

УДК 539.3

**В. Н. Ефименко**\***Б. Я. Кантор**\*\* , д-р техн. наук**И. Е. Ржевская**\*\* , канд. техн. наук**А. Н. Гелеверя**\*

\* ОАО «Турбоатом»

(г. Харьков, e-mail: lynnyk@turboatom.com.ua)

\*\* Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины

(г. Харьков, e-mail: kantor@ipmach.kharkov.ua)

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ И ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РАБОЧЕГО КОЛЕСА ОБРАТИМОЙ ГИДРОМАШИНЫ

*Созданы математические модели и программные модули для расчетных схем с учетом геометрических параметров, нагружения, условий закрепления рабочего колеса насос-турбины Фресиса. Выполнены расчеты напряженно-деформированного состояния и динамики рабочего колеса насос-турбины Киевской ГАЭС при работе в эксплуатационных режимах.*

*Створені математичні моделі і програмні модулі для розрахункових схем з урахуванням геометричних параметрів, навантаження, умов закріплення робочого колеса насоса-турбіни Фресиса. Виконані розрахунки напружено-деформованого стану і динаміки робочого колеса насоса-турбіни Київської ГАЕС при роботі в експлуатаційних режимах.*

### Постановка проблемы

При проектировании рабочего колеса насос-турбины необходимо прогнозировать его динамические характеристики, средние напряжения, создаваемые центробежной силой и статическим давлением воды, переменные напряжения, вызываемые изменяющейся внешней нагрузкой при изменении давления воды, что требует применения высокоточных и оперативных методик и программ исследования прочности и динамики.

Изучению свободных колебаний конструкций, взаимодействующих с жидкостью, посвящено большое количество публикаций. Группой исследователей во главе с Бажановым В. Г. [1] создан комплекс программ решения связанной задачи гидроупругости для плоских двухмерных и осесимметричных объектов. В работах Постнова В. А. [2] предложена вариационная формулировка проблемы взаимодействия упругих элементов конструкций с жидкостью. В публикациях Гонткевича В. С. [3], Горелова Д. Н. [4], Ткачевой Л. А. [5], Чена, Хонга [6] изучаются колебания отдельных элементов гидротурбины, при этом делаются такие предположения: применяется гипотеза о совпадении форм собственных колебаний в вакууме и жидкости; с помощью гипотезы цилиндрических сечений пространственная задача обтекания лопасти сводится к двухмерной. В указанных работах даны постановки задач гидроупругих колебаний лопастей турбомашин и винтов в трехмерной постановке, но численные исследования не проведены.

В данной работе поставлены и решены следующие основные научно-технические задачи:

- сформулирована математическая модель решения краевых задач механики деформируемого твердого тела в областях сложной формы при взаимодействии с жидкостью;
- разработан эффективный метод численного решения задачи для определения частот и форм свободных колебаний конструкций, которые взаимодействуют с водой; обоснована

целесообразность сведения задач определения присоединенных масс жидкости к гиперсингулярным интегральным уравнениям;

- построенный метод применен к исследованию статических и динамических характеристик рабочих колес обратимой гидромашины.

Предлагаемая тема представляется актуальной как в теоретическом, так и практическом отношении.

### Математическая модель

В работе [7] приводятся основные соотношения, позволяющие построить матрицу присоединенных масс жидкости при одностороннем контакте ее с деформируемым телом. В данной работе приведем алгоритм построения матрицы присоединенных масс для определения частот и форм колебаний упругой конструкции при двустороннем контакте ее поверхностей с жидкостью, что более адекватно описывает рассматриваемые процессы.

Систему уравнений движения деформируемой конструкции символически запишем в виде

$$\mathbf{L}(\mathbf{u}) + \mathbf{M}(\mathbf{u}) = \mathbf{p}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{M}$  – операторы упругих и массовых сил;  $\mathbf{p}$  – давление жидкости на рассматриваемый элемент конструкции (лопасть);  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, w)$  – вектор-функция перемещений. Отметим, что  $\mathbf{p} = (0, 0, P)^T$  вследствие того, что идеальная жидкость создает только нормальное давление на погруженное в нее тело.

