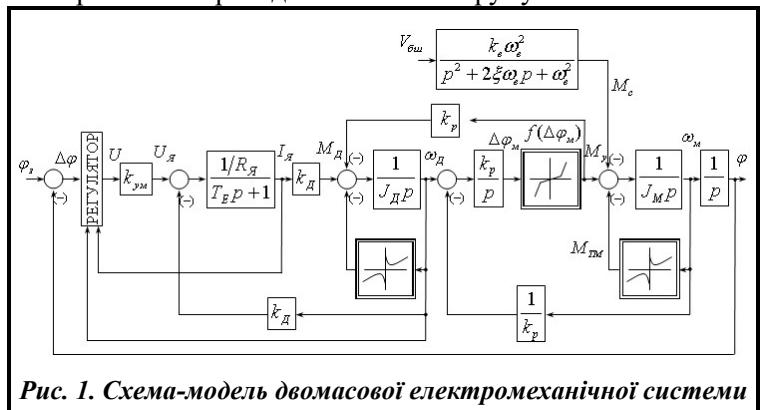


Рис. 1. Схема-модель двомасової електромеханічної системи

Математична модель (11) враховує нелінійні фрикційні залежності від валів приводного двигуна, обертових частин редуктора й установки, зазор між зубцями ведучої та веденої шестерень, обмеження на керування, струм крутний момент і швидкість двигуна, а також момент інерції об'єкту.

Вимірний вихідний вектор вихідної системи

$$y(t) = Y(x(t), \omega(t), u(t)) \quad (12)$$

формується різними датчиками, які вимірюють кут, швидкість і прискорення об'єкта [3].

Введемо вектор цілі робастного управління

$$z(x(t), u(t), \eta(t)) = Z(x(t), u(t), \eta(t)) \quad (13)$$

де  $Z$  – нелінійна функція.

### Багатокритеріальний синтез анізотропійних регуляторів

Динамічні властивості нелінійної системи стеження визначаються математичною моделлю об'єкта керування (11), вимірювальних пристроїв (12) і синтезованими анізотропійними регуляторами (7)–(10). Системи стеження встановлюються на рухому основу. Існують окремі вимірювальні системи опорних і збурюючих впливів. Тому системи стеження є системами з двома ступенями свободи з поєд-

нанням принципів розімкнутого й замкнутого керування. Для обчислення керування використовується інформація про опорні й збурюючі впливи для отримання мінімуму похибок у відпрацьованні системою задаючих впливів і компенсації збурювань. Умови інваріантності таких систем зводяться до мінімізації норм передатних функцій похибки системи відповідно до еталонів і збурюючих впливів. До систем стеження висувають різні вимоги до їх роботи в різних режимах [1–3]. Накладаються певні обмеження на якість перехідних процесів – час першого узгодження, час регулювання, перерегулювання тощо. Дисперсія похибки стеження також обмежується. Повинні бути виконані обмеження на змінні стану й керування. І ще однією вимогою до систем стеження є обмеження помилки відпрацьовання задаючих і компенсація збурюючих впливів у вигляді гармонійних сигналів однієї частоти або декількох характерних робочих частот, а також діапазону робочих частот, в якому слід виконувати певні умови. Для систем стеження характерним режимом роботи є рух на малих швидкостях або реалізація малих переміщень, для цього режиму плавність руху задається у вигляді відповідних критеріїв. Причинами непланового руху робочого органу на малих швидкостях є наявність нелінійностей типу «сухого тертя» у приводах і робочих органах і пружних елементах між виконавчим двигуном і робочим органом, що призводить до зривних коливань рухомих частин приводу і робочого органу, що супроводжується зупинками і зривами рухомих частин щодо положення упорів [9–10].

Динамічні характеристики синтезованої системи, що включає нелінійний об'єкт (11)–(12), який замкнуто анізотропійним робастним регулятором (10) і анізотропійним робастним спостерігачем (9), визначаються моделлю системи керування, параметрами вимірювальних пристроїв (12) і вектором цілі (2). Для коректного визначення вектора цілі (2) введемо вектор невідомих параметрів, які є матрицями, за допомогою яких обчислюється вектор цілі (2).

