

УДК 539.3

К. В. Аврамов^{*}, д-р техн. наук**А. В. Борисюк**^{**}

^{*} Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины
(г. Харьков, e-mail: kvavr@kharkov.ua)

^{**} Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»
(г. Харьков, e-mail: alexborysiuk@mail.ru)

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО ПЕРИОДИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА АВТОКОЛЕБАНИЯ НЕСИММЕТРИЧНЫХ ОДНОДИСКОВЫХ РОТОРОВ В ПОДШИПНИКАХ СКОЛЬЖЕНИЯ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ДЛИНЫ

Предложена нелинейная математическая модель, описывающая взаимодействие вынужденных колебаний и автоколебаний в однодисковых упругих роторах. Для определения сил масляного слоя подшипников скольжения произвольной длины используется конечноэлементная процедура. Результаты расчета периодических колебаний представляются на амплитудно-частотной характеристике. Исследованы почти периодические колебания ротора.

Запропонована нелінійна математичка модель, що описує взаємодію вимушених коливань та автоколивань в однодискових гнучких роторах. Для визначення сил масляного шару підшипників ковзання довільної довжини використовується скінченноелементна процедура. Результати розрахунку періодичних коливань подані на амплітудно-частотній характеристиці. Досліджені майже періодичні коливання ротора.

Введение

Подшипники скольжения используются в стационарных газотурбинных установках. В современных газотурбинных установках возникают многочастотные нелинейные колебания, которые могут привести к разрушению ротора [1]. Для исследования динамики роторных систем применяются современные методы нелинейной механики, включая метод нелинейных нормальных форм [2, 3]. Обзор публикаций по применению метода нелинейных нормальных форм к анализу роторных систем представлен в [4]. В работах [5, 6] рассматривается симметричный ротор с одним подшипником скольжения. Получена математическая модель однодискового ротора, основанная на экспериментальных данных. В работах [7, 8] рассматривается динамика жесткого ротора, который описывается пятью степенями свободы. В статье [9] предложена асимптотическая процедура для исследования динамики ротора на нелинейных опорах. В [10] исследованы автоколебания ротора в подшипниках скольжения произвольной длины.

В большинстве отмеченных выше статей исследуются автоколебания ротора, возникающие вследствие взаимодействия масляной пленки подшипника скольжения с цапфой ротора. При этом предполагается, что диск ротора не имеет дебаланса. На практике диск ротора всегда имеет дебаланс, который вызывает вынужденные колебания ротора. Тогда может наблюдаться взаимодействие вынужденных колебаний и автоколебаний, которые определяются масляной пленкой подшипника скольжения. В этой статье исследуются именно такие режимы.

Исследуется ротор, находящийся в подшипниках скольжения произвольной длины. Для определения сил масляного слоя применяется конечноэлементная процедура, позво-