Скорость набегающего потока принимается равной нулю, так как ее реальные значения практически не влияют на частоты. Движение жидкости изучается в трехмерной постановке методами теории потенциала. Предполагается, что жидкость идеальная; свободные вихри не образуются и не сходят с несущей поверхности. В таком случае существует потенциал скоростей, удовлетворяющий всюду вне деформируемой поверхности гармоническому уравнению, а на ее лицевых поверхностях  $S_{\pm}$  – условию непротекания.

При безвихревом течении возмущенная скорость жидкости представляется в виде

$$\mathbf{v}(x, y, z, t) = \text{grad}\Phi(x, y, z, t), \quad (2)$$

где  $\Phi(x, y, z, t)$  – потенциал скоростей, индуцированных малыми свободными колебаниями поверхности.

Для определения давления жидкости на смоченные поверхности служит интеграл Коши–Лагранжа, который в рассматриваемом случае может быть записан в следующем виде [7]:

$$P = -\rho_2 \left[ \frac{\partial \Phi^+(x, y, z, t)}{\partial t} - \frac{\partial \Phi^-(x, y, z, t)}{\partial t} \right], \quad (3)$$

где  $\rho_2$  – плотность жидкости.

Для нахождения давления жидкости на деформируемую поверхность необходимо определить функцию  $\Phi(x, y, z, t)$ , решая уравнение Лапласа при следующем граничном условии:

$$(\text{grad } \Phi \cdot \mathbf{n})_S = \frac{\partial w}{\partial t}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{n}$  – внешняя нормаль к смоченным поверхностям лопасти. Правая часть здесь представляет собой скорость нормального перемещения  $w$  деформируемого элемента.

Таким образом, требуется определить функции  $\mathbf{u}$ ,  $\Phi(x, y, z, t)$ , удовлетворяющие системе дифференциальных уравнений (1)–(3), условиям непротекания (4), закрепления конструкции и затухания возмущенной скорости жидкости на бесконечности. Для определения вектор-функции  $\mathbf{u}$  используем метод разложения решения по собственным формам колебаний тела в вакууме (метод заданных форм).

### Метод заданных форм

Дадим описание метода применительно к задачам об упругих колебаниях элементов конструкций в жидкости.

Рассмотрим задачу о малых гармонических колебаниях упругой конструкции в воде.

Представим вектор  $\mathbf{u}$  в форме

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, y, z)e^{i\Omega t},$$

где  $\mathbf{u}(x, y, z)$  – вектор собственных форм колебаний тела в жидкости;  $\Omega$  – частота колебаний.

Будем искать собственные формы колебаний в жидкости в виде ряда

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \sum_{k=1}^N c_k \mathbf{u}_k, \quad (5)$$

где  $c_k$  – неизвестные коэффициенты;  $\mathbf{u}_k$  – собственные формы колебаний тела в вакууме.

Приходим к проблеме собственных значений

$$c_j \Omega_j^2 = \Omega^2 \sum_{k=1}^N c_k [\delta_{kj} + (H(\mathbf{u}_k) \cdot \mathbf{u}_j)], \quad H(\mathbf{u}_k) = \Gamma_k(x), \quad (6)$$

где функции  $\Gamma_k(\xi)$  являются решениями следующего гиперсингулярного уравнения:

$$\frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma_k(\xi) \frac{\partial^2}{\partial n_x \partial n_\xi} \left[ \frac{1}{|x - \xi|} \right] dS_\xi = \mathbf{u}_k.$$

Из (6) находим частоты  $\Omega$  колебаний в жидкости, а, зная коэффициенты  $c_k$ , по формуле (5) – формы колебаний в жидкости. Построенную в (6) матрицу  $P_{kj} = (H(\mathbf{u}_k) \cdot \mathbf{u}_j)$  называют матрицей присоединенных масс жидкости.

Для решения гиперсингулярного интегрального уравнения применен метод граничных элементов [7]. Собственные формы колебаний тела в вакууме отыскиваем при помощи МКЭ [8].

