

<sup>1</sup> А. В. Русанов, д-р техн. наук<sup>1</sup> Н. В. Пашенко, канд. тех. наук<sup>2</sup> Р. А. Русанов<sup>1</sup> Институт проблем машиностроения  
им. А. Н. Подгорного НАН Украины,  
г. Харьков,  
e-mail: rusanov@ipmach.kharkov.ua<sup>2</sup> Институт проточных машин  
им. Р. Шевальского  
Польской академии наук  
(г. Гданьск, Польша)

УДК 621.165:532.6

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА  
ИНТЕРПОЛЯЦИОННО-  
АНАЛИТИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ  
УРАВНЕНИЯ IAPWS-95 ПРИ РАСЧЕТАХ  
ТЕЧЕНИЙ В ПРОТОЧНЫХ ЧАСТЯХ  
ПАРОВЫХ ТУРБИН***Запропоновано підхід до апроксимації рівнянь стану води і водяної пари (IAPWS-95) для розрахунків тривимірних в'язких течій у проточних частинах парових турбін. Метод побудовано на апроксимації складних термодинамічних функцій рівняння IAPWS-95 більш простими залежностями з коефіцієнтами стисливості, обчислюваними за допомогою інтерполяційних поліномів третього порядку.***Ключові слова:** турбіна, проточна частина, просторова течія, рівняння стану води і водяної пари.**Введение**

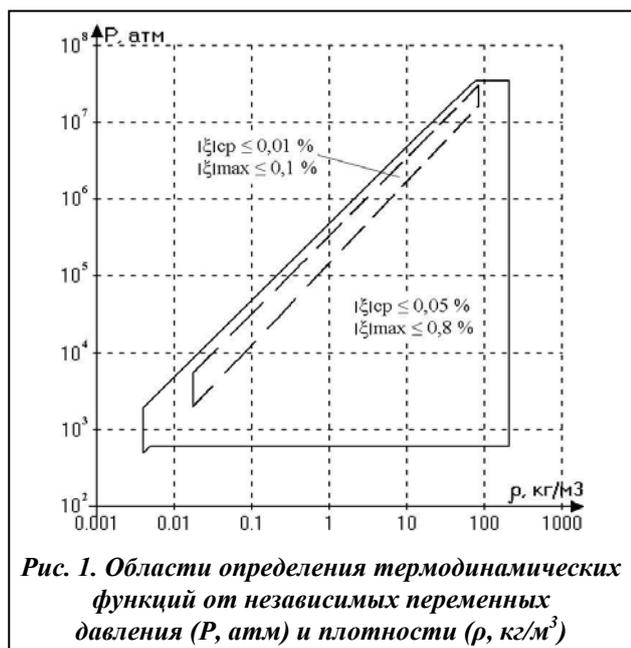
В настоящее время в процессах проектирования и модернизации проточных частей паровых турбин нашли широкое применение методы расчета пространственных вязких турбулентных течений. В большинстве таких методов используются относительно простые уравнения состояния: совершенного газа, Таммана, Ван-дер-Ваальса и др. Эти уравнения позволяют корректно моделировать газодинамические процессы при относительно небольших тепловых перепадах в рассматриваемой области течения. В случае, если моделируемое течение сопровождается фазовыми переходами (например, в цилиндрах низкого давления и конденсаторах паровых турбин ТЭС и ТЭЦ, а также проточных частях турбин АЭС) либо выполняется сквозной расчет проточной части с существенными изменениями параметров пара, необходимо достаточно точно учитывать термодинамические свойства рабочего тела.

Реальные свойства воды и водяного пара точнее описываются уравнениями IAPWS-95 [1] и IAPWS-IF97 [2]. Прямое использование таких уравнений состояния в трехмерных расчетах на современной вычислительной технике затруднительно, так как в этом случае время вычислительного процесса увеличивается приблизительно на два порядка. Наиболее сложным уравнением состояния, применяемым в моделях трехмерных течений, является уравнение с двумя членами ряда коэффициента сжимаемости [3].

В работе представлен интерполяционно-аналитический метод учета реальных свойств рабочих тел для трехмерных расчетов газодинамических процессов в проточных частях турбомашин. Метод основан на аппроксимации сложных термодинамических функций уравнения IAPWS-95 более простыми зависимостями с коэффициентами сжимаемости, вычисляемыми с помощью интерполяционных полиномов третьего порядка. Предложенный метод обеспечивает достаточную точность определения термодинамических величин во всем диапазоне работы современных и перспективных паровых турбин (максимальная погрешность не превышает  $\pm 0,1\%$ ), но при этом не требуется существенного увеличения вычислительных затрат. В статье приведены результаты апробации метода на примере численных исследований трехмерных вязких течений в проточных частях различных паровых турбин.

**1. Аппроксимация термодинамических функций замыкания на основе уравнений термодинамических свойств воды и водяного пара IAPWS-95**

Современные методы расчета трехмерных вязких течений в проточных частях турбомашин основаны на решении системы уравнений Навье–Стокса. Для замыкания этих уравнений необходимо использовать ряд зависимостей, описывающих термодинамические свойства рабочего тела. Прямое определение термодинамических зависимостей с помощью таких сложных уравнений состояния, как



В качестве независимых переменных для определения термодинамических величин целесообразно рассматривать давление и плотность в логарифмической шкале, так как величина шагов между точками массивов существенно изменяется в зависимости от рассматриваемого диапазона:  $500 \text{ Па} \leq p \leq 3,5 \cdot 10^7 \text{ Па}$ ;  $4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3 \leq \rho \leq 210 \text{ кг/м}^3$  (рис. 1). На рис. 1 штриховой линией обозначена область работы современных и перспективных паровых турбин.

В случае, когда базовыми (опорными) точками для определения какой-либо термодинамической величины являются значения искомой функции, то в связи со значительной (как правило) нелинейностью термодинамических функций требуется достаточно большое количество опорных точек для обеспечения приемлемой точности интерполяции. Произвольное термическое уравнение состояния можно представить как уравнение состояния совершенного газа с безразмерным коэффициентом сжимаемости, зависящим от двух независимых переменных, например  $p$  и  $\rho$ . Изменение этого коэффициента гораздо менее существенно по сравнению с изменением значений искомых термодинамических функций. Тогда целесообразно в качестве базовых (опорных) точек хранить значения не искомых термодинамических величин, а соответствующих безразмерных коэффициентов сжимаемости. В этом случае искомые термодинамические величины для замыкания уравнений Рейнольдса будут определяться по следующим аналитико-интерполяционным зависимостям:

$$T = \frac{P}{\rho R z_t(\rho, p)};$$

$$\rho = \frac{p}{i} z_\rho(i, p); \quad e = \frac{p z_e(\rho, p)}{\rho z_t(\rho, p)}; \quad p = \rho \cdot e \cdot z_p(\rho, e); \quad a = \sqrt{\frac{p z_a(\rho, p)}{\rho z_t(\rho, p)}}; \quad i = \frac{p}{\rho} \left( 1 + \frac{z_e(\rho, p)}{z_t(\rho, p)} \right);$$

$$S_p = \frac{C_v}{p}; \quad S_\rho = -\frac{C_p}{\rho}; \quad S = R \cdot z_S(\rho, p); \quad C_v = R \cdot z_{C_v}(\rho, p); \quad e_p = \frac{z_e(\rho, p)}{\rho \cdot z_t(\rho, p)}; \quad e_\rho = -\frac{p z_e(\rho, p)}{\rho z_t(\rho, p)};$$

$$T_p = \frac{1}{\rho R \cdot z_t(\rho, p)}; \quad T_\rho = -\frac{P}{\rho^2 R \cdot z_t(\rho, p)}, \text{ где } R \text{ – газовая постоянная; } z_t(\rho, p), z_\rho(i, p), z_e(\rho, p), z_p(\rho, e), z_{C_v}(\rho, p), z_{C_p}(\rho, p), z_S(\rho, p) \text{ – безразмерные коэффициенты сжимаемости для соответствующих термодинамических величин, определяемые с помощью интерполяции.}$$

Формулы для определения частных производных от внутренней энергии, энтропии и температуры являются упрощенными, полученными с предположением, что коэффициенты сжимаемости в рассматриваемой точке течения являются константами.

модифицированное уравнение Бенедикта–Вебб–Рубина [4] или уравнение Международного стандарта состояния воды и водяного пара IAPWS-95 [1] невозможно, потому что тогда время вычислительного процесса увеличивается приблизительно на два порядка.

Для уменьшения времени вычислительного процесса достаточно эффективным является подход, предложенный в работе [5], когда функции замыкания определяются интерполированием по заранее рассчитанным массивам (таблицам) термодинамических величин. Однако для обеспечения приемлемой точности определения термодинамических параметров в широком диапазоне изменений (например в диапазоне рабочих режимов современных паровых турбин) может оказаться необходимым хранение массивов очень больших размерностей. Для уменьшения размерностей таких массивов без ущерба точности интерполяции в работах [6, 7] предложено несколько приемов.

Значения полных и изоэнтропических термодинамических величин определяются итерационно с помощью методики, описанной в [8].

Величины безразмерных коэффициентов сжимаемости в базовых точках определяются как  $z_t = \frac{p}{\rho RT}$ ;

$$z_e = \frac{e}{RT}; \quad z_\rho = \frac{i\rho}{p}; \quad z_p = \frac{p}{\rho \cdot e};$$

$$z_a = \frac{a^2}{RT}; \quad z_{C_v} = \frac{C_v}{R}; \quad z_{C_p} = \frac{C_p}{R};$$

$$z_S = \frac{S}{R},$$

где соответствующие величины  $p, \rho, T, e, i, a, C_p, C_v$  и  $S$  вычисляются с помощью уравнений Международного стандарта состояния воды и водяного пара IAPWS-95 [1]. Интерполяция коэффициентов сжимаемости выполняется с помощью полинома третьего порядка.

Для интерполяции безразмерных коэффициентов сжимаемости как функций двух независимых переменных использовались двумерные массивы опорных точек размерностью 4001×2001. На рис. 1 сплошной линией показана область определения массивов от независимых переменных давления и плотности:  $500 \text{ Па} \leq p \leq 3,5 \cdot 10^7 \text{ Па}$ ;  $4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3 \leq \rho \leq 210 \text{ кг/м}^3$ ;  $0,01 \text{ }^\circ\text{C} \leq T \leq 800 \text{ }^\circ\text{C}$ . В области определения термодинамических функций средняя погрешность аппроксимации по всем величинам не превышает 0,05%, а максимальная – 0,8%. В области работы паровых турбин средняя погрешность аппроксимации не превосходит 0,01%, а максимальная – 0,1%.

Представленная методика реализована в программном комплексе *IPMFlow*, который является развитием программ *FlowER* [8] и *FlowER-U* [9].

## 2. Апробация интерполяционно-аналитического метода учета реальных свойств рабочих тел в расчетах трехмерных газодинамических процессов

### 2.1 Цилиндр низкого давления паровой турбины мощностью 360 МВт

Для проверки предложенной методики выполнены расчеты пространственного течения пара в цилиндре низкого давления (ЦНД) пятиступенчатой паровой турбины мощностью 360 МВт (рис. 2), результаты которых сравнивались с экспериментальными данными [10]. Расчет проводился на структурированной сетке Н-типа, содержащей около 4 млн. ячеек.

В табл. 1 приведены интегральные характеристики потока за третьей, четвертой и пятой ступенями турбины, полученные во время эксперимента [10], при расчете с использованием уравнения состояния совершенного газа с постоянными удельными теплоемкостями (расчет 1), расчете с использованием уравнения состояния Ван-дер-Ваальса (расчет 2) и расчете по предложенной методике учета свойств воды и водяного пара IAPWS-95 (расчет 3).

На рис. 3 приведены сопоставления графиков распределений полного (рис. 3 а, б, в) и статического (рис. 3 г, д, е) давлений в поперечных сечениях проточной части, полученные экспериментально и в расчетах.



**Рис. 2. Меридиональное сечение пятиступенчатой проточной части низкого давления паровой турбины мощностью 360 МВт. Схема протечек и отборов:**  
 О – регенеративные отборы; Н – надбандажные протечки;  
 Д – диафрагменные протечки;  
 З – перетекание в радиальном зазоре

**Таблица 1. Интегральные характеристики**

Параметр	Эксперимент	Расчет 1	Расчет 2	Расчет 3
на выходе из 1-й ступени				
P, кПа	–	321,2	316,1	314,4
T, К	–	504,8	500,7	494,4
на выходе из 2-й ступени				
P, кПа	–	190,3	186,7	182,8
T, К	–	471,2	464,2	443,0
на выходе из 3-й ступени				
P, кПа	79,9	80,02	78,61	79,84
T, К	371,2	421,0	411,2	367,4
I, кДж/кг	2647	2690	2643	2646
G, кг/с	107,9	108,3	108,7	107,6
на выходе из 4-й ступени				
P, кПа	34,9	35,86	35,3	35,32
T, К	346,4	380,0	369,2	346,1
I, кДж/кг	2531	2568	2526	2520
G, кг/с	100,9	101,9	102,2	101,2
на выходе из 5-й ступени				
P, кПа	8,3	8,24	8,22	8,23
T, К	314,8	320,5	320,6	313,7
I, кДж/кг	2350	2390	2387	2370
G, кг/с	96,0	100,1	91,7	95,1

Из представленных результатов расчетов видно удовлетворительное согласование экспериментальных и расчетных данных. Однако результаты расчета 3, проведенного с использованием предложенной методики учета свойств воды и водяного пара IAPWS-95, в целом лучше согласуются с экспериментом. Кроме того, необходимо отметить, что константы уравнения состояния для расчетов 1 и 2 подбирались по известным экспериментальным данным, в то время как для расчета 3 такой подбор не требуется.

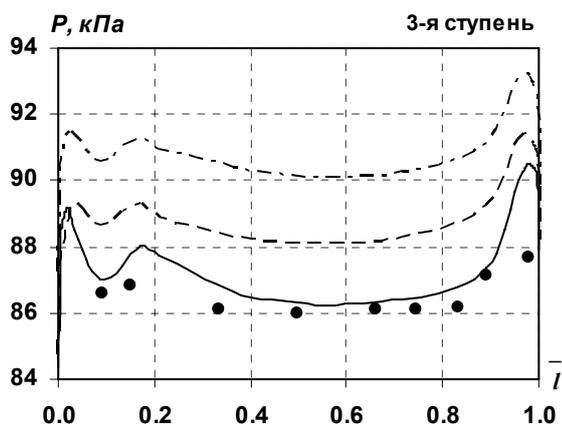
### 2.2 Цилиндр низкого давления паровой турбины К-200-130

Проведено численное исследование трехмерного вязкого течения в одной из модификаций проточной части ЦНД паровой турбины К-200-130 (рис. 4, модификация ХЦКБ «Энергопрогресс») [11].

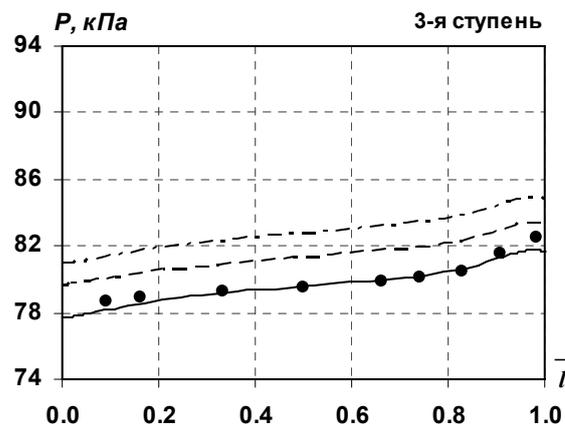
Данная конструкция имеет три ступени с длиной рабочей лопатки последней ступени  $l = 755$  мм. За второй ступенью на периферийном обводе расположено отверстие для регенеративного отбора рабочего тела. Первая и вторая ступени работают в области перегретого пара, а третья – во влажном паре. Исследуемый цилиндр низкого давления паровой турбины К-200-130 эксплуатируется в широком диапазоне изменения давления в конденсаторе от 3,5 (номинальный режим работы) до 12,3 кПа.

Расчеты проводились на структурированных сетках Н-типа с суммарным числом ячеек около 5 млн. В табл. 2 и на рис. 5 представлены сравнения некоторых результатов газодинамических расчетов, полученных с использованием предложенного метода интерполяционно-аналитической аппроксимации уравнений IAPWS-95, и результатов расчетов ХЦКБ «Энергопрогресс».

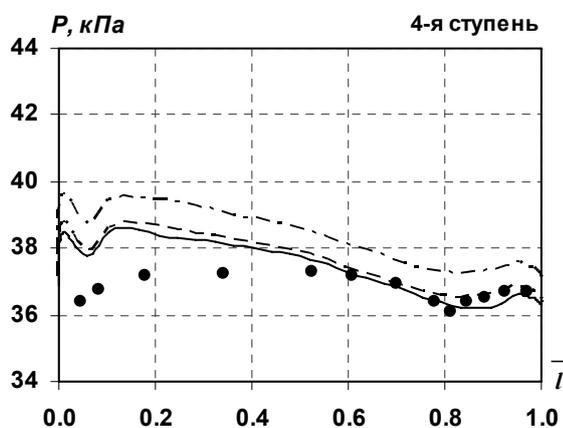
Из полученных результатов видно достаточно хорошее согласование численных расчетов, полученных с использованием уравнений IAPWS-95, с расчетами ХЦКБ «Энергопрогресс».



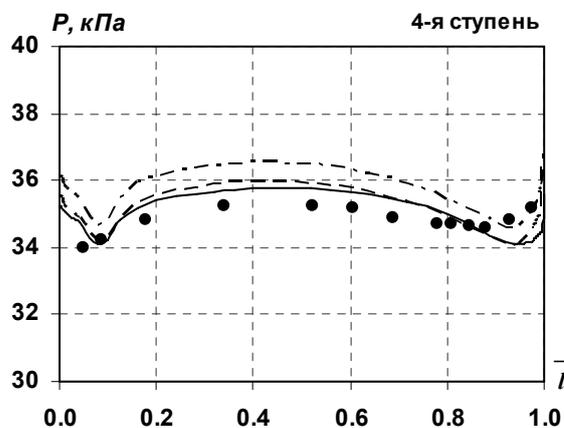
а)



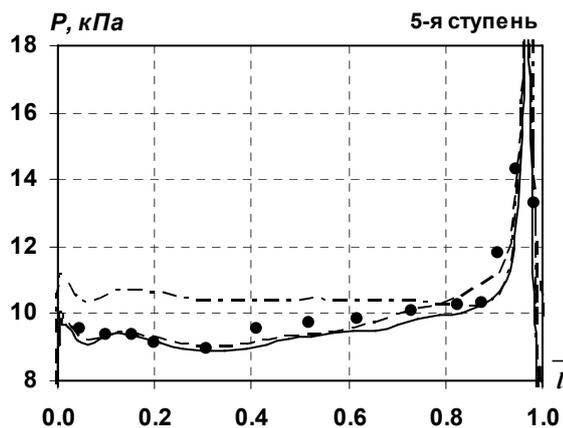
г)



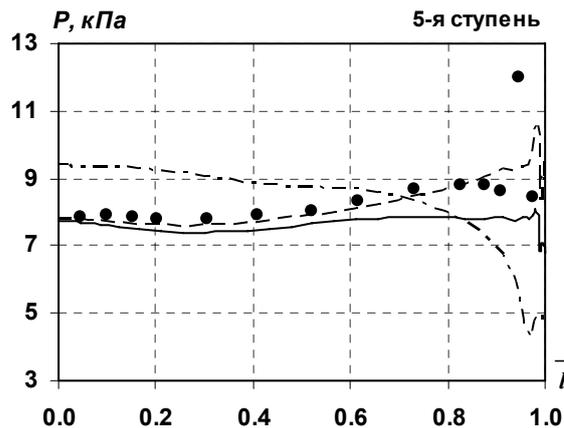
б)



д)



в)

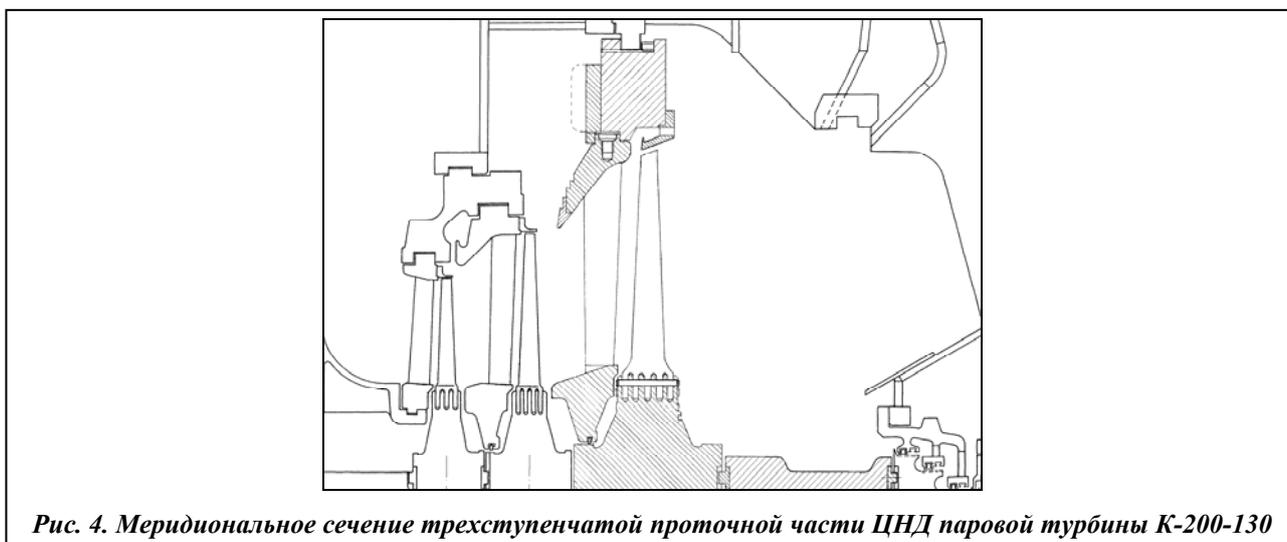


е)

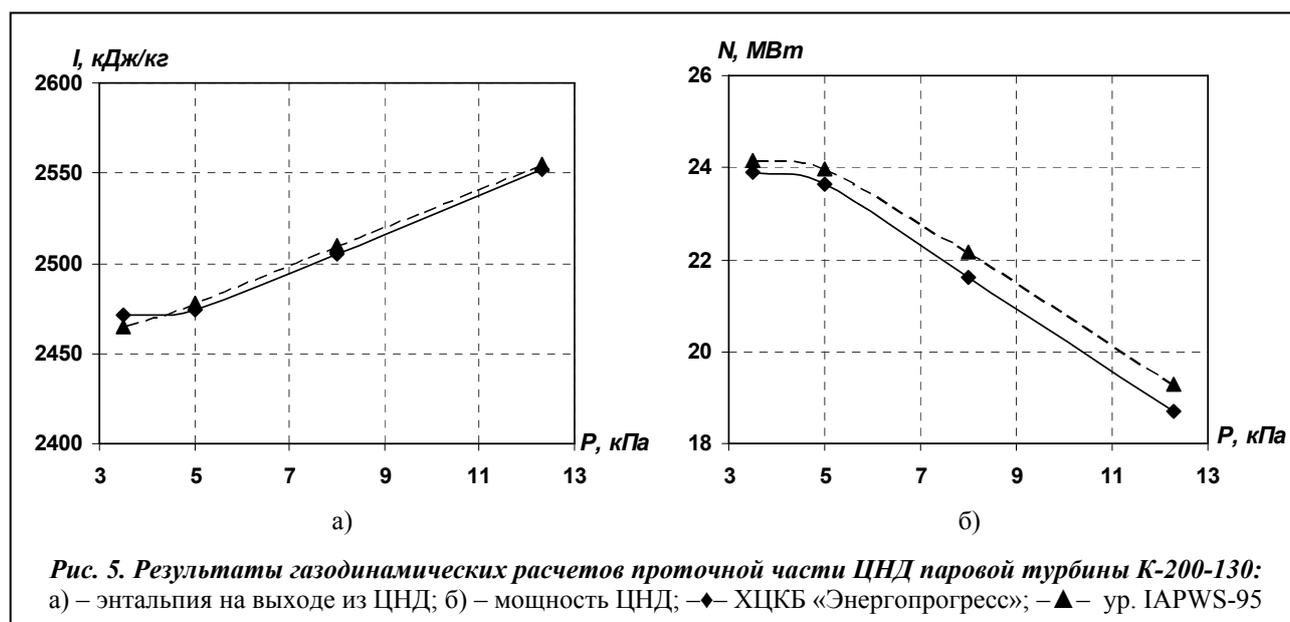
**Рис. 3. Распределения давлений по длине лопатки:**  
 а), б), в) – полные давления; г), д), е) – статические давления;  
 ● ● эксперимент, --- расчет 1, — — — расчет 2, — — — расчет 3

**Таблица 2. Газодинамические характеристики  
проточной части ЦНД паровой турбины К-200-130**

Параметры	Расчеты ХЦКБ «Энергопрогресс»				Расчеты с использованием уравнений IAPWS-95			
	12,3	8	5	3,5	12,4	8	5	3,3
$P_{\text{вых}}, \text{кПа}$	12,3	8	5	3,5	12,4	8	5	3,3
$T_{\text{вых}}, \text{К}$	323	308	299	300	322,9	314	306,4	299,5
$I_{\text{вых}}, \text{кДж/кг}$	2552	2505	2474	2471	2555	2510	2478	2465
$G_{\text{вых}}, \text{кг/с}$	54,36	54,36	54,36	54,36	54,61	54,62	54,58	54,7
$N_{\text{ЦНД}}, \text{МВт}$	18,69	21,63	23,63	23,91	19,3	22,18	23,99	24,17



**Рис. 4. Меридиональное сечение трехступенчатой проточной части ЦНД паровой турбины К-200-130**



**Рис. 5. Результаты газодинамических расчетов проточной части ЦНД паровой турбины К-200-130:**  
а) – энтальпия на выходе из ЦНД; б) – мощность ЦНД; –◆– ХЦКБ «Энергопрогресс»; –▲– ур. IAPWS-95

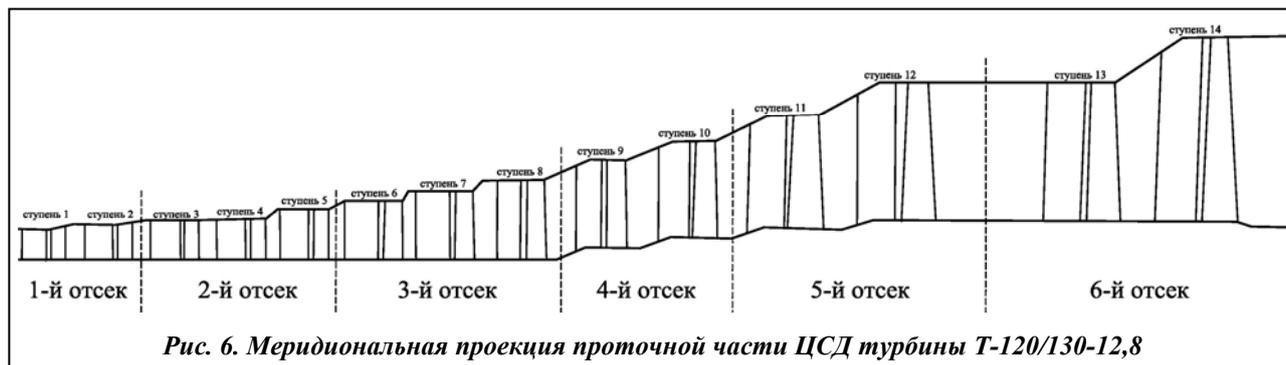


Рис. 6. Меридиональная проекция проточной части ЦСД турбины Т-120/130-12,8

### 2.3 Цилиндр среднего давления теплофикационной турбины Т120/130-12,8

Выполнено численное исследование трехмерных течений пара в проточной части цилиндра среднего давления (ЦСД) теплофикационной турбины Т120/130-12,8 (рис. 6). ЦСД включает 14 ступеней, которые образуют 6 отсеков, состоящих из: 1–2, 3–5, 6–8, 9–10, 11–12 и 13–14 ступеней соответственно. Лопатки направляющих аппаратов, за исключением последней ступени, имеют постоянную форму сечения профиля, а лопатки рабочих колес первых пяти ступеней – цилиндрические, остальные – с переменными по высоте профилями.

Исходные газодинамические данные для проведения численного исследования были взяты из результатов тепловых расчетов Уральского турбинного завода (УТЗ). При проведении численного расчета учитывались надбандажные и междисковые перетечки, а также отборы пара. Трехмерные газодинамические расчеты выполнены на разностной сетке, содержащей суммарно около 14 млн. ячеек (приблизительно по 500 тыс. ячеек в каждом венце).

В табл. 3 представлены сравнения некоторых результатов газодинамических расчетов, полученных с использованием предложенного метода интерполяционно-аналитической аппроксимации уравнений IAPWS-95, и результатов тепловых расчетов УТЗ. Видно удовлетворительное согласование полученных результатов расчетов.

Таблица 3. Газодинамические характеристики проточной части ЦСД турбины Т-120/130-12,8

Номер ступени	Параметры					
	Расчеты УТЗ			Расчеты с использованием уравнений IAPWS-95		
	Полная температура на входе $T_{вх}, ^\circ\text{C}$	Плотность на входе $\rho, \text{кг/м}^3$	Статическое давление на выходе $P_{вых}, \text{МПа}$	Полная температура на выходе $T_{вых}, ^\circ\text{C}$	Плотность на выходе $\rho, \text{кг/м}^3$	Статическое давление на выходе $P_{вых}, \text{МПа}$
1	377,1	12,273	2,7822	349,6	10,27	2,7992
2	351,5	10,377	2,2673	324,1	8,83	2,2601
3	326,9	8,78	1,8289	302,1	7,41	1,8746
4	301,9	7,372	1,4681	274,0	6,16	1,4846
5	277,2	6,168	1,1729	246,2	5,1	1,1676
6	252,9	5,145	0,9336	226,2	4,18	0,9249
7	229,1	4,282	0,7414	206,4	3,46	0,7266
8	206,0	3,559	0,5678	176,4	2,84	0,5660
9	180,5	2,859	0,4187	149,4	2,19	0,4110
10	153,1	2,253	0,3030	133,8	1,68	0,3010
11	133,8	1,697	0,1893	119,0	1,12	0,1916
12	118,6	1,092	0,1021	98,8	0,61	0,0966
13	100,2	0,6130	0,0626	87,3	0,41	0,0629
14	87,1	0,3879	0,0384	75,5	0,27	0,0391

### Заключение

Предложен интерполяционно-аналитический метод учета реальных свойств рабочих тел в трехмерных расчетах газодинамических процессов, в частности, для расчетов трехмерных течений пара в проточных частях турбомашин. Метод основан на аппроксимации сложных термодинамических функций более простыми зависимостями с коэффициентами сжимаемости, вычисляемыми с помощью интерполяционных полиномов третьего порядка. Предложенный метод обеспечивает достаточную точность определения термодинамических величин во всем диапазоне работы современных и перспективных паровых турбин (максимальная погрешность не превышает  $\pm 0,1\%$ ), при этом не требуется существенного увеличения вычислительных затрат. Применение данного подхода позволит обеспечить более точное моделирование трехмерных течений влажного пара в проточных частях турбин по сравнению с моделями, в которых используются простые уравнения состояния.

### Литература

1. *IAPWS*, Revised Release on the IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use. – Available from: <http://www.iapws.org>.
2. *IAPWS*, Revised Release on the IAPWS Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam (The revision only relates to the extension of region 5 to 50 MPa). – Available from: <http://www.iapws.org>.
3. Нащокин, В. В. Техническая термодинамика и теплопередача / В. В. Нащокин. – М.: Высш. шк., 1980. – 496 с.
4. Lee, B. I. A generalized thermodynamic correlation based on three-parameter corresponding states / B. I. Lee, M. G. Kesler // *The American Institute of Chemical Eng. J.* – 1975. – Vol. 3, № 21. – P. 510–527.
5. Ершов, С. В. Численное моделирование трехмерных вязких течений несовершенного газа в турбомашинах. Ч. 1. Постановка задачи / С. В. Ершов, А. В. Русанов // *Пробл. машиностроения.* – 2002. – Т. 5, № 4. – С. 18–25.
6. Русанов, А. В. Использование уравнений термодинамических свойств водяного пара IAPWS-95 в 3-D расчетах / А. В. Русанов, Н. В. Пашенко // *Восточ.-Европ. журн. передовых технологий.* – 2010. – № 5/7(47). – С. 37–41.
7. Русанов, А. В. Моделирование 3D течений в проточной части ЦНД паровой турбины с использованием системы уравнений термодинамических свойств воды и водяного пара IAPWS-95 / А. В. Русанов, П. Лампарт, Н. В. Пашенко // *Авиац.-косм. техника и технология.* – 2012. – № 7(94). – С. 107–113.
8. Русанов, А. В. Математическое моделирование нестационарных газодинамических процессов в проточных частях турбомашин / А. В. Русанов, С. В. Ершов. – Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2008. – 275 с.
9. А. с. Комплекс програм розрахунку тривимірних течій газу в багатовінцевих турбомашинах «FlowER» / С. В. Ершов, А. В. Русанов. – Державне агентство України з авторських та суміжних прав, ПА № 77; 19.02.96. – 1 с.
10. Marcinkowski, S. Results of extended flow measurements in the LP part of 18K370 steam turbine / S. Marcinkowski, A. Gardzilewicz, J. Gluch // *Rep. Diagnostyka Maszyn.* – 1999. – № 11/99. – 59 p. (in Polish).
11. Мамонтов, Н. И. Некоторые проблемы реконструкции и модернизации паровых турбин тепловых электростанций Украины / Н. И. Мамонтов, Т. Н. Пугачева // *Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование.* Вестн. НТУ «ХПИ»: Сб. науч. тр. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2008. – № 6. – С. 152–161.

Поступила в редакцию 28.01.15