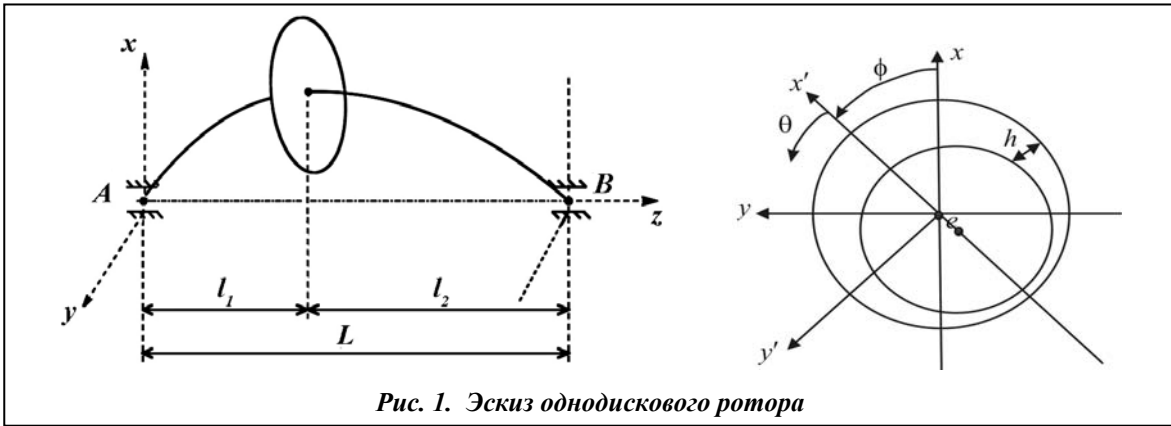


Рис. 1. Эскиз однодискового ротора

ляющая определить силы в виде степенных рядов по обобщенным координатам и скоростям цапф. Для исследования периодических колебаний диска ротора применяется сочетание метода пристрелки с алгоритмом продолжения. Исследованы почти периодические колебания в этой системе.

1. Уравнения движения ротора

Рассмотрим динамику ротора в подшипниках скольжения. Ротор описывается невесомым валом, на котором несимметрично относительно краев крепится жесткий диск. Концы вала закреплены в подшипниках скольжения. Точка крепления диска к валу не совпадает с центром масс диска и отличается на величину D_e . Вследствие колебаний жесткого диска цапфы вала A и B тоже совершают колебания. Обобщенные координаты (x_1, y_1) и (x_2, y_2) описывают эти движения. Движение точки крепления диска к валу опишем двумя обобщенными координатами (x, y) (рис. 1), а поворот диска вокруг осей x и y обозначим θ_1 и θ_2 , соответственно. Вывод кинетической энергии диска и потенциальной энергии вала представлен в статье [3]. На цапфы подшипников скольжения A и B действуют силы со стороны масляного слоя. Проекции этих сил на оси x, y обозначим через $F_x(x_i, y_i), F_y(x_i, y_i), i = 1, 2$. Вал вращается с угловой скоростью Ω вокруг оси z . Расчетная схема системы представлена на рис. 1.

В этой статье рассматривается горизонтальный ротор. Вследствие действия силы тяжести при равномерном вращении ротор занимает положение равновесия, которое определяется следующими значениями обобщенных координат: $\bar{x}, \bar{y}, \bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{x}_2, \bar{y}_2$. Эти значения обобщенных координат находятся из уравнений равновесия

$$F_x(\bar{x}_1, \bar{y}_1) = mg \frac{l_2}{L}; \quad F_y(\bar{x}_1, \bar{y}_1) = 0; \quad F_x(\bar{x}_2, \bar{y}_2) = mg \frac{l_1}{L}; \quad F_y(\bar{x}_2, \bar{y}_2) = 0, \quad (1)$$

где m – вес ротора; g – ускорение свободного падения; величины L, l_1, l_2 представлены на рис. 1. Тогда положение равновесия диска определяется следующими значениями обобщенных координат $\bar{x}, \bar{y}, \bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2$, которые рассчитываются так:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \zeta_1 \bar{x}_2 + \zeta_2 \bar{x}_1 - \frac{mg c_{22}}{c_{11} c_{22} - c_{12}^2}; & \bar{y} &= \zeta_2 \bar{y}_1 + \zeta_1 \bar{y}_2; \\ \bar{\theta}_1 &= \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{L}; & \bar{\theta}_2 &= \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{L} + \frac{mg c_{12}}{c_{11} c_{22} - c_{12}^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где c_{11}, c_{12}, c_{22} – элементы матрицы жесткости вала; $\zeta_1 = \frac{l_1}{L}$; $\zeta_2 = \frac{l_2}{L}$.

Теперь рассмотрим движение ротора относительно найденного положения равновесия. Для этого введем следующую замену переменных:

$$(x, y, \theta_1, \theta_2, x_1, y_1, x_2, y_2) \rightarrow (\bar{x} + x, \bar{y} + y, \bar{\theta}_1 + \theta_1, \bar{\theta}_2 + \theta_2, \bar{x}_1 + x_1, \bar{y}_1 + y_1, \bar{x}_2 + x_2, \bar{y}_2 + y_2). \quad (3)$$

Тогда уравнения движения ротора в новых переменных (3) примут вид [3]

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= \tilde{F}_x(x_1, y_1) + \tilde{F}_x(x_2, y_2) + m\Omega^2 D_e \cos \Omega t; I_e \ddot{\theta}_2 - I_p \Omega \dot{\theta}_1 + l_1 \tilde{F}_x(x_1, y_1) - l_2 \tilde{F}_x(x_2, y_2) = 0; \\ m\ddot{y} &= \tilde{F}_y(x_1, y_1) + \tilde{F}_y(x_2, y_2) + m\Omega^2 D_e \sin \Omega t; I_e \ddot{\theta}_1 + I_p \Omega \dot{\theta}_2 - l_1 \tilde{F}_y(x_1, y_1) + l_2 \tilde{F}_y(x_2, y_2) = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где I_e, I_p – экваториальный и полярный моменты инерции диска; $I_p \Omega \dot{\theta}_1, I_p \Omega \dot{\theta}_2$ – гироскопические моменты, приложенные к диску;

$$\begin{aligned} \tilde{F}_x(x_i, y_i) &= F_x(x_i + \bar{x}_i, y_i + \bar{y}_i) - F_x(\bar{x}_i, \bar{y}_i), \\ \tilde{F}_y(x_i, y_i) &= F_y(x_i + \bar{x}_i, y_i + \bar{y}_i) - F_y(\bar{x}_i, \bar{y}_i); \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Подробный вывод динамической системы (4) представлен в [3].

В статье [3] показано, что кроме уравнений движения диска необходимо рассмотреть уравнения равновесия двух цапф ротора. Эти уравнения связывают обобщенные координаты движения диска $q = (x, \theta_1, y, \theta_2)^T$ и обобщенные координаты цапф ротора $q_1 = (x_1, y_1, x_2, y_2)^T$. В матричной форме они выглядят так:

$$[R]q = [\tilde{D}]q_1. \quad (5)$$

Вычисление коэффициентов матриц $[R], [\tilde{D}]$ подробно описано в статье [3].

Уравнения движения диска ротора (4) представим в следующей матричной форме:

$$[M]\ddot{q}(t) + [G]\dot{q}(t) = W(q_1, q_1') + D_F, \quad (6)$$

где $q_1' = \frac{d}{dt}q_1$; $[M] = \text{diag}(m, I_e, m, I_e)$; $D_F = m\Omega^2 D_e (\cos \Omega t, 0, \sin \Omega t, 0)$;

$$[G] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_p \cdot \Omega \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_p \cdot \Omega & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad W(q_1, q_1') = (w_1, \dots, w_4)^T;$$

$$\begin{aligned} w_1 &= F_x(x_2, y_2, x_2', y_2') + F_x(x_1, y_1, x_1', y_1'); \quad w_2 = l_1 F_y(x_1, y_1, x_1', y_1') - l_2 F_y(x_2, y_2, x_2', y_2'); \\ w_3 &= F_y(x_2, y_2, x_2', y_2') + F_y(x_1, y_1, x_1', y_1'); \quad w_4 = l_2 F_x(x_2, y_2, x_2', y_2') - l_1 F_x(x_1, y_1, x_1', y_1'). \end{aligned}$$

Исключим из уравнений движения ротора (6) обобщенные координаты цапф q_1 . Для этого уравнения (5) введем в правые части уравнений движения (6). В результате получим следующую динамическую систему:

$$\ddot{q} + [F]\dot{q} = \tilde{W}(q, \dot{q}) + \tilde{D}_F, \quad (7)$$

где $[F] = [M^{-1}][G]$, $\tilde{D}_F = [M^{-1}]D_F$;

$$\tilde{W}(q, \dot{q}) = [M]^{-1}W(q_1, q_1') = [M]^{-1}W(q_1, \Omega^{-1}\dot{q}_1) = [M]^{-1}W(\tilde{D}^{-1}Rq, \Omega^{-1}\tilde{D}^{-1}R\dot{q}).$$