### Анализ результатов

Рабочее колесо (РК) представляет собой два тела вращения (ступицу и обод), объединенных между собой регулярной системой лопастей. Лопасть РК есть сложная пространственная конструкция переменной толщины (рис. 1). Для уменьшения концентрации напряжений в зоне перехода от ступицы и обода к лопастям выполнены плавные радиусные переходы – галтели. Геометрическая модель РК Киевской ГАЭС показана на рис 2.

После введения информации о типе конечного элемента, физических характеристиках материала автоматически разбиваем конструкцию на конечные элементы. На рис. 3 показана дискретизация РК Киевской ГАЭС на конечные элементы

Конструкция нагружена на перо лопасти центробежными усилиями и распределенным давлением. Исследовано НДС РК Киевской ГАЭС для турбинного и насосного режимов работы агрегата. На рис. 4 показаны распределения интенсивности напряжений и суммарного перемещения точек конструкции для турбинного режима работы гидроагрегата. Выделены зоны максимальных значений.

Максимальные значения интенсивности напряжений (насосный режим – 142 МПа, турбинный – 135 МПа) значительно меньше предела текучести, равного 550 МПа.

Для определения собственных частот колебаний РК гидротурбины использовали МКЭ. Выполнен численный анализ динамических характе-

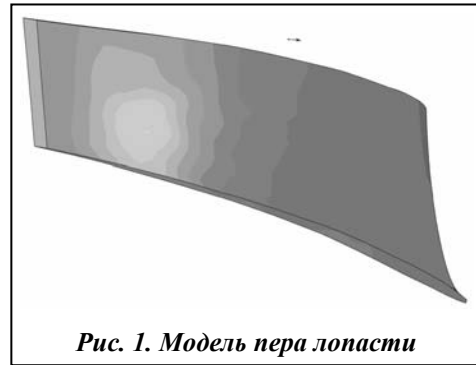


Рис. 1. Модель пера лопасти



Рис. 2. Геометрическая модель РК Киевской ГАЭС

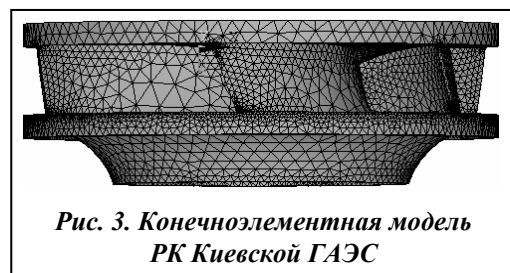


Рис. 3. Конечноэлементная модель РК Киевской ГАЭС

**Таблица 1. Собственные частоты упругих колебаний лопасти в воздухе и воде**

Номер частоты	Частоты, Гц		Коэффициент снижения частоты
	в воздухе	в воде	
1–2	59,32	51,61	0,87
3	79,85	75,86	0,95
4	107,73	86,99	0,81
5–6	108,16	87,39	0,808
7	169,92	118,94	0,7

**Таблица 2. Характерные частоты сил возмущения модернизируемого гидроагрегата Киевской ГАЭС**

$f_{ж}$	$f_{об}$	$k \times f_{об} (k=2)$	$f_{рк}$	$f_{на}$
0,63	2,78	5,56	16,67	55,57

ние колеса как тела вращения по второй гармонике Фурье, седьмой частоте – по четвертой гармоникой Фурье.

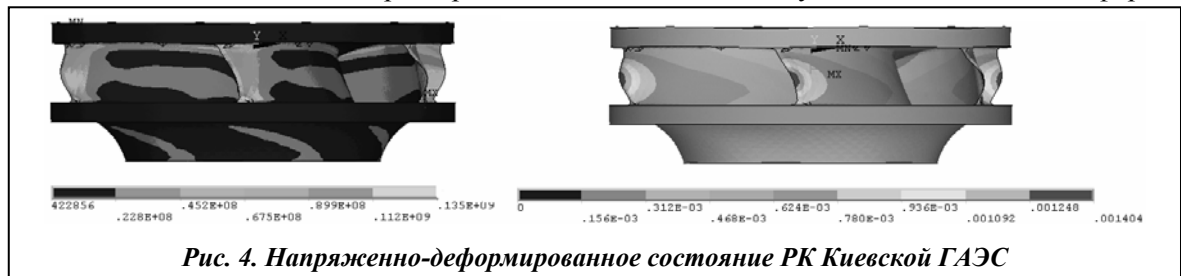
Результаты исследования сил возмущения на действующих гидротурбинах показали, что при исследовании вибраций появляются гидродинамические силы, частота которых связана с параметрами агрегата: жгутовая ( $f_{ж}$ ), оборотная ( $f_{об}$ ), лопаточная ( $f_{на}$ ), лопастная ( $f_{рк}$ ). Для агрегата Киевской ГАЭС характерные частоты сил возмущения, связанные с параметрами агрегата, приведены в табл. 2.

