

УДК 621.785.5

**М. А. Погрібний**, канд. техн. наук**О. Є. Вуць**Національний технічний інститут «Харківський політехнічний інститут»  
(м. Харків, e-mail: shulc01@mail.ru)**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНИХ  
ПОЛІВ ПІД ЧАС ВІДПУСКУ З НАГРІВАННЯМ  
СТРУМАМИ ВИСОКОЇ ЧАСТОТИ**

*Досліджено можливість прогнозування термічних процесів шляхом моделювання температурних полів під час нагрівання струмами високої частоти (СВЧ) при термічній обробці (відпуск) деталей машин та механізмів. Розроблена методика побудови температурних полів на модельних тілах різної геометричної форми і складу, які є прототипом реальних виробів, за допомогою пакету MatLab. Проведене порівняння впливу часу нагрівання, розмірів та хімічного складу матеріалу на розподіл температури по перерізу виробів. Побудовані номограми, які дозволяють визначити необхідні технологічні параметри нагрівання під час швидкісного відпуску СВЧ.*

*Исследована возможность прогнозирования термических процессов путем моделирования температурных полей во время нагрева токами высокой частоты (ТВЧ) при термической обработке (отпуск) деталей машин и механизмов. Разработана методика построения температурных полей на модельных телах различной геометрической формы и состава, которые являются прототипом реальных изделий, с помощью пакета MatLab. Проведено сравнение влияния времени нагрева, размеров и химического состава материала на распределение температуры по сечению изделий. Построены номограммы, которые позволяют определить необходимые технологические параметры нагрева во время скоростного отпуска ТВЧ.*

**Вступ та постановка задачі**

Відомо [1, 2], що застосування високих швидкостей нагрівання ( $V > 100$  °C/c) під час проведення індукційного (СВЧ) чи електровідпуску деталей приводить до суттєвого поліпшення механічних та експлуатаційних властивостей матеріалів у порівнянні з повільним нагріванням (наприклад, пічним).

Виходячи з особливостей індукційного нагрівання однією з головних задач при проведенні відпуску за допомогою СВЧ є отримання рівномірного прогрівання по перерізу виробів або відпуск на певну глибину, наприклад, загартованого шару. Тільки в цьому випадку можлива реалізація всіх переваг від застосування швидкісного відпуску. Водночас пряме вимірювання температури по перерізу виробів під час швидкісного індукційного нагрівання є досить ускладненим, а в багатьох випадках взагалі неможливим: по-перше, введення термоелектричних датчиків всередину виробу призводить до порушення його цілісності, а по-друге, зміна геометрії в місці введення підвищує концентрацію індукційного струму, що суттєво спотворює показники вимірювання температури [3].

Тому метою дослідження було отримання моделей температурних полів при швидкісному відпуску СВЧ для теоретичної оцінки розподілу температури в зоні нагрівання. Це, в свою чергу, дасть можливість розрахувати оптимальні параметри швидкісного нагрівання і тим самим досягти однорідного розподілу мікроструктури та властивостей від поверхні до серцевини або на задану глибину виробів.

**Методика дослідження**

В основу методу моделювання температурних полів покладено рівняння теплового балансу для кожного елемента розрахункової області

$$\rho \cdot C \cdot dT/dt - \text{div}(k \cdot \text{grad}T) = Q + h \cdot (T_{ext} - T), \quad (1)$$

де  $\rho$  – густина речовини,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $C$  – питома теплоємність речовини,  $\text{Дж}/\text{кг} \cdot \text{К}$ ;  $k$  – теплопровідність речовини,  $\text{Вт}/\text{К} \cdot \text{м}$ ;  $Q$  – об'ємна густина потужності додаткових об'ємних джерел тепла,  $\text{Вт}/\text{м}^3$ ;  $h$  – коефіцієнт конвективного або кондуктивного теплообміну розрахункової області з навколишнім середовищем,  $\text{Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К}$ ;  $T_{ext}$  – температура навколишнього середовища при нескінченному віддаленні від розрахункової області,  $\text{К}$ ;  $T$  – температура розрахункової області на границі теплообміну,  $\text{К}$ .

При виведенні диференціального рівняння теплопровідності використано закон збереження енергії, який у даному випадку може бути сформульовано таким чином: кількість теплоти  $dQ$ , введеної в елементарний об'єм ззовні за певний час внаслідок теплопровідності, а також від внутрішніх джерел, дорівнює зміні внутрішньої енергії речовини, що міститься в елементарному об'ємі [4].

Виходячи з цього перша складова у лівій частині формули (1) визначає зміну внутрішньої енергії матеріалу при зміні температури за проміжок часу  $dt$ . Вона базується на законі Джоуля

$$dQ = \rho \cdot C \cdot dT.$$

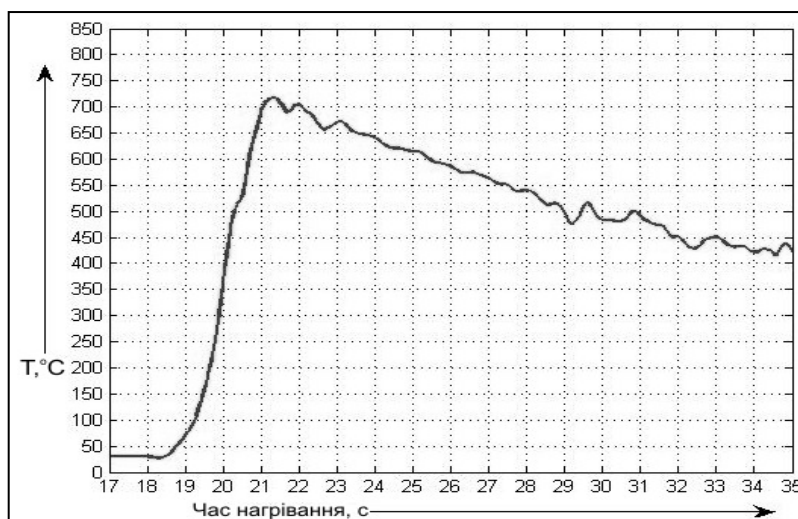
Друга складова виражає рівняння теплообміну на границях певного елемента із сусідніми і описується законом Фур'є.

$$dQ/dt \cdot S = \text{div}(k \cdot \text{grad}T),$$

де  $S$  – одиниця площини контакту.

Побудова температурних полів при швидкісному відпуску з нагріванням СВЧ проводилась стосовно модельних тіл різної геометричної форми – циліндричної та кубічної і різного хімічного складу – високолегованої сталі 15X11МФ та вуглецевої сталі 45. Їх прототипом є цілий ряд реальних виробів та зразків. Температура нагрівання при моделюванні була обрана  $700^\circ\text{C}$ , що відповідає температурі високого відпуску, який широко розповсюджений у машинобудуванні. Швидкість нагрівання зразків складала  $100\text{--}700^\circ\text{C}/\text{с}$ ; вона визначалась за допомогою експериментальних кривих нагрівання (рис. 1).

Розрахунок теплових процесів при нагріванні СВЧ неможливий без урахування особливостей індукційного нагрівання. При нагріванні СВЧ на відміну від пічного, виділення



**Рис. 1. Крива нагрівання під час швидкісного відпуску СВЧ при  $700^\circ\text{C}$**

теплоти відбувається безпосередньо в тих зонах металу, що зазнають впливу змінного магнітного поля і електричного струму від генератора СВЧ. Як відомо [2], глибина проникнення струму в метал залежить від його частоти та фізичних властивостей металу, що нагрівається. При цьому на початку нагрівання теплота виділяється лише в поверхневому шарі (скін-шарі), розміри якого дорівнюють глибині проникнення струму в холодний метал, який за низьких те-

температур має феромагнітні властивості. В подальшому, коли температура поверхневого шару металу досягне точки Кюрі, магнітна проникність його стане близької до одиниці і кількість теплоти, що виділяється в цьому шарі, зменшиться. Це обумовить вповільнення підвищення температури. Оскільки кінцевий розподіл температури встановлюється за певний проміжок часу, частина теплової енергії за рахунок теплопровідності буде відводитися вглиб.

Таким чином, для зменшення перепаду температури по перерізу зразка при використанні СВЧ час нагрівання необхідно збільшувати, а отже, знижувати швидкість нагрівання, що забезпечить перенесення значно більшої кількості теплоти в серцевину металу. З іншого боку, зниження швидкості можливе лише до певних меж для запобігання втраті переваг швидкісного відпуску. При цьому прогрівання вважається рівномірним, коли перепад температури по перерізу виробу досягає не більше ніж 50 °С [2].

Крім того, при побудові моделей враховували глибину скін-шару, починаючи з якої проводився розрахунок розподілу температурних полів. Для визначення товщини скін-шару використовували формулу [3]

$$\delta = 503 \sqrt{\frac{\rho}{\mu \cdot f}}, \quad (2)$$

де  $\rho$  – питомий опір, Ом·м;  $\mu$  – відносна магнітна проникність;  $f$  – частота струму, Гц.

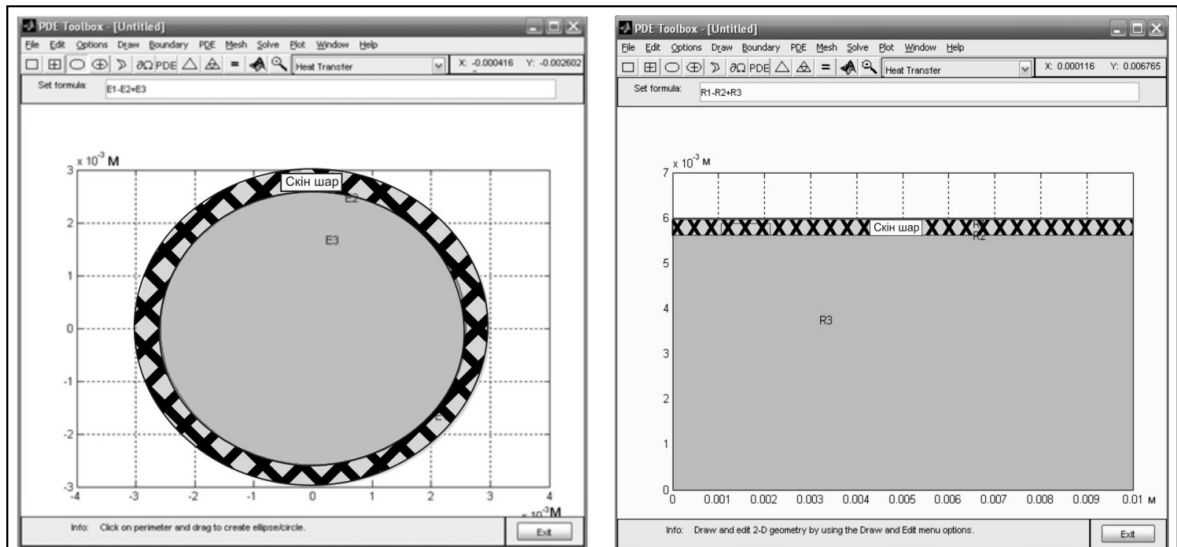
Під час нагрівання частота струму є сталою величиною і в нашому випадку складала 440 кГц. Підставивши у формулу (2) значення  $\mu$  та  $\rho$  при температурі 20 °С і 700 °С та усереднивши отримані величини, знаходимо величину скін-шару: для сталі 15X11МФ ( $\delta_1 = 0,405$  мм) та сталі 45 ( $\delta_2 = 0,42$  мм).

Розрахунок розподілу температурних полів по перерізу модельних тіл проведений з використанням додатку PDEToolbox шляхом розв'язання диференціального рівняння теплопровідності (1) в частинних похідних методом скінченних елементів у двовимірній постановці. При цьому область побудови розбивалась на скінченне число елементарних підмножин стандартної форми (скінченні елементи). У системі MatLab ці скінченні елементи являли собою криволінійні трикутники. На границях кожного елемента підтримувались умови безперервності температурного поля. Точність обчислення задавалась розміром елемента, тобто густиною сітки. Початкові та граничні умови, необхідні для розгляду динаміки зміни температурного поля, задавали разом з параметрами матеріалу в розрахунковій області. Динаміка розподілу температур для кожного моменту часу може надаватись або графічно, або у вигляді анімації [5].

Для коректності розв'язання диференціального рівняння теплопровідності значення величин вводились в системі СІ. Кінцевою величиною розрахунків є температура (в додатку PDETool величина  $U$ ), що виражена в градусах Кельвіна. Для спрощення сприйняття моделі при графічному виведенні маємо можливість вивести показники температури в градусах Цельсія. Для цього у вікні встановлення графічних параметрів моделі прописували задану функцію «U-273», що і є переведенням у градуси Цельсія.

Виходячи з можливостей додатку PDETool та особливостей індукційного нагрівання при розрахунку моделі розповсюдження температурних полів були реалізовані певні обмеження:

- не враховувався вплив попередньої термічної обробки, в нашому випадку загартування (вплив типу мікроструктури на теплофізичні властивості вважаємо достатньо малим, тобто ним можна знехтувати);
- не враховувалась швидкість нагрівання скін-шару до заданої температури (приймаємо, що скін-шар по всій товщині має сталу температуру 700 °С і досягає її миттєво);
- відсутні додаткові джерела тепла, крім основного (нагрівання СВЧ), тобто об'ємна густина потужності сторонніх потоків  $Q$  дорівнює 0;



а)

б)

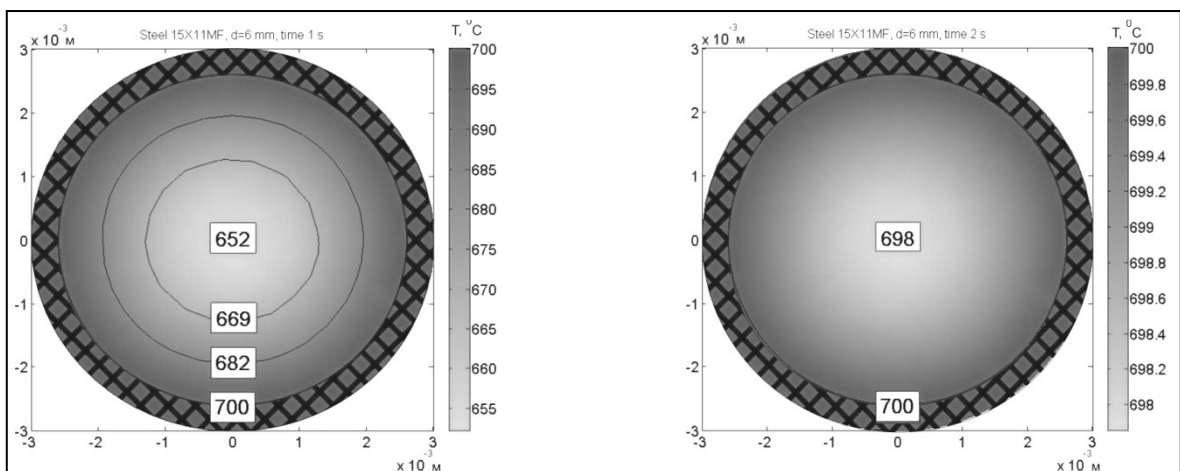
**Рис. 2. Формування вихідної геометрії і глибини скін-шару в інтерфейсі PDETool:**

а) – модельне тіло циліндричної форми; б) – модельне тіло кубічної форми

- конвективний теплообмін досліджуваних областей з навколишнім середовищем достатньо малий, що їм можна знехтувати, тобто коефіцієнт конвективного теплообміну  $h$  дорівнює 0.

Розрахунок теплових полів доповнювався геометричними, граничними, фізичними та часовими умовами:

1. Геометричні умови визначають форму й розміри області, у якій протікає досліджуваний процес. Побудова моделі температурного поля для модельних тіл циліндричної або кубічної форми має деяку відмінність. Так, на модельних тілах кубічної форми температуру задавали лише з однієї сторони, на відміну від циліндра, в якому температуру задавали по всій поверхні. Для моделювання температурних полів нами обрані модельні тіла діаметром від 1 до 14 мм. Розміри модельних тіл кубічної форми –  $6 \times 10$  мм. Величина скін-шару залишається постійною для кожного типу сталі і не залежить від геометрії тіл, а тільки (як було зазначено раніше) від частоти струму і фізичних властивостей досліджуваного матеріалу. Формування вихідної геометрії модельних тіл і глибини скін-шару в графічному

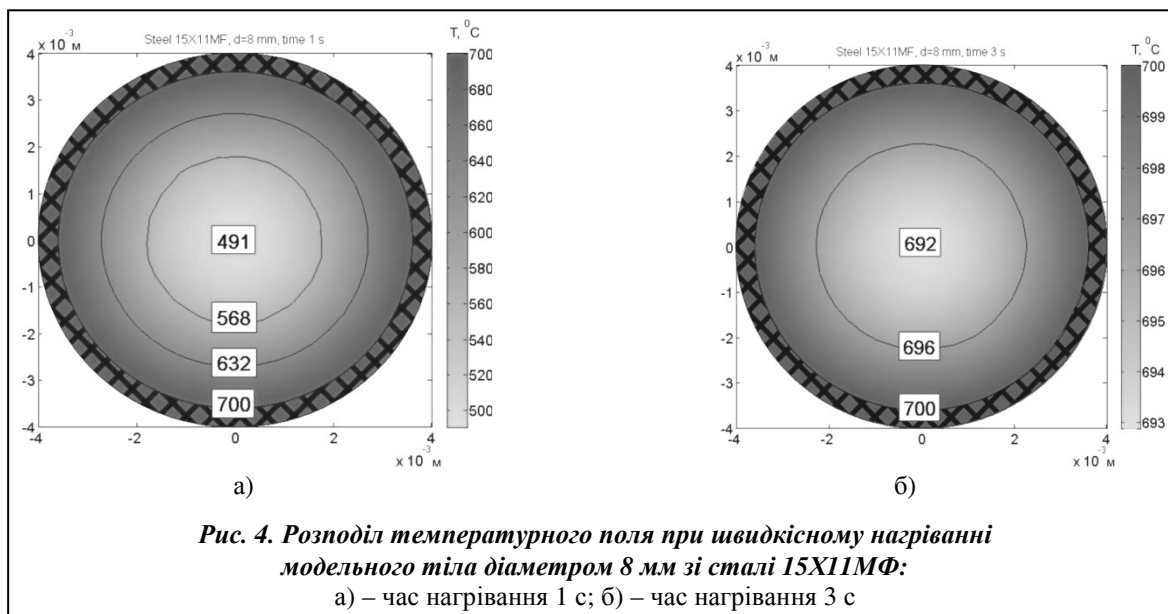


а)

б)

**Рис. 3. Розподіл температурного поля при швидкісному нагріванні модельного тіла діаметром 6 мм зі сталі 15X11МФ:**

а) – час нагрівання 1 с; б) – час нагрівання 2 с



інтерфейсі PDETool показано на рис. 2.

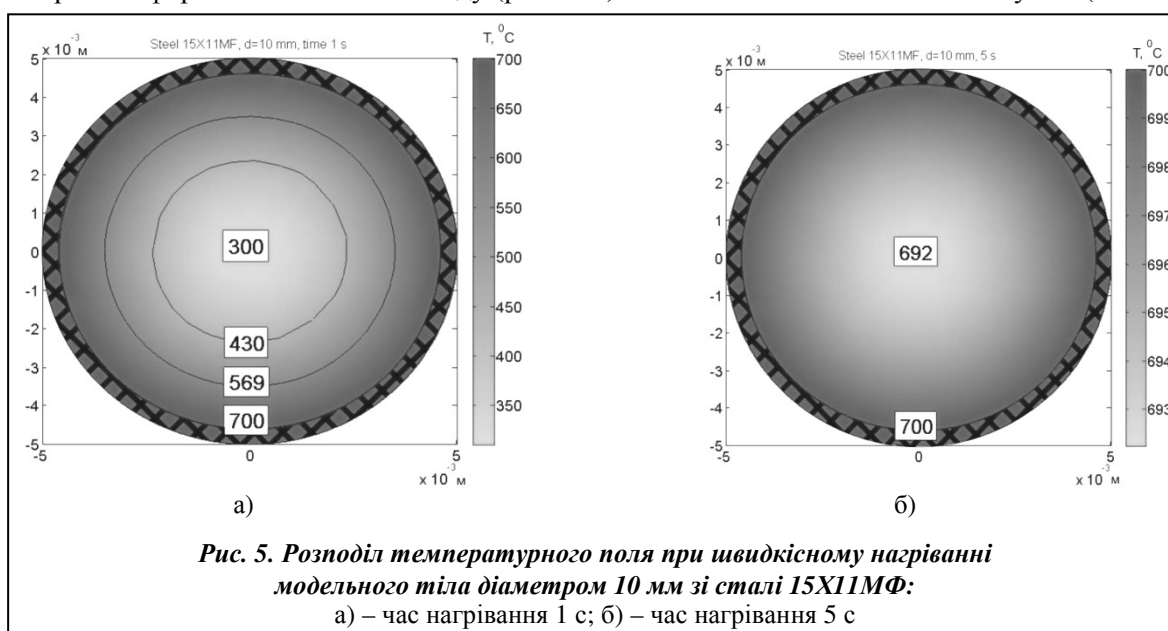
2. Граничні умови визначають протікання процесу на поверхні та межах областей модельного тіла і задаються за Дирихле [5], тобто температуру  $700^{\circ}\text{C}$  задавали безпосередньо на поверхні досліджуваних областей.

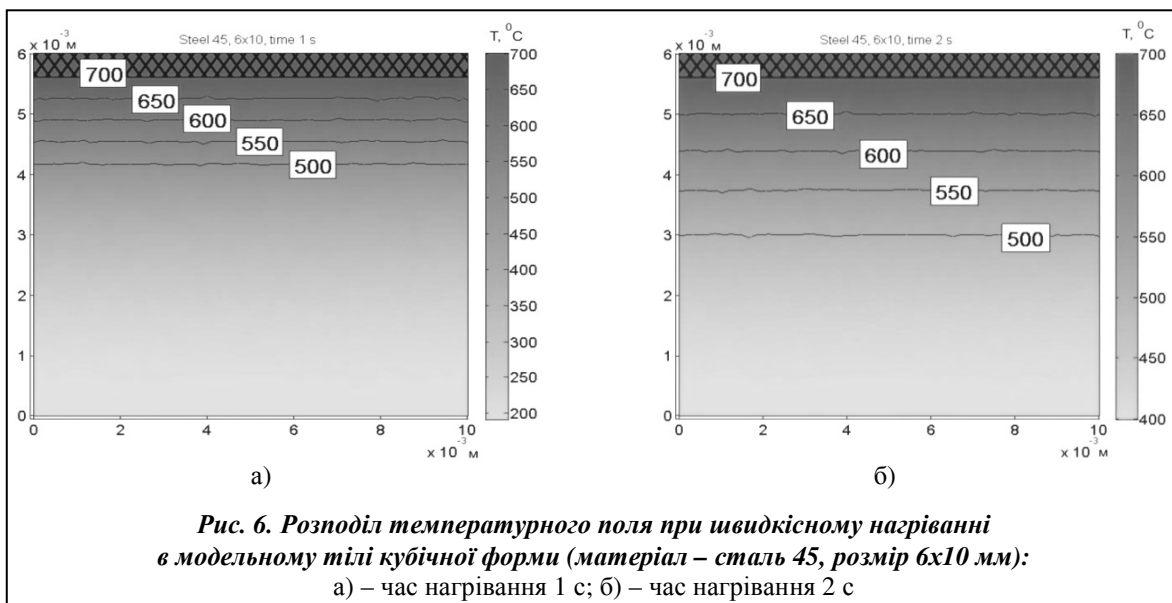
3. Фізичні умови характеризують теплофізичні властивості у досліджуваній області, тобто властивості матеріалу (сталей). Крім того, вони характеризують об'ємну густину потужності сторонніх джерел тепла і характер теплообміну розрахункової області з навколишнім середовищем.

4. Часові умови визначають час, необхідний для протікання процесів. Вони не залежать від геометричних і фізичних умов, а лише від умов експерименту, в нашому випадку, від часу прогрівання.

### Результати дослідження

Зазначена методика для проведення розрахунку температурних полів дозволила отримати у графічному вигляді розподіл температури по перерізу модельних тіл різної геометричної форми та хімічного складу (рис. 3–7). Також шляхом зміни часових умов (час на-



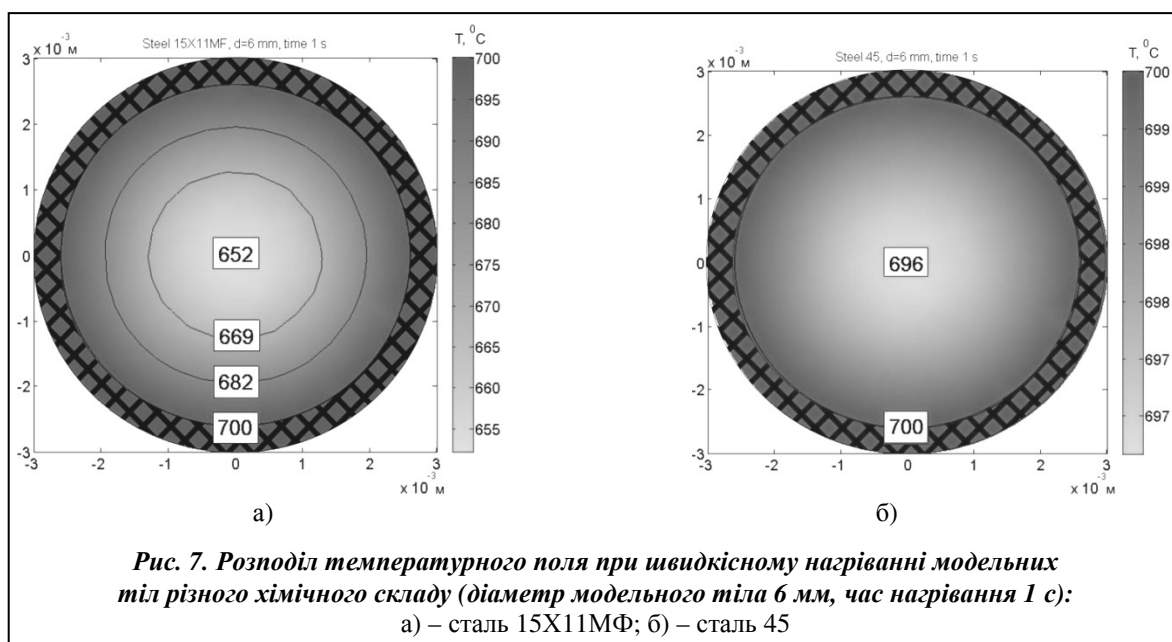


грівання) був визначений оптимальний час для проведення рівномірного наскрізного прогрівання тіл циліндричної форми (при різниці температури між поверхнею та серцевиною  $\Delta T \leq 50^\circ\text{C}$ ) та час прогрівання на задану глибину.

Як видно з рис. 3, а модельне тіло циліндричної форми діаметром 6 мм зі сталі 15X11МФ при швидкісному нагріванні до  $700^\circ\text{C}$  за 1 с прогрівається досить рівномірно, оскільки різниця температури між поверхнею і серцевиною складає  $\Delta T = 48^\circ\text{C}$ . Збільшення часу нагрівання до 2 с (рис. 3, б) приводить до отримання майже однакової температури на поверхні та в серцевині ( $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ ).

Моделювання нагрівання тіла діаметром 8 мм за 1 секунду показує (рис. 4, а), що температурне поле від поверхні до серцевини розподіляється нерівномірно ( $\Delta T = 209^\circ\text{C}$ ). Збільшення тривалості нагрівання до 3 секунд (рис. 4, б) приводить до мінімальної різниці температур між поверхнею й серцевиною ( $\Delta T = 8^\circ\text{C}$ ).

У модельному тілі діаметром 10 мм температурне поле за 1 секунду (рис. 5, а) розподіляється вкрай нерівномірно ( $\Delta T = 400^\circ\text{C}$ ). Шляхом моделювання встановлено, що збільшення тривалості нагрівання до 5 секунд (рис. 5, б) дозволяє отримати мінімальну різницю



температур між поверхнею й серцевиною ( $\Delta T = 8^\circ\text{C}$ ).

На рис. 6 наведений розподіл температурних полів в кубічному модельному тілі зі сталі 45 в залежності від часу нагрівання. Таке моделювання допомагає розрахувати температуру на заданій глибині, наприклад, для проведення швидкісного відпуску поверхневого шару, попередньо загартованого СВЧ. Видно, що за 1 секунду нагрівання допустима різниця температур відпуску  $\Delta T = 50^\circ\text{C}$  досягається на глибині 0,8 мм від поверхні (рис. 6, а); за 2 секунди аналогічна різниця температур досягається на глибині 1 мм (рис. 6, б).

З рис. 7 видно, що розподіл температури у модельних тілах циліндричної форми, що мають однаковий розмір, але різний хімічний склад, є неоднаковим. Це пояснюється різними теплофізичними властивостями матеріалів – теплопровідність вуглецевої сталі 45 вища, ніж у високолегованій сталі 15X11МФ, тобто у вуглецевій сталі більша кількість теплоти за заданий проміжок часу проходить углиб металу. Це приводить до меншого перепаду температури між поверхнею та серцевиною тіла саме у вуглецевих сталях.

За допомогою пакета MatLab, на основі отриманих даних, були побудовані номограми для модельних тіл циліндричної форми зі сталей 45 та 15X11МФ під час нагрівання СВЧ до  $700^\circ\text{C}$ , які описують залежність різниці температури між поверхнею та серцевиною від діаметра та часу нагрівання (рис. 8).

Номограми дають змогу визначити оптимальний час прогрівання циліндричних виробів різних діаметрів для отримання мінімального перепаду температури між поверхнею та серцевиною. Так, наприклад, з номограми на рис. 8 видно, що вироби зі сталі 15X11МФ діаметром до 4 мм включно, а зі сталі 45 діаметром до 6 мм включно прогріваються рівномірно вже за 1 секунду. Зі збільшенням діаметра збільшується і час нагрівання для досягнення мінімального перепаду температури по перерізу. Для отримання перепаду температури відпуску не більше допустимої ( $50^\circ\text{C}$ ) існує певний часовий інтервал швидкісного нагрівання СВЧ в залежності від діаметра циліндричного тіла: для сталі 15X11МФ він становить від 1 до 6 секунд, для сталі 45 – від 1 до 4 секунд (рис. 8).

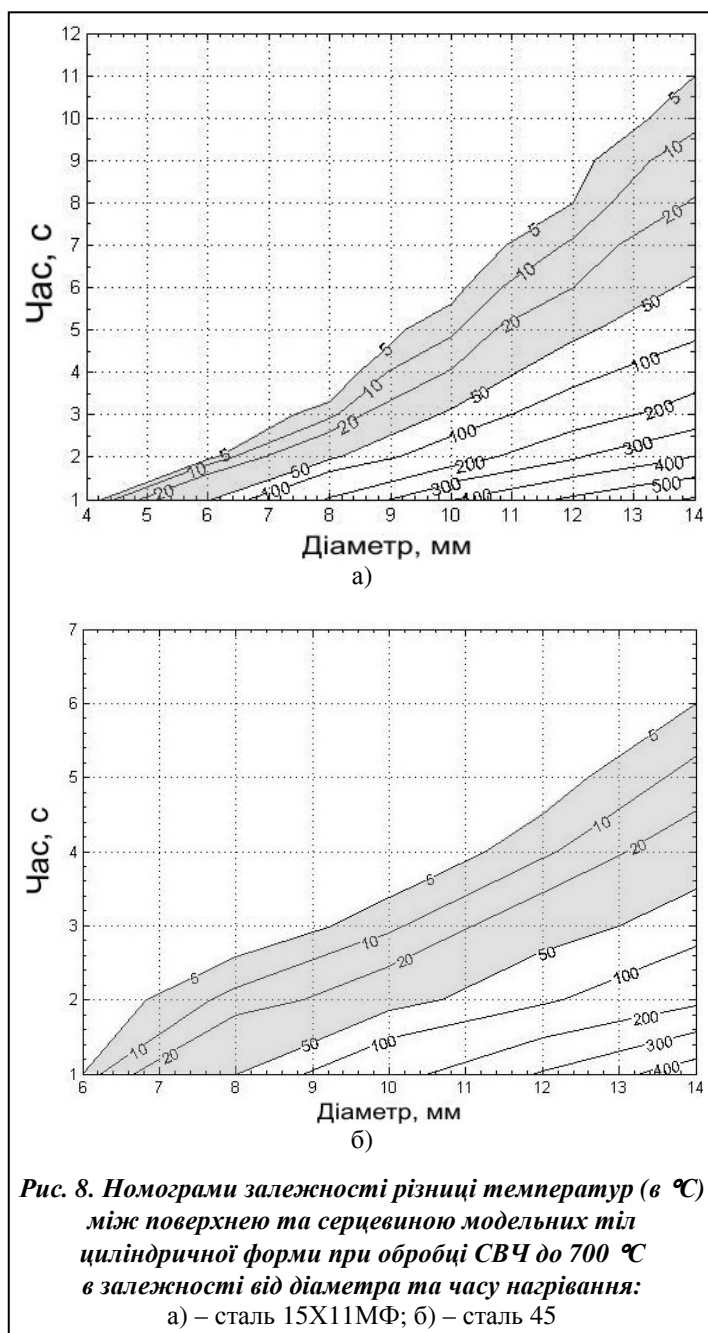
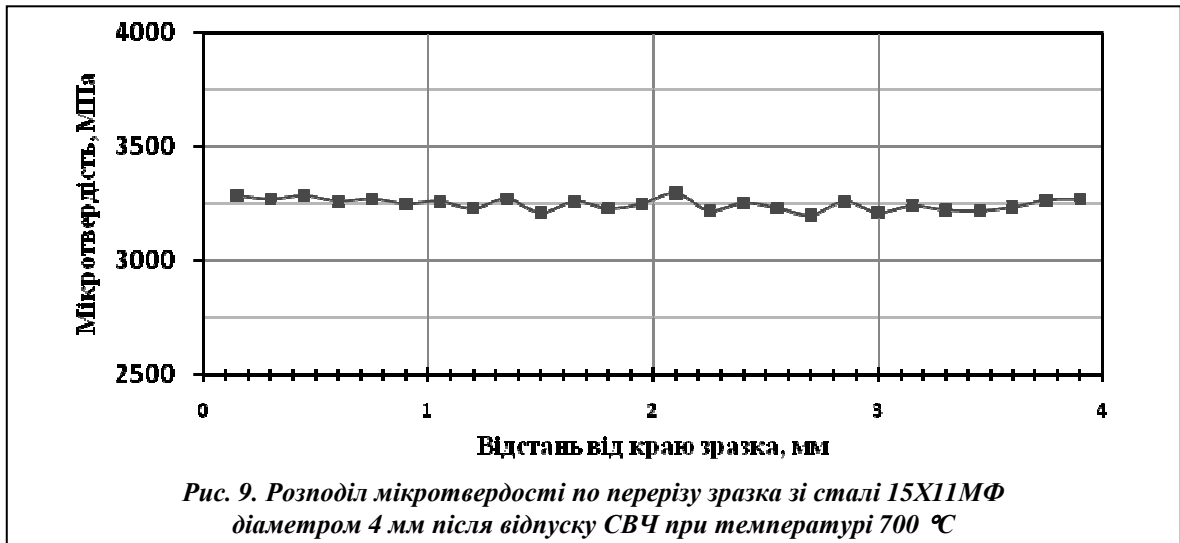


Рис. 8. Номограми залежності різниці температур (в  $^\circ\text{C}$ ) між поверхнею та серцевиною модельних тіл циліндричної форми при обробці СВЧ до  $700^\circ\text{C}$  в залежності від діаметра та часу нагрівання: а) – сталь 15X11МФ; б) – сталь 45



Достовірність даних моделювання була підтверджена експериментальним шляхом замірами мікротвердості та дослідженнями мікроструктури по перерізу реальних зразків зі сталі 15X11МФ різних діаметрів, що зазнавали швидкісного відпуску за допомогою нагрівання СВЧ.

Як видно з рис. 9, коливання значень мікротвердості по перерізу циліндричного зразка зі сталі 15X11МФ діаметром 4 мм після відпуску СВЧ при 700 °С знаходиться в інтервалі 3200-3300 МПа, що свідчить про практично однакові умови нагрівання по перерізу зразка. Такий характер розподілу мікротвердості зберігається також для усіх інших зразків зі сталі 15X11МФ (з діаметром понад 4 мм), оптимальний час прогрівання яких був визначений за допомогою наведеної раніше номограми, що також підтверджує достовірність результатів моделювання.

### Висновки

Отримані графічні моделі та побудовані номограми дозволяють визначити оптимальні технологічні параметри термічної обробки виробів із різних сталей під час швидкісного відпуску СВЧ з рівномірним прогріванням по перерізу до 700 °С.

Для отримання температурних полів у виробках, що зазнають індукційного нагрівання СВЧ до інших температур відпуску (окрім 700 °С) та з іншою частотою струму, можна використати розроблену методику моделювання, попередньо задавши відповідні граничні умови (температура досліджуваних областей) і розрахувавши відповідну глибину скін-шару.

### Література

1. *Физические основы электротермического упрочнения стали* / В. Н. Гриднев, Ю. Я. Мешков, С. П. Ошкадеров, В. И. Трефилов. – Киев: Наук. думка, 1973. – 335 с.
2. *Головин Г. Ф. Высокочастотная термическая обработка: Вопросы металловедения и технологии.* – 3-е изд., перераб. и доп. / Г. Ф. Головин, М. М. Замятин. – Л.: Машиностроение, 1990. – 240 с.
3. *Термическая обработка в машиностроении: Справочник* / Под ред. Ю. М. Лахтина, А. Г. Рахштадта. – М.: Машиностроение, 1980. – 783 с.
4. *Владимиров В. С. Уравнения математической физики* / В. С. Владимиров. – М.: Наука, 1971. – 512 с.
5. *В. Е. Шмелев. Partial Differential Equations Toolbox. Инструментарий решения дифференциальных уравнений в частных производных* / Шмелев В. Е. <http://matlab.exponenta.ru/pde/index.php>

Надійшла до редакції  
24.04.13