Теперь рассмотрим силы масляного слоя. Проекция сил масляного слоя на оси x, y определяются так [2]:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = - \int_0^{L_b} \int_0^\pi \begin{bmatrix} \cos(\theta + \phi) \\ \sin(\theta + \phi) \end{bmatrix} p(z_1, \theta) R d\theta dz_1, \quad (8)$$

где L_b – длина подшипника скольжения; R – радиус цапфы ротора; ϕ – угол, определяющий линию центров (рис.1); z_1, θ – продольная и угловая координаты подшипника скольжения; ($z_1 \in [0, L_b]$); $p(z_1, \theta)$ – давление, действующее на цапфы ротора.

Следуя [5], предположим, что масляная пленка в подшипнике занимает область $\theta \in [0, \pi]$. Течение смазки между цапфой ротора и рабочей поверхностью подшипника описывается уравнением Рейнольдса [2]

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h^3}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = \Omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (9)$$

где μ – вязкость масла. Для упрощения дальнейшего изложения рассмотрим подшипник A (рис. 1). Величина зазора между цапфой и рабочей поверхностью подшипника h выражается так:

$$h = c - x_1(t) \cos(\theta + \phi) - y_1(t) \sin(\theta + \phi),$$

где c – величина зазора между ротором и подшипником.

Рассмотрим граничные условия для уравнения Рейнольдса (9). В торцевых сечениях подшипника скольжения давление определяется как $p(0, \theta) = p(L_b, \theta) = 0$. На концах масляной пленки $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ достигается максимум и минимум давления:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} p(z, 0) = \frac{\partial}{\partial \theta} p(z, \pi) = 0.$$

В дальнейшем к уравнению Рейнольдса (9) применим безразмерные переменные и параметры

$$\tilde{x}_j = \frac{x_j}{c}; \quad \tilde{y}_j = \frac{y_j}{c}; \quad j = 1, 2; \quad \tilde{H} = \frac{h}{c}, \quad \tau = \Omega t. \quad (10)$$

Тогда уравнение (9) представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left(\tilde{H}^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{R^2 \partial \theta} \left(\tilde{H}^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = \frac{\Omega}{\varsigma} [(\tilde{x}_1 + \bar{x}_1) \sin(\theta + \phi) - (\tilde{y}_1 + \bar{y}_1) \cos(\theta + \phi)] - \\ - \frac{2\Omega}{\varsigma} [\tilde{x}'_1 \cos(\theta + \phi) + \tilde{y}'_1 \sin(\theta + \phi)], \end{aligned} \quad (11)$$

где $\tilde{x}'_1 = \frac{d\tilde{x}_1}{d\tau}$; $\tilde{y}'_1 = \frac{d\tilde{y}_1}{d\tau}$; $\varsigma = \frac{c^2}{6\mu}$; $\tilde{H} = 1 - \tilde{x}_1 \cos(\theta + \phi) - \tilde{y}_1 \sin(\theta + \phi) - \bar{x}_1 \cos(\theta + \phi) - \bar{y}_1 \sin(\theta + \phi)$.

Для определения давления в масляном слое применяется метод Галеркина совместно с методом конечных элементов. Такая процедура подробно рассмотрена в статье [11]. В результате применения этой процедуры проекции сил масляного слоя (8) определяются в виде степенных рядов обобщенных координат и обобщенных скоростей цапф $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}'_1, \tilde{y}'_1)$

$$\begin{aligned} F_x = F_{x,0} + F_{x,1}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}'_1, \tilde{y}'_1) + F_{x,2}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}'_1, \tilde{y}'_1) + F_{x,3}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}'_1, \tilde{y}'_1) + \dots; \\ F_y = F_{y,0} + F_{y,1}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}'_1, \tilde{y}'_1) + F_{y,2}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}'_1, \tilde{y}'_1) + F_{y,3}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}'_1, \tilde{y}'_1) + \dots, \end{aligned} \quad (12)$$

где $F_{x,i}, F_{y,i}, i = 0, 1, \dots$ – слагаемые степенного ряда i -го порядка.

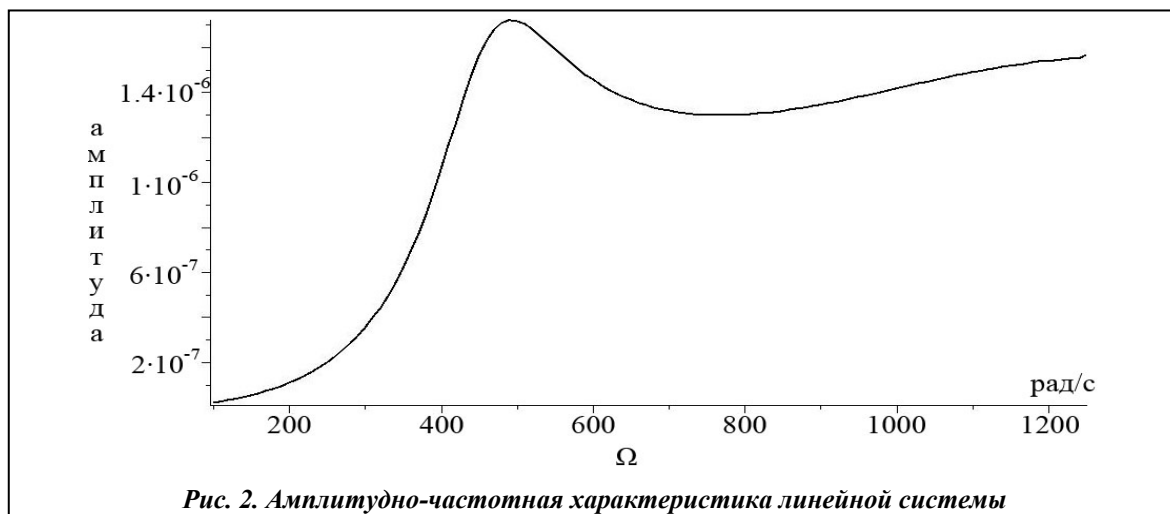
2. Численный анализ нелинейной динамики ротора

Рассматривались периодические колебания в динамической системе (7) с периодом $T = 2\pi/\Omega$. Для расчета этих колебаний применяется метод пристрелки в сочетании с алгоритмом продолжения по параметру. Такие численные алгоритмы подробно обсуждаются в монографии [12]. Для анализа устойчивости полученных периодических движений рассчитывалась фундаментальная матрица и мультипликаторы. Алгоритмы их расчетов рассматриваются также в [12].

Колебания ротора исследовались при следующих численных значениях его параметров [13]:

$$\begin{aligned} R = 0,0127\text{м}; \quad \mu = 24,1 \cdot 10^{-3} \text{Па} \cdot \text{с}; \quad L_b = 6,35 \cdot 10^{-3} \text{м}; \quad c = 5,33 \cdot 10^{-5} \text{м}; \quad m = 11\text{кг}; \\ I_1 = I_2 = 0,25525\text{м}^2; \quad I_p = 0,056774\text{кг} \cdot \text{м}^2; \quad I_e = 0,02838704\text{кг} \cdot \text{м}^2; \\ D_f = 1,084 \cdot 10^{-6} \text{м}; \quad E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{Па}. \end{aligned} \quad (13)$$

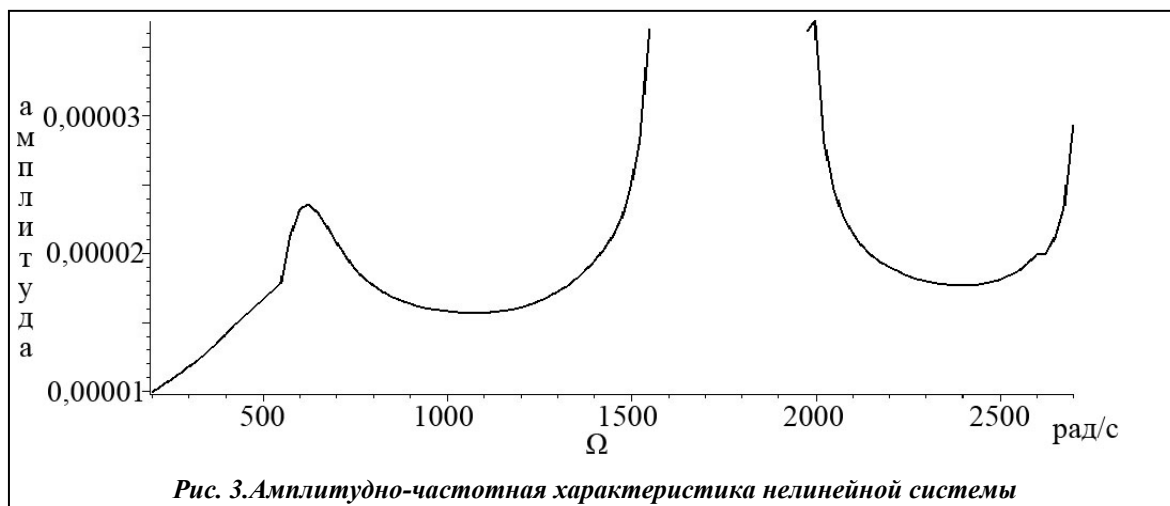
Итак, в численных расчетах рассматривался случай, когда диск расположен посередине вала.

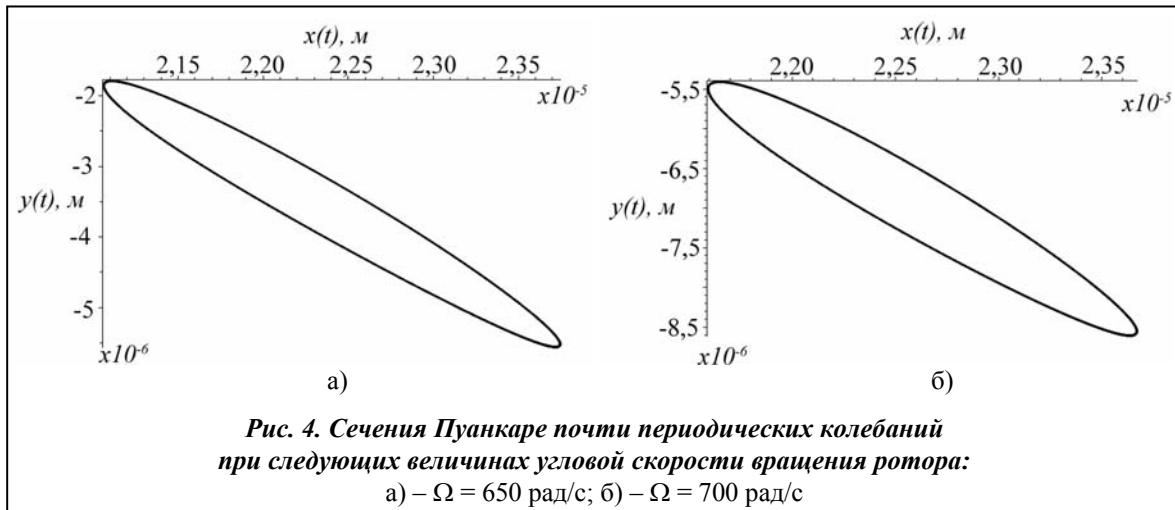


Сначала исследовались линейные вынужденные периодические колебания. В этом случае линейризовывались нелинейные силы масляного слоя (12). В разложениях (12) оставались линейные слагаемые по обобщенным координатам цапф и их скоростям. Результаты расчета амплитудно-частотных характеристик приводятся на рис.2. Здесь показаны амплитуды периодических колебаний обобщенной координаты $x(t)$ в зависимости от частоты вращения ротора Ω . При $\Omega = 510$ рад/с частота вращения ротора совпадает с собственной частотой колебаний системы и возникает увеличение амплитуд колебаний.

Для исследования устойчивости полученных периодических движений производилось прямое численное интегрирование динамической системы (7) на длительном временном интервале из начальных условий периодических колебаний. Результаты прямого численного интегрирования свидетельствуют, что периодические движения в линейной системе являются устойчивыми в частотном диапазоне $\Omega \in [0; 1263]$ рад/с. Если $\Omega > 1263$ рад/с, то траектории линейной системы с течением времени уходят на бесконечность. Все представленные на рис. 2 колебания являются устойчивыми.

Теперь рассмотрим динамику системы с учетом нелинейных сил масляного слоя. Для исследования периодических колебаний ротора применяется метод пристрелки в сочетании с алгоритмом продолжения по параметру. Результаты расчета представлены на рис. 3, где показывается зависимость амплитуд колебаний обобщенной координаты $x(t)$ от угловой скорости вращения ротора Ω . Все периодические колебания, представленные на рис. 3, являются устойчивыми. В частотном диапазоне $\Omega \in [1600; 2000]$ рад/с не было обнаружено каких-либо установившихся колебаний. Все траектории динамической системы уходят на бесконечность. Так проявляется резонанс в исследуемой системе.





Для определения других видов установившихся колебаний, отличных от периодических (рис. 3), проводилось прямое численное интегрирование динамической системы (7) при различных значениях угловой скорости вращения ротора и при различных величинах начальных условий. В результате расчетов были обнаружены почти периодические колебания, которые возникают при $\Omega = 625$ рад/с. Подчеркнем, что при меньших значениях угловой скорости вращения ротора установившихся колебаний и их бифуркаций, приводящих к почти периодическим движениям, не наблюдалось. Итак, наблюдается жесткое возникновение почти периодических колебаний в системе. Такие почти периодические колебания имели место в следующем диапазоне угловой скорости вращения ротора $\Omega \in [625; 807]$ рад/с.

Для исследования почти периодических колебаний рассчитывались сечения Пуанкаре [12]. Они определялись следующей плоскостью в фазовом пространстве: $\Sigma = \{(q, \dot{q}) \in R^8 | \dot{x} = 0\}$. Результаты расчета приведены на рис. 4. В качестве примера сечения Пуанкаре при $\Omega = 650$ рад/с и $\Omega = 700$ рад/с приводятся на рис. 4, а, б, соответственно. На этих рисунках представлено по 3000 точек. Как видно, точки на сечении Пуанкаре плотно занимают замкнутую кривую, свидетельствуя о возникновении в системе инвариантного тора (почти периодических колебаний).

Подчеркнем, что во всем диапазоне вращения ротора $\Omega \in [625; 807]$ рад/с наблюдаются почти периодические колебания, то есть не происходит их переход в субгармонические или в хаотические колебания. В указанном диапазоне частот в системе присутствуют как моногармонические колебания, которые представлены на амплитудно-частотной характеристике (рис. 3), так и почти периодические колебания.

Заключение

В статье предложена математическая модель, описывающая взаимодействие вынужденных колебаний и автоколебаний в однодисковых роторах. Вынужденные колебания возникают вследствие дебаланса, всегда присутствующего в диске. Автоколебания обусловлены взаимодействием масляной пленки подшипника скольжения и цапфы ротора. Для описания этого взаимодействия в статье рассчитываются силы, которые являются нелинейными функциями обобщенных координат цапф. Для определения этих сил в подшипнике скольжения произвольной длины в статье предложена специальная конечноэлементная процедура.

Исследовано взаимодействие автоколебаний в роторах с внешней периодической силой. Амплитудно-частотная характеристика периодических колебаний содержит один резонанс. Подчеркнем, что в резонансной области наблюдается уход траекторий на бесконечность. Не было обнаружено области многозначности периодических колебаний.

На частоте вращения ротора $\Omega = 625$ рад/с жестко рождаются почти периодические колебания. Такие режимы наблюдались в частотном диапазоне $\Omega \in [625; 807]$ рад/с. В этом

частотном диапазоне не наблюдалось перехода от почти периодических к субгармоническим, или хаотическим колебаниям. В частотном диапазоне $\Omega \in [625; 807]$ рад/с происходит бистабильность колебаний, то есть кроме почти периодических колебаний независимо наблюдаются периодические режимы.

Литература

1. Zhang X. Y. On site testing and analysis of the oil whirl phenomena in national made 200 MW stream turbine generator systems/ X. Y. Zhang // Power Industry. – 1992. – № 12. – P. 32–37.
2. *Nonlinear* normal modes of a rotating shaft based on the Invariant Manifold Method / M. Legrand, D. Jiang, C. Pierre, S.W. Shaw // Int. J. Rotating Machinery. – 2004. – № 10. – P. 319–335.
3. Avramov K. V. Nonlinear dynamics of one disk asymmetrical rotor supported by two journal bearings / K. V. Avramov, A. Borisuk // Nonlinear Dynamics. – 2011. – Vol. 67, № 2. – P. 1201–1219.
4. Avramov K. V. Review of applications of nonlinear normal modes for vibrating mechanical systems / K. V. Avramov, Yu. V. Mihin // Appl. Mech. Reviewer. – 2013. – Vol. 65, № 2. (20 pages) doi:10.1115/1.4023533.
5. Muszynska A. Whirl and whip-rotor/ bearing stability problems/ A. Muszynska // J. Sound and Vibration. – 1986. – № 110. – P. 443–462.
6. Muszynska A. Stability of whirl and whip in rotor bearing systems / A. Muszynska // J. Sound and Vibration. – 1988. – № 127. – P. 49–64.
7. Adiletta G. Nonlinear dynamics of a rigid unbalanced rotor in journal bearing. Part I: Theoretical Analysis / G. Adiletta, A. R. Guido, C. Rossi // Nonlinear Dynamics. – 1997. – № 14. – P. 57–87.
8. Adiletta G. Chaotic motions of a rigid rotor in short journal bearings / G. Adiletta, A. R. Guido, C. Rossi // Nonlinear Dynamics. – 1996. – № 10. – P. 251–269.
9. Avramov K. V. Asymptotic analysis of the forced vibrations of a one disk rotor on a nonlinear flexible base / K. V. Avramov // Proc. of Institution of Mech. Eng. Part C. J. Mech. Eng. Sci. – 2010. – Vol. 224, № 8. – P. 1593–1605.
10. Avramov K. V. Self-sustained vibrations of one dosk rotor in two arbitrary length journal bearing / K. V. Avramov, A. Borisuk // Mechanism and Machine Theory. – 2013. – Vol. 70. – P. 474–486.
11. Борисюк А. В. К расчету нелинейных сил, действующих на цапфы роторов на подшипниках скольжения / А. В. Борисюк, К. В. Аврамов // Пробл. машиностроения. – 2011. – Т. 1, № 3. – С. 48–52.
12. Аврамов К.В. Нелинейная динамика упругих систем. Модели, методы, явления / К. В. Аврамов, Ю. В. Михлин. – М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2010. – 704 с.
13. Subbiah R. Dynamic Behavior of Rotor Systems with a Comprehensive Model for the Hydrodynamic Bearing Supports Using Modal Analysis and Testing, PhD thesis in the Department of Mechanical Engineering, Concordia University, Montreal, Canada, 1985. – 286 p.

Поступила в редакцию
01.11.13