Конструкция отстроена от резонанса потому, что полученные собственные частоты колебаний не совпадают с характерными частотами сил возмущения. Отметим, что формы

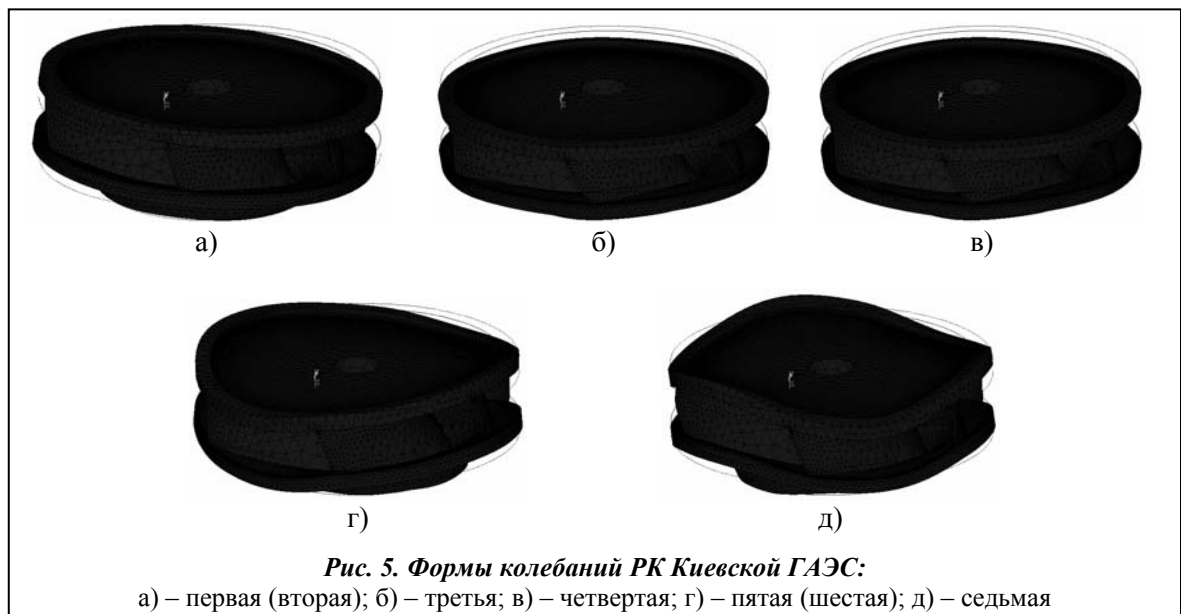
ристик РК Киевской ГАЭС. Получены собственные частоты колебаний РК, приведенные в табл. 1, парные частоты подчеркнуты.

На рис. 5 показаны формы колебаний РК гидротурбины.

Кратным частотам отвечают собственные формы, которые отличаются расположением главной диаметральной плоскости. Первым двум частотам отвечает «балочная» форма, когда ось колеса изгибается как консольный стержень. Третья и четвертая частоты – крутильные формы колебаний РК вокруг оси вращения колеса соответственно по часовой и против часовой стрелки. Второй группе частот (пятая и шестая) отвечает колеба-



**Рис. 4. Напряженно-деформированное состояние РК Киевской ГАЭС**



**Рис. 5. Формы колебаний РК Киевской ГАЭС:**

а) – первая (вторая); б) – третья; в) – четвертая; г) – пятая (шестая); д) – седьмая

колебаний в воде и воздухе в рассмотренном диапазоне частот практически совпадают. Ранее данная методика применялась для исследования НДС и динамики РК гидротурбин [9, 10]. Полученные результаты и выполненные исследования [11] показали правомерность применения методики для анализа на прочность РК обратимых гидромашин.

### Выводы

Разработаны комплексные экспериментально-теоретические методики исследования НДС и динамических характеристик элементов конструкций проточной части гидротурбин с использованием МКЭ. Применен метод расчета собственных частот и форм гидроупругих колебаний элементов обратимых гидромашин. Сочетание метода конечных элементов для расчета собственных колебаний рабочего колеса в вакууме, разложения искомым гидроупругих собственных форм в ряд по собственным формам колебаний рабочего колеса в вакууме и метода граничных интегральных уравнений для отыскания матрицы присоединенных масс воды обладает рядом существенных преимуществ. При этом резко уменьшается размерность задачи (порядок системы алгебраических уравнений), не требуется разработка сложной программы построения трехмерной сетки для конечных элементов воды и снижаются затраты времени на выполнение расчетов.

### Литература

1. *Баженов В. Г.* ППП «Динамика-2» – вычислительный комплекс для решения двумерных нелинейных задач гидроупругости конструкций / В. Г. Баженов, С. В. Зефилов, А. В. Кочетнов // Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов: Докл. 19 междунар. конф. – СПб: Изд-во НИХ СПб ГУ, 2001. – С. 57–66.
2. *Постнов В. А.* Новая вариационная формулировка проблемы взаимодействия упругих конструкций с жидкостью / В. А. Постнов // Математическое моделирование в механике сплошных сред на основе методов граничных и конечных элементов: Докл. 17 междунар. конф. – СПб: Изд-во НИХ СПб ГУ, 1999. – С. 229–237.
3. *Гонткевич В. С.* Собственные колебания оболочек в жидкости / В. С. Гонткевич. – Киев: Наук. думка, 1964. – 102 с.
4. *Горелов Д. Н.* Колебания лопастей осевых гидротурбин в потоке жидкости / Д. Н. Горелов, Л. А. Гусева // Аэроупругость турбомашин: Материалы 6-го Всесоюз. совещ., Киев, 1977 г. – Киев, 1980. – С. 81–89.
5. *Ткачева Л. А.* Расчет колебаний лопастей осевых гидротурбин в потоке / Л. А. Ткачева // Аэроупругость лопаток турбомашин. – 1985. – Вып. 3. – С. 308–310.
6. *Chen Z.* Three-dimensional numerical analysis of flow-induced vibration in turbomachinery / Z. Chen, J. Wang, L. Hong // J. Fluids Eng. – 1999. – Vol. 121, № 4. – P. 804–807.
7. *Кантор Б. Я.* Гиперсингулярные интегральные уравнения в задачах механики сплошной среды / Б. Я. Кантор, Е. А. Стрельникова. – Харьков: Новое слово, 2005. – 252 с.
8. *Бате К.* Численные методы анализа и метод конечных элементов / К. Бате, Е. Вильсон. – М.: Стройиздат, 1982. – 445 с.
9. *Веремеенко И. С.* Прочность и собственные колебания рабочих колес радиально-осевых гидротурбин / И. С. Веремеенко, Б. Я. Кантор, И. Е. Ржевская // Пробл. машиностроения. – 1999. – Т. 2, № 1–2. – С. 8–16.
10. *Расчет гидроупругих колебаний рабочих колес радиально-осевых гидротурбин* / И. С. Веремеенко, Б. Я. Кантор, В. В. Науменко и др. // Вестн. НПУ «Харьковский политехнический институт». – 2002. – Т. 12, № 9. – С. 58–68.
11. *Розрахунок залишкового ресурсу елементів проточної частини гідротурбін ГЕС та ГАЕС. Методичні вказівки: СОУ-Н МЕН 40.1 –21677681–51: 2011* / Б. Кантор, О. Стрельникова, Т. Медведовська Офіц. вид. – К. / Об'єднання енергетичних підприємств «Галