

УДК 539.3

Н. Г. Шульженко, д-р техн. наук**Б. Ф. Зайцев**, д-р техн. наук**Е. К. Руденко**, канд. техн. наук**А. В. Асаенко**, канд. техн. наук

Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины
(г. Харьков, e-mail: shulzh@kharkov.ua)

ОЦЕНКА ВИБРОХАРАКТЕРИСТИК РОТОРА С ПОПЕРЕЧНОЙ ТРЕЩИНОЙ НА ЖЕСТКИХ ОПОРАХ ПО ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ

На примере ротора цилиндра среднего давления паровой турбины Т-250/300-240 численно исследуется влияние поперечной трещины на его вибрационные характеристики при разных частотах вращения. Применяется трехмерная конечноэлементная модель ротора с учетом контактирования берегов трещины. Приводятся спектральные характеристики вибрационных перемещений ротора с трещиной.

На прикладі ротора циліндра середнього тиску парової турбіни Т-250/300-240 чисельно досліджено вплив поперечної тріщини на його вібраційні характеристики при різних частотах обертання. Застосована тривимірна скінченноелементна модель ротора з урахуванням контактування берегів тріщини. Наводяться спектральні характеристики вібраційних переміщень ротора з тріщиною.

Введение

Развитие трещины в роторе может вызвать его разрушение. Поэтому изучение влияния трещины на его виброхарактеристики представляется актуальным при разработке методов диагностики образования трещины. Имеется значительное число публикаций, в которых ротор представляется стержневой системой с изменяющимися характеристиками жесткости или податливости в месте образования трещины. При этом используются специальные конечные элементы с привлечением моделей механики трещин [1–4] или учитывается излом оси в месте образования трещины [5]. Представляется, что более адекватным является моделирование колебаний ротора с трещиной в трехмерной постановке на основе решения динамической задачи для вращающегося тела с контактирующими берегами трещины. Очевидно, что этот подход более трудоемкий как по схематизации исходной системы, так и по численной реализации решения. Ниже в указанной постановке рассматривается влияние поперечной трещины, расположенной в разных местах, на виброхарактеристики ротора цилиндра среднего давления турбины Т-250/300-240.

Модель ротора и особенности методики исследований

Рассматривается двухопорный ротор цилиндра среднего давления турбины Т-250/300-240 (рис. 1) на жестких опорах. Его трехмерная конечноэлементная модель (без учета осевого канала ввиду малости влияния его на виброхарактеристики ротора) представлена на рис. 1, а, где обозначено расположение двух жестких опор, при этом свойства масляных подшипников скольжения не учитываются. При построении геометрической модели учтена масса лопаточного аппарата, присоединенная к дискам (длина ротора составляет 442,1 см). Для затухания переходных процессов, порожденных начальными условиями, вводятся силы вязкого трения, приложенные к оси ротора.

Ротор моделируется как вращающееся тело, колебания которого рассматриваются во вращающейся вместе с ним системе координат. При построении уравнений колебаний применяется дискретизация по МКЭ, а моделирование трещины осуществляется согласно мето-

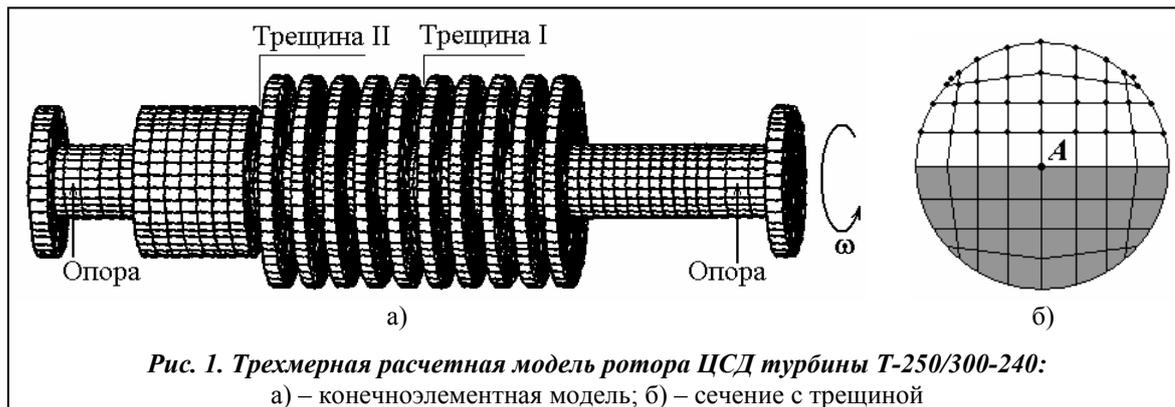


Рис. 1. Трехмерная расчетная модель ротора ЦСД турбины Т-250/300-240:
а) – конечноэлементная модель; б) – сечение с трещиной

дике [6], при этом на плоскости трещины образуется слой двойных узлов (рис. 1, б), принадлежащих различным берегам трещины.

Контакт берегов трещины (узел в узел) является односторонним, при котором возможен отрыв узлов и невозможно их взаимное проникновение. Рассматривается контактирование по направлению нормали к поверхности трещины, а по направлению касательной допускается проскальзывание, т.е. трение считается отсутствующим (гладкая поверхность). Условие непроникновения берегов трещины имеет вид

$$u_{in}^+ - u_{in}^- \geq 0, \quad (1)$$

где u_{in}^+ , u_{in}^- – перемещения по нормали \bar{n} в i -м двойном узле на положительной (+) и отрицательной (–) поверхностях трещины.

Для выполнения (1) вводятся неизвестные контактные нагрузки, представленные парами нормальных к поверхности трещины сосредоточенных сил Q_i^+ , Q_i^- ($Q_i^+ = Q_i^-$), приложенных в двойных узлах и подлежащие определению [7].

Уравнения колебаний вращающегося тела (ротора) с трещиной, берега которой контактируют, в подвижной системе координат имеют вид

$$[M]\ddot{\mathbf{u}} + ([D] - 2\omega[M_2])\dot{\mathbf{u}} + ([K] - \omega^2[M_1] - \omega^2[M'_\omega] - \omega[D_1])\mathbf{u} = \omega^2\mathbf{P} + \mathbf{F} + \mathbf{Q}, \quad (2)$$

где \mathbf{u} – вектор перемещения узлов; ω – частота вращения; $\omega^2\mathbf{P}$ – вектор центробежных сил в недеформированном состоянии; \mathbf{F} – вектор внешней нагрузки; $\mathbf{Q}\{Q_i\}$ – система переменных контактных сил, действующих по берегам трещины; $[M_1]$, $[M_2]$, $[M'_\omega]$ – матрицы, состоящие из элементов матрицы масс, причем $[M_1]$ имеет симметричную структуру, $[M_2]$, $[M'_\omega]$ – несимметричную; \mathbf{D} , \mathbf{D}_1 – матрицы демпфирования, построенные для узлов оси ротора по схеме вязкого трения.

Определение матриц масс и жесткости тела осуществляется при полностью открытой трещине. Матрицей $[M'_\omega]$ в (2) учитывается в линейной постановке изменение центробежных сил при смещениях с сохранением их радиальной направленности [8].

Решение начальной задачи (2) для расчета колебаний тела выполняется прямым интегрированием по неявной конечно-разностной схеме Ньюмарка. При этом на каждом шаге по времени итерационно решается контактная задача с определением $\mathbf{Q}\{Q_i\}$ до выполнения условий (1).

Результаты исследований

Рассмотрено несколько вариантов расположения трещины вдоль оси ротора с различными глубинами по диаметру сечения (отношение площади сечения, занимаемого трещиной, к общей площади сечения). Предварительно исследованы собственные колебания ротора с трещиной и без трещины, при этом не учитывалось контактирование берегов трещины. Расчеты выполнялись по методике [9] и сведены в табл. 1.

Таблица 1. Собственные частоты (ω) колебаний ротора с трещиной в разных местах и для разных глубин

Номер частоты	Цельный ротор	Трещина I. Глубина 30%	Трещина I. Глубина 50%	Трещина II. Глубина 50%
1	215,51	190,63	171,76	188,09
2	215,51	211,32	205,62	209,79
3	292,56	288,88	285,40	291,64
4	822,45	810,40	794,18	693,78
5	862,21	860,19	854,93	820,49
6	862,22	860,41	860,19	823,94
7	975,93	950,66	929,21	940,63
8	1646,6	1490,69	1403,82	1504,04
9	1650,7	1621,88	1584,09	1592,68
10	1802,47	1748,34	1702,84	1629,52

Трещина I, глубиной 50 и 30%, расположена на валу (между дисками) в центральной части бочки ротора; трещина II, глубиной 50% – у края бочки ротора (см. рис. 1, а).

Изгибным формам колебаний цельного ротора соответствуют парные частоты. При введении трещины возникает расслоение частот тем больше, чем больше глубина трещины. Первые две частоты соответствуют изгибным колебаниям ротора по первой форме, а третья частота – продольным колебаниям по первой форме. Эти частоты меньше рабочих (50 Гц, 314 с^{-1}).

Результаты расчетных исследований колебаний ротора представлены на рис. 2–4 и в табл. 2.

В качестве характерного параметра, по изменению которого можно судить о колебательных процессах в роторе, принято вертикальное смещение точки *A* в середине ротора, лежащей на его оси (в месте расположения трещины I, см. рис. 1). Для оценки влияния трещины рассматривались случаи отсутствия контактного взаимодействия берегов. При этом задача является линейной, а результаты близки к таковым для известной задачи о колебаниях вала с различной жесткостью по двум плоскостям изгиба (вал двойной жесткости) [10]. Учет контактирования берегов превращает задачу в нелинейную. В обоих случаях устанавливаются периодические колебания с оборотной частотой ω .

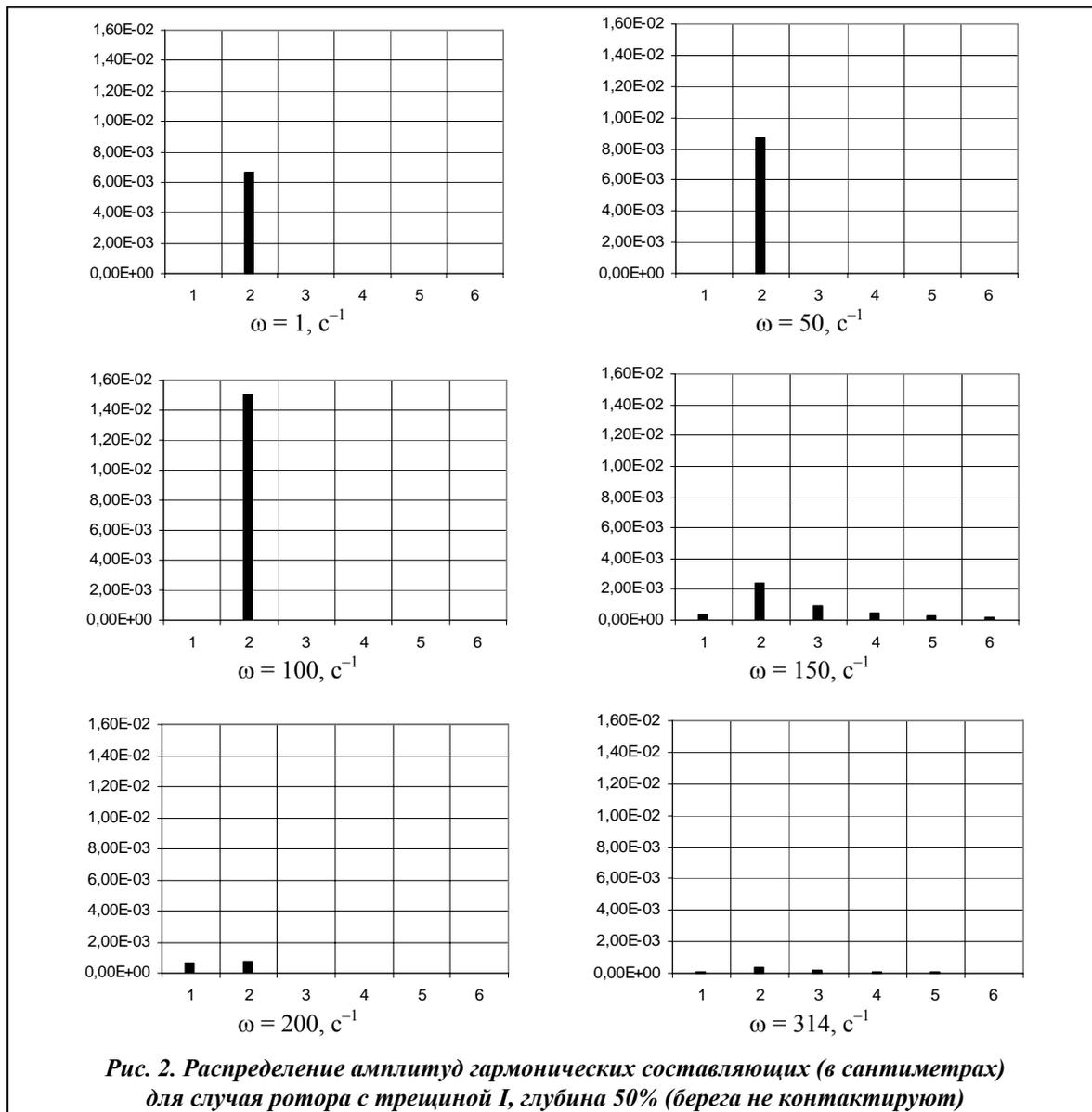
С учетом трещины деформации ротора являются связанными, а формы колебаний смешанными с преимущественным проявлением одного из видов деформаций.

На рис. 2 и 3 представлены амплитуды гармонических составляющих перемещения точки *A* за период вращения (по горизонтали указаны номера гармоник, соответствующих частоте вращения). В случае отсутствия контакта колебания в основном являются моногармоническими с удвоенной частотой 2ω . На частоте $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$, составляющей примерно половину низшей собственной частоты (парной частоты цельного ротора или расслоившихся

Таблица 2. Амплитуды гармонических составляющих (см) на резонансных частотах вращения

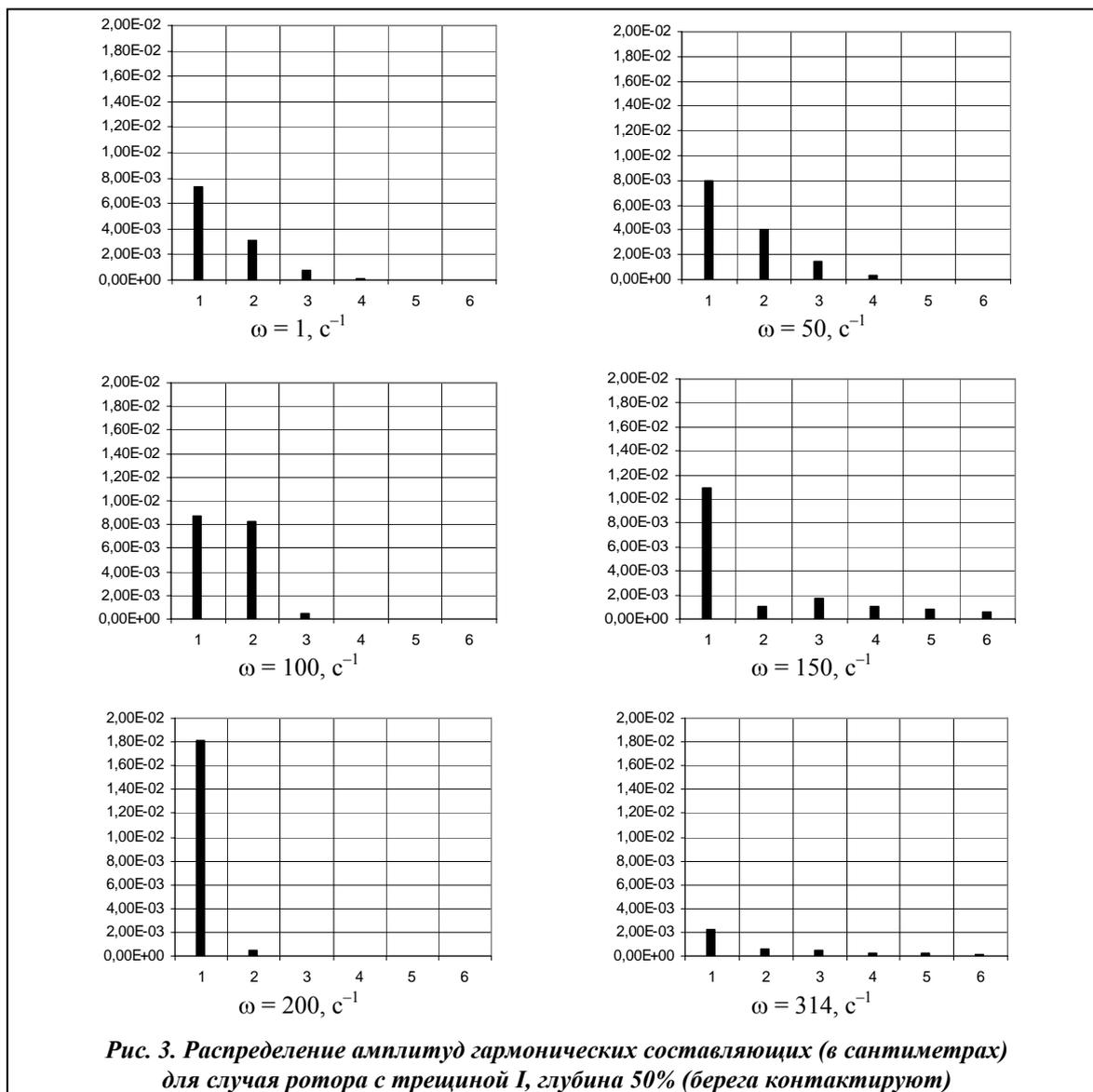
k	Трещина I. Глубина 50 %		Трещина I. Глубина 30 %		Трещина II. Глубина 50 %	
	$\omega = 100, \text{ с}^{-1}$	$\omega = 200, \text{ с}^{-1}$	$\omega = 100, \text{ с}^{-1}$	$\omega = 200, \text{ с}^{-1}$	$\omega = 100, \text{ с}^{-1}$	$\omega = 200, \text{ с}^{-1}$
0	$-2,88 \cdot 10^{-2}$	$-2,87 \cdot 10^{-2}$	$-2,63 \cdot 10^{-2}$	$-2,63 \cdot 10^{-2}$	$-2,60 \cdot 10^{-2}$	$-2,60 \cdot 10^{-2}$
1	$8,67 \cdot 10^{-3}$	$1,81 \cdot 10^{-2}$	$4,31 \cdot 10^{-3}$	$9,23 \cdot 10^{-3}$	$3,85 \cdot 10^{-3}$	$1,07 \cdot 10^{-2}$
2	$8,24 \cdot 10^{-3}$	$4,37 \cdot 10^{-4}$	$4,39 \cdot 10^{-3}$	$2,65 \cdot 10^{-4}$	$4,59 \cdot 10^{-3}$	$8,62 \cdot 10^{-4}$
3	$4,65 \cdot 10^{-4}$	$3,04 \cdot 10^{-5}$	$2,54 \cdot 10^{-4}$	$2,37 \cdot 10^{-5}$	$4,02 \cdot 10^{-4}$	$1,28 \cdot 10^{-4}$
4	$2,35 \cdot 10^{-6}$	$1,53 \cdot 10^{-6}$	$7,69 \cdot 10^{-6}$	$2,81 \cdot 10^{-6}$	$1,77 \cdot 10^{-5}$	$4,79 \cdot 10^{-5}$
5	$3,80 \cdot 10^{-6}$	$6,83 \cdot 10^{-6}$	$4,26 \cdot 10^{-6}$	$2,70 \cdot 10^{-6}$	$1,29 \cdot 10^{-5}$	$4,44 \cdot 10^{-6}$

Примечание: k – номер гармонической составляющей



частот ротора с трещиной), проявляется резонанс, который соответствует критической скорости второго рода для вала двойкой жесткости [10]. В зарезонансной области ($\omega = 150 \text{ c}^{-1}$) в спектре заметны и другие гармоники, но вторая гармоника преобладает. С увеличением частоты до рабочей ($\omega = 314 \text{ c}^{-1}$) амплитуды гармоник монотонно уменьшаются.

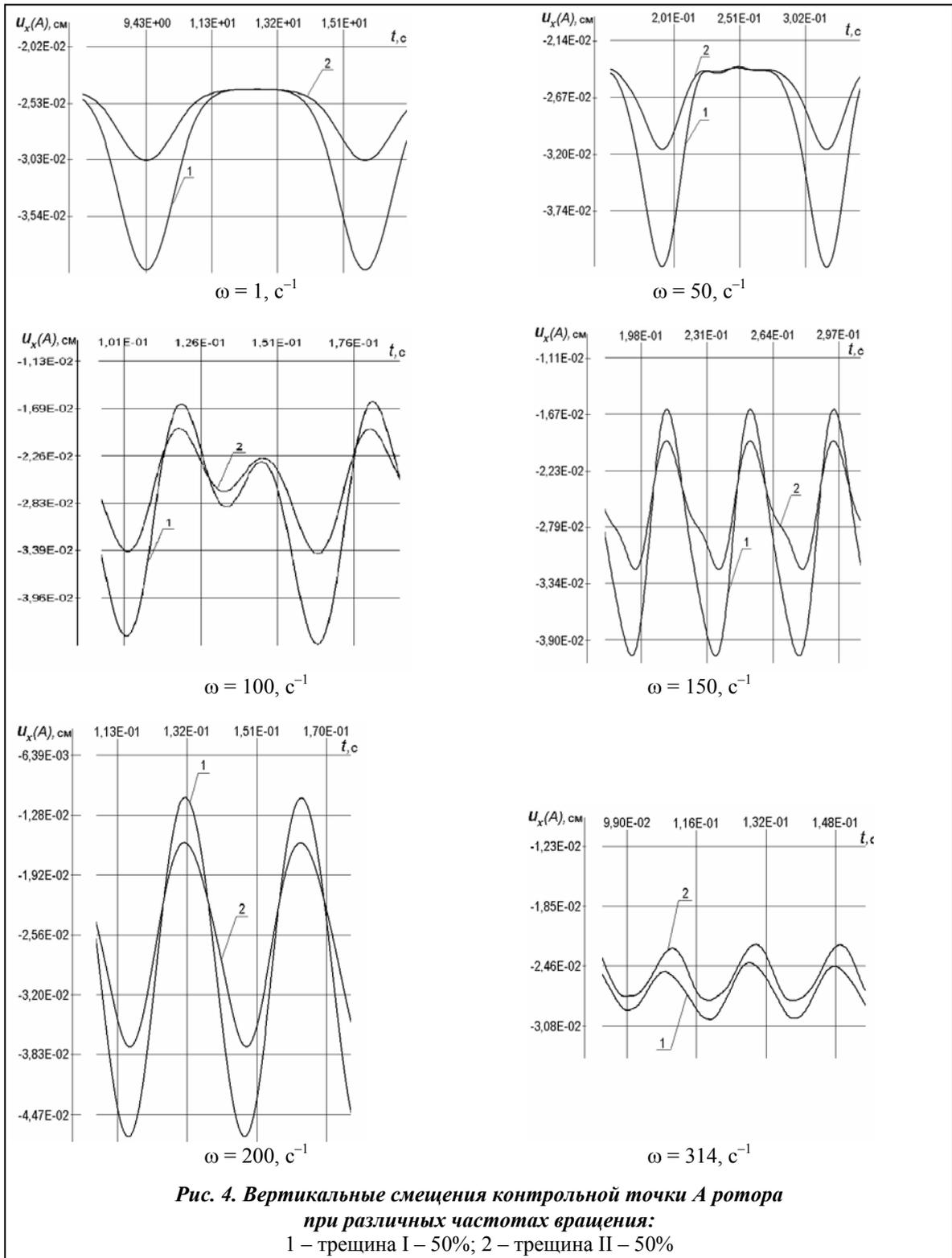
Поведение ротора с дышащей трещиной, т.е. при учете контактирования берегов, более сложное, отвечающее колебаниям нелинейных систем (рис. 3, 4). Начиная с квазистатического состояния ($\omega = 1 \text{ c}^{-1}$) при возрастании частоты вращения частотный спектр сложный, где представлены в основном первая и вторая гармоники, но значительна и третья. По достижении приблизительно половины нижней собственной частоты наблюдается возрастание второй гармоники, что может квалифицироваться, учитывая нелинейность системы, как суперрезонанс 2/1. В зарезонансной области ($\omega = 150 \text{ c}^{-1}$) происходит резкое перераспределение гармонических составляющих, где преобладающей становится первая гармоника. В области частот вращения, близких к собственным частотам, соответствующим первой форме изгибных колебаний ротора с трещиной ($\omega = 200 \text{ c}^{-1}$), возникает основной резонанс по оборотной составляющей. Далее, с возрастанием частоты до рабочей, амплитуды гармонических составляющих уменьшаются.



Влияние места расположения трещины и ее глубины отражено в данных рис. 4 и табл. 2. Из них следует, что на качественном уровне колебательные процессы сходны, в то время как количественные отличия могут быть значительны. С возрастанием глубины трещины реакция ротора на всех частотах вращения больше (трещина с 50%-й глубиной оказывает большее влияние, чем в случае 30%-й глубины). Количественная реакция характеристик колебаний на поперечную трещину в роторе также зависит от ее расположения. Чем больше изменяется жесткость при появлении трещин, тем больше изменяются уровни колебаний. В данном случае трещина I, расположенная посередине ротора и в большей степени понижающая его жесткость, оказывает большее влияние на параметры колебаний, чем трещина II. При этом также важно, по какой форме колеблется ротор. Трещина в области пучности формы, где кривизна формы колебаний максимальна, оказывает гораздо больше влияния, чем, например, в точке перегиба формы.

Выводы

На примере реальной конструкции ротора ЦСД турбины исследованы колебания ротора с гипотетической поперечной трещиной с контактирующими берегами на основе использования трехмерной конечноэлементной модели.



Выполненные расчетные исследования нелинейных колебаний гибкого ротора на различных частотах показали, что он испытывает два резонанса. Первый квалифицируется как суперрезонанс $2/1$ на частоте, близкой к половине расщелившихся из-за трещины низших собственных частот, на которой вторая гармоническая составляющая достигает максимума. Второй резонанс является основным, на котором оборотная гармоническая составляющая

максимальна. При приближении к рабочей частоте амплитуды гармонических составляющих становятся незначительными.

Полученные результаты для ротора с трещиной различной глубины и с изменением ее расположения по ротору показали, что качественная картина спектров колебаний изменяется мало, а количественные изменения амплитуд составляющих колебаний могут быть значительными. При этом приведенные в данной работе результаты поперечных колебаний системы на основе использования трехмерной модели ротора с трещиной и контактирующими берегами качественно подтверждают результаты исследования влияния поперечной трещины на поперечные колебания ротора, представленного упрощенной моделью – стержнем с распределенными параметрами и кинематической схемой дышащей трещины [6, 11].

Литература

1. *Pennacchi P.* A model-based identification method of transverse cracks in rotating shafts suitable for industrial machines / P. Pennacchi, N. Bachschmid, A. Vania // *Mech Systems and Signal Proc.* – 2000. – Vol. 20. – P. 2112–2147.
2. *Sekhar A. S.* Effects of cracks on rotor system instability / A. S. Sekhar, J. K. Dey // *Mechanism and Machine Theory.* – 2000. – Vol. 35. – P. 1657–1674.
3. *Kiciński J.* Rotor Dynamics / J. Kiciński. – Poland, Gdańsk, Institute of Fluid-Fluid Machinery, 2006. – 539 p.
4. *Simplified models of turbine vibrations with breathing crack in the shaft* / N. G. Shulzhenko, V. Ph. Zajtsev, A. V. Asaenok, S. Banaszek // *Int. J. Appl Mech and Eng.* – 2012. – Vol. 17, № 1. – P. 233–247.
5. *Шульженко Н. Г.* Методы расчета и анализ характеристик колебаний многоопорного ротора с поперечной трещиной / Н. Г. Шульженко, Г. Б. Овчарова // *Пробл. прочности.* – 1997. – № 4. – С. 92–99.
6. *Шульженко Н. Г.* Задачи термпрочности, вибродиагностики и ресурса энергоагрегатов (модели, методы, результаты исследований): монография / Н. Г. Шульженко, П. П. Гонтаровский, Б. Ф. Зайцев. – Saarbrücken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co.KG, 2011. – 370 с. – Напечатано в России.
7. *Расчет колебаний ротора с «дышащей» трещиной по трехмерной модели* / Н. Г. Шульженко, Б. Ф. Зайцев, Н. Е. Викман, А. В. Асаенко // *Пробл. прочности.* – 2012. – № 6. – С. 137–145.
8. *Зайцев Б. Ф.* Построение матриц масс для учета центробежных сил при колебаниях трехмерного вращающегося тела / Б. Ф. Зайцев, А. В. Асаенко, Н. Е. Викман // *Вестн. НТУ «ХПИ». Динамика и прочность машин.* – 2009. – Вып. 30. – С. 52–56.
9. *Асаенко А. В.* Расчет колебаний циклически симметричных конструкций трехмерными конечными элементами / А. В. Асаенко, Б. Ф. Зайцев, Н. Г. Шульженко // *Пробл. машиностроения.* – 2000. – Т. 3, № 3–4. – С. 22–28.
10. *Диментберг Ф. М.* Колебания машин / Ф. М. Диментберг, К. Т. Шаталов, А. А. Гусаров. – М.: Машиностроение, 1964. – 308 с.
11. *Шульженко Н. Г.* Определение признака появления трещины при изгибных колебаниях вращающегося ротора / Н. Г. Шульженко // *Пробл. машиностроения.* – 1987. – Вып. 27. – С. 4–29.

Поступила в редакцию
10.09.13