Розглянемо багатокритеріальну гру

$$J(R, G, \eta) = \llbracket J_1(R, G, \eta), J_2(R, G, \eta), \dots, J_m(R, G, \eta) \rrbracket^T, \quad (14)$$

в якій компонентами  $J_i(R, G, \eta)$  вектора гри  $J(R, G, \eta)$  є окремі критерії якості, що висуваються до роботи системи стеження в різних режимах. Перший гравець є вектором елементів матриць, за допомогою яких обчислюється вектор цілі (2), і його стратегія полягає в мінімізації вектора виплат гри (14). Другий гравець – вектор невизначеностей моделі об'єкта керування системи (1), і його стратегія полягає в тому, щоб максимізувати той самий вектор виплат ігри (14).

Вектор виплат гри (14) розраховується шляхом моделювання вихідної нелінійної системи (11)–(12), яка замкнута синтезованим анізотропійним робастним регулятором (10) і анізотропійним робастним спостерігачем (9), у різних режимах роботи з різними вхідними сигналами і для різних значень параметрів системи стеження.

У такій системі стеження із двома ступенями свободи із замкнутим контуром зворотного зв'язку стохастичне робастне керування розраховується на основі вектора стану об'єкта, але пряме керування розімкненим контуром обчислюється на основі вектора стану моделей завдання й вектора стану моделей збурень. Крім того, зворотний зв'язок і розімкнене керування обчислюються одночасно на основі ітеративного рішення системи з чотирьох пов'язаних рівнянь Ріккати (7)–(10), рівняння Ляпунова (5) й визначення анізотропійної норми системи по виразу спеціального вигляду (4), які чисельно вирішуються за допомогою методу гомотопій, що включає векторизацію матриць та ітерації за методом Ньютона.

Рішення векторної гри (14) розраховуються з оптимальних рішень за Парето [3] на основі багаторойового стохастичного метаевристичного алгоритму оптимізації Архімеда [15]. Кількість роїв частинок дорівнює кількості компонент векторної гри (14). Фактично ці евристичні алгоритми є алгоритмом випадкового пошуку першого порядку, оскільки в ньому використовується тільки швидкість частинки – похідна першого порядку скалярної цільової функції або градієнт векторної цільової функції. Для збільшення швидкості пошуку використовується не тільки швидкість, а й прискорення зміни цільової функції. У цьому випадку прискорення частинок рою знаходять як зміни швидкостей на сусідніх ітераціях.

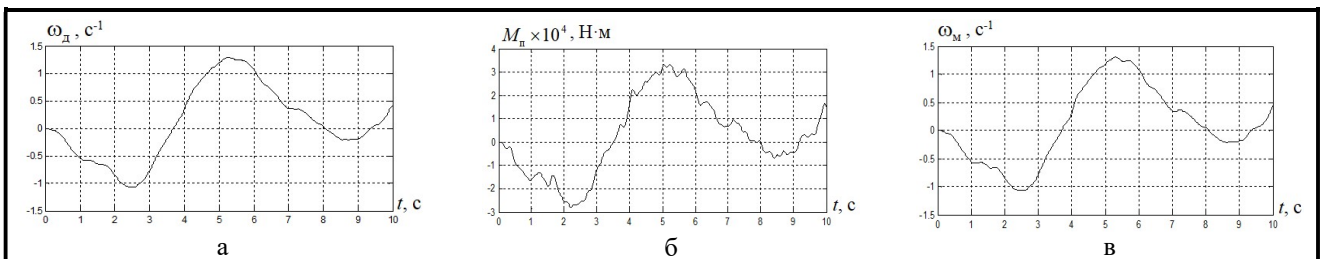
Для віднайдення рішення багатокритеріальної гри із Парето-оптимальних рішень з врахуванням відношень переваг використовуються спеціальні нелінійні алгоритми стохастичної багатоагентної оптимізації. Застосування алгоритму Архімеда [15] для обчислення рішення векторної гри (14) дозволило суттєво скоротити час розрахунку розв'язку векторної гри, що є дуже важливим, бо обчислення компонент вектора виплати гри пов'язане із ітеративним рішенням системи з чотирьох поєдна-

них рівнянь Ріккати (7)–(10), рівняння Ляпунова (5) та визначення анізотропійної норми системи по виразу спеціального вигляду (4), які чисельно вирішуються за допомогою методу гомотопій, що включає векторизацію матриць та ітерації за методом Ньютона, та з моделюванням роботи системи в різних режимах і при різних зовнішніх впливах, що вимагає значних обчислювальних ресурсів.

**Результати комп'ютерного моделювання**

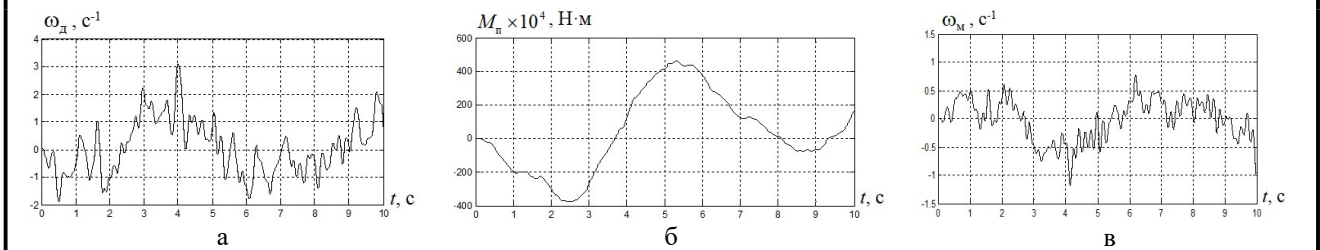
Розглянемо динамічні характеристики синтезованих робастних систем стохастичного керування двомасовою електромеханічною системою стеження. На рис. 2 показані реалізації випадкових процесів змінних стану двомасової електромеханічної системи з типовим регулятором, а на рис. 3 – реалізації випадкових процесів тих же змінних стану системи з стохастичним робастним регулятором. Результати синтезу показали, що застосування робастних регуляторів дозволило зменшити помилку регулювання швидкості обертання механізму приблизно в два рази.

Завдяки застосуванню синтезу стохастичного робастного керування двомасовою електромеханічною системою стеження з двома ступенями свободи із анізотропійними регуляторами встановлено, що використання синтезованих регуляторів дозволило підвищити точність керування електромеханічною системою за рахунок зменшення часу перехідних процесів в 3–5 разів.



**Рис. 2. Реалізація змінних стану в системі з типовим регулятором:**

а – швидкість обертання двигуна; б – момент пружності; в – швидкість обертання механізму



**Рис. 3. Реалізація змінних стану в системі з анізотропійним регулятором:**

а – швидкість обертання двигуна; б – момент пружності; в – швидкість обертання механізму

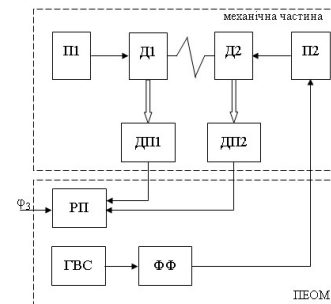
**Результати експериментальних досліджень**

Для проведення експериментальних досліджень розроблено стенд двомасової електромеханічної системи стеження, зображений на рис. 4.

На рис. 5 показана схема системи керування стендом.



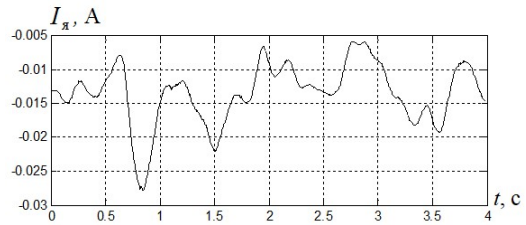
**Рис. 4. Стенд двомасової електромеханічної системи стеження**



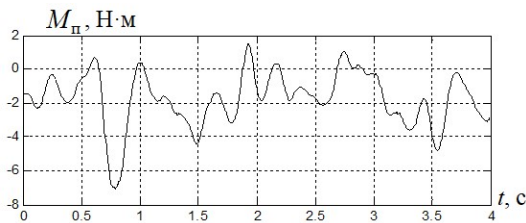
**Рис. 5. Схема системи керування стендом**

Перший двигун Д1 керується від перетворювача П1 за допомогою регулятора положення РП першого двигуна Д1 на основі сигналу від датчиків положення ДП1 або ДП2 першого або другого двигунів.

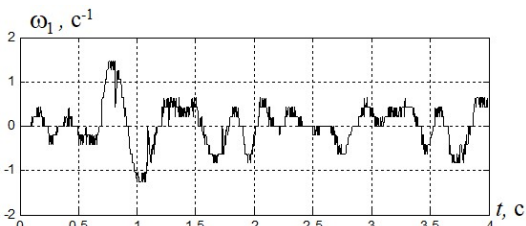
Другий двигун Д2, керований перетворювачем П2, створює момент навантаження. Для імітації випадкового моменту навантаження випадковий сигнал від генератора випадкових сигналів ГСС подається на вхід другого перетворювача П2 через формуючий фільтр ФФ.



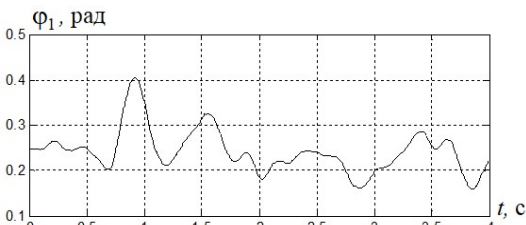
а



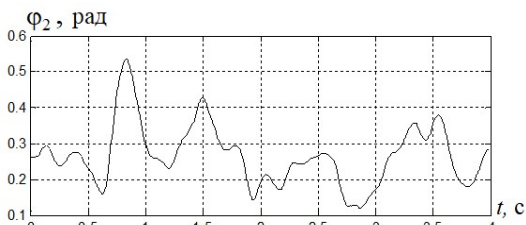
б



в



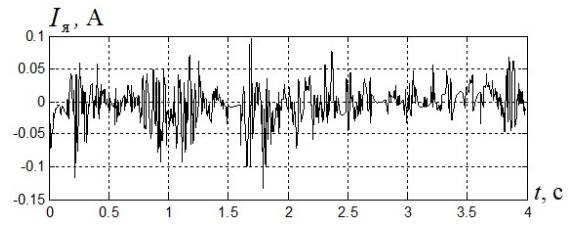
г



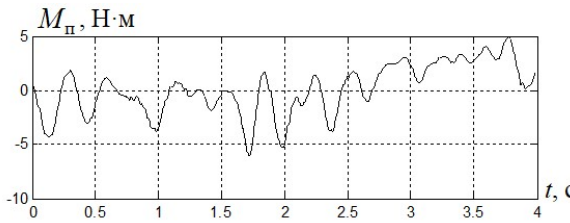
д

**Рис. 6. Експериментальні реалізації змінних стану системи з типовим регулятором:**

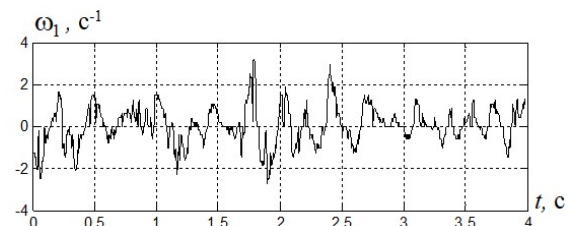
- а – струм якорного кола першого двигуна;
- б – момент пружності; в – швидкість обертання першого двигуна; г – кут повороту валу першого двигуна; д – кут повороту валу другого двигуна



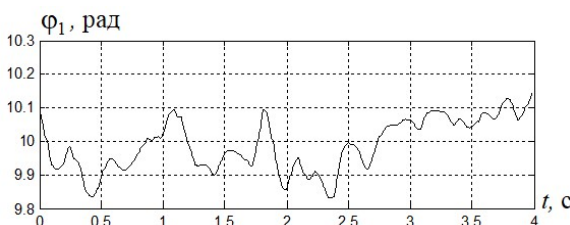
а



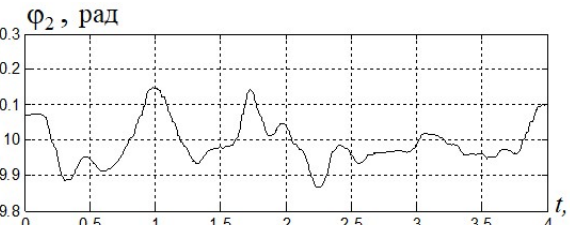
б



в



г



д

**Рис. 7. Експериментальні реалізації змінних стану системи з анізотропійним регулятором:**

- а – струм якорного кола першого двигуна;
- б – момент пружності; в – швидкість обертання першого двигуна; г – кут повороту валу першого двигуна; д – кут повороту валу другого двигуна



На стенді проведено експериментальні дослідження динамічних характеристик двомасової електромеханічної системи з типовими регуляторами і з синтезованими анізотропійними регуляторами. Як приклад експериментальні реалізації випадкових процесів змінних стану систем регулювання кута повороту валу двигуна з типовим регулятором та з анізотропійним регулятором зображені на рис. 6 і рис. 7.

Як видно з цих рисунків, максимальне відхилення кута повороту валу другого двигуна в системі керування з типовим регулятором становить  $\Delta\varphi_2=0,55$  рад, а в системі керування з анізотропійним регулятором максимальне відхилення кута повороту валу другого двигуна складає  $\Delta\varphi_2=0,2$  рад. Таким чином, застосування анізотропійного регулятора в системі керування кута повороту валу двигуна при випадковій зміні моменту навантаження дозволяє зменшити помилку регулювання більш ніж у 2 рази.

Експериментально підтверджена адекватність розроблених математичних моделей і коректність результатів теоретичних досліджень методу багатокритеріального синтезу робастного керування систем стеження на розробленій експериментальній установці двомасової електромеханічної системи стеження із пружним зв'язком між виконавчим елементом і робочим органом. Встановлено, що за допомогою стохастичних робастних регуляторів вдалося підвищити точність керування за рахунок скорочення часу першого узгодження дослідної установки двомасової електромеханічної системи стеження в 3,1 рази порівняно з типовим регулятори.

### Висновки

1. Розроблено метод багатокритеріальної оптимізації стохастичного робастного керування системи стеження з двома ступенями свободи із анізотропійними регуляторами для підвищення точності й зниження чутливості до невизначених параметрів об'єкта керування.

2. Багатокритеріальна оптимізація стохастичного робастного керування системи стеження з двома ступенями свободи із анізотропійними регуляторами зведена до ітеративного рішення системи з чотирьох пов'язаних рівнянь Ріккати, рівняння Ляпунова і визначення анізотропійної норми системи по виразу спеціального вигляду, які чисельно вирішуються за допомогою методу гомотопій, що включає векторизацію матриць та ітерації за методом Ньютона. Вектор цілі робастного управління обирається у вигляді рішення векторної гри. Виграшами цієї векторної гри є показники якості, яких має досягти система при роботі у різних режимах. Розрахунок виграшів цієї векторної гри пов'язаний із моделюванням синтезованої системи стеження із анізотропійними регуляторами для різних режимів роботи, з різними вхідними сигналами і значеннями параметрів об'єкта. Рішення цієї векторної гри розраховується на основі багаторойового стохастичного метаевристичного алгоритму оптимізації Архімеда.

3. На основі розробленого методу синтезовано стохастичне робастне керування системи стеження з двома ступенями свободи із анізотропійними регуляторами, і показано, що використання синтезованих анізотропійних регуляторів дозволило підвищити точність керування і зменшити чутливість системи до зміни параметрів об'єкта порівняно з існуючими системами.

### Література

1. Jin M., Kang S. H., Chang P. H. Robust compliant motion control of robot with nonlinear friction using time-delay estimation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2008. Vol. 55. Iss. 1. P. 258–269. <https://doi.org/10.1109/TIE.2007.906132>.
2. Marton L., Lantos B. Modeling, identification, and compensation of stick-slip friction. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2007. Vol. 54. Iss. 1. P. 511–521. <https://doi.org/10.1109/TIE.2006.888804>.
3. Sushchenko O., Averyanova Yu., Ostroumov I., Kuzmenko N., Zaliskyi M., Solomentsev O., Kuznetsov B., Nikitina T., Havrylenko O., Popov A., Volosyuk V., Shmatko O., Ruzhentsev N., Zhyla S., Pavlikov V., Dergachov K., Tserne E. Algorithms for design of robust stabilization systems. In: Gervasi O., Murgante B., Hendrix E. M. T., Taniar D., Apduhan B. O. (eds) *Computational Science and Its Applications – ICCSA 2022. Lecture Notes in Computer Science*. Vol. 13375. Cham: Springer, 2022. P. 198–213. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-10522-7\\_15](https://doi.org/10.1007/978-3-031-10522-7_15).
4. Shmatko O., Volosyuk V., Zhyla S., Pavlikov V., Ruzhentsev N., Tserne E., Popov A., Ostroumov I., Kuzmenko N., Dergachov K., Sushchenko O., Averyanova Yu., Zaliskyi M., Solomentsev O., Havrylenko O., Kuznetsov B., Nikitina T. Synthesis of the optimal algorithm and structure of contactless optical device for estimating the parameters of statistically uneven surfaces. *Radioelectronic and Computer Systems*. 2021. No. 4. P. 199–213. <https://doi.org/10.32620/reks.2021.4.16>.
5. Volosyuk V., Zhyla S., Pavlikov V., Ruzhentsev N., Tserne E., Popov A., Shmatko O., Dergachov K., Havrylenko O., Ostroumov I., Kuzmenko N., Sushchenko O., Averyanova Yu., Zaliskyi M., Solomentsev O., Kuznetsov B., Nikitina T. Optimal method for polarization selection of stationary objects against the background of the

- Earth's surface. *International Journal of Electronics and Telecommunications*. 2022. Vol. 68. No. 1. P. 83–89. <https://doi.org/10.24425/ijet.2022.139852>.
6. Ostroumov I., Kuzmenko N., Sushchenko O., Pavlikov V., Zhyla S., Solomentsev O., Zaliskyi M., Averyanova Yu., Tserne E., Popov A., Volosyuk V., Ruzhentsev N., Dergachov K., Havrylenko O., Kuznetsov B., Nikitina T., Shmatko O. Modelling and simulation of DME navigation global service volume. *Advances in Space Research*. 2021. Vol. 68. Iss. 8. P. 3495–3507. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.06.027>.
  7. Averyanova Yu., Sushchenko O., Ostroumov I., Kuzmenko N., Zaliskyi M., Solomentsev O., Kuznetsov B., Nikitina T., Havrylenko O., Popov A., Volosyuk V., Shmatko O., Ruzhentsev N., Zhyla S., Pavlikov V., Dergachov K., Tserne E. UAS cyber security hazards analysis and approach to qualitative assessment. In: Shukla S., Unal A., Varghese Kureethara J., Mishra D. K., Han D. S. (eds.) *Data Science and Security. Lecture Notes in Networks and Systems*. 2021. Vol. 290. P. 258–265. [https://doi.org/10.1007/978-981-16-4486-3\\_28](https://doi.org/10.1007/978-981-16-4486-3_28).
  8. Zaliskyi M., Solomentsev O., Shcherbyna O., Ostroumov I., Sushchenko O., Averyanova Yu., Kuzmenko N., Shmatko O., Ruzhentsev N., Popov A., Zhyla S., Volosyuk V., Havrylenko O., Pavlikov V., Dergachov K., Tserne E., Nikitina T., Kuznetsov B. Heteroskedasticity analysis during operational data processing of radio electronic systems. In: Shukla, S., Unal, A., Varghese Kureethara, J., Mishra, D. K., & Han, D. S. (eds) *Data Science and Security. Lecture Notes in Networks and Systems*. 2021. Vol. 290. P. 168–175. [https://doi.org/10.1007/978-981-16-4486-3\\_18](https://doi.org/10.1007/978-981-16-4486-3_18).
  9. Ostroumov I., Kuzmenko N., Sushchenko O., Zaliskyi M., Solomentsev O., Averyanova Yu., Zhyla S., Pavlikov V., Tserne E., Volosyuk V., Dergachov K., Havrylenko O., Shmatko O., Popov A., Ruzhentsev N., Kuznetsov B., Nikitina T. A probability estimation of aircraft departures and arrivals delays. In: Gervasi, O. et al. (eds.) *Computational Science and Its Applications (ICCSA 2021). Lecture Notes in Computer Science*. 2021. Vol. 12950. P. 363–377. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-86960-1\\_26](https://doi.org/10.1007/978-3-030-86960-1_26).
  10. Zhyla S., Volosyuk V., Pavlikov V., Ruzhentsev N., Tserne E., Popov A., Shmatko O., Havrylenko O., Kuzmenko N., Dergachov K., Averyanova Yu., Sushchenko O., Zaliskyi M., Solomentsev O., Ostroumov I., Kuznetsov B., Nikitina T. Statistical synthesis of aerospace radars structure with optimal spatio-temporal signal processing, extended observation area and high spatial resolution. *Radioelectronic and Computer Systems*. 2022. No. 1. P. 178–194. <https://doi.org/10.32620/reks.2022.1.14>.
  11. Maksymenko-Sheiko K. V., Sheiko T. I., Lisin D. O., Petrenko N. D. Mathematical and computer modeling of the forms of multi-zone fuel elements with plates. *Journal of Mechanical Engineering – Problemy Mashynobuduvannia*. 2022. Vol. 25. No. 4. P. 32–38. <https://doi.org/10.15407/pmach2022.04.032>.
  12. Hontarovskiy P. P., Smetankina N. V., Ugrimov S. V., Garmash N. H., Melezhyk I. I. Computational studies of the thermal stress state of multilayer glazing with electric heating. *Journal of Mechanical Engineering – Problemy Mashynobuduvannia*. 2022. Vol. 25. No. 2. P. 14–21. <https://doi.org/10.15407/pmach2022.02.014>.
  13. Kostikov A. O., Zevin L. I., Krol H. H., Vorontsova A. L. The optimal correcting the power value of a nuclear power plant power unit reactor in the event of equipment failures. *Journal of Mechanical Engineering – Problemy Mashynobuduvannia*. 2022. Vol. 25. No. 3. P. 40–45. <https://doi.org/10.15407/pmach2022.03.040>.
  14. Rusanov A. V., Subotin V. N., Khoryev O. M., Bykov Yu. A., Korotaiev P. O., Ahibalov Ye. S. Effect of 3D shape of pump-turbine runner blade on flow characteristics in turbine mode. *Journal of Mechanical Engineering – Problemy Mashynobuduvannia*. 2022. Vol. 25. No. 4. P. 6–14. <https://doi.org/10.15407/pmach2022.04.006>.
  15. Hashim F. A., Hussain K., Houssein E. H., Mabrouk M. S., Al-Atabany W. Archimedes optimization algorithm: A new metaheuristic algorithm for solving optimization problems. *Applied Intelligence*. 2021. Vol. 51. P. 1531–1551. <https://doi.org/10.1007/s10489-020-01893-z>.

Надійшла до редакції 19.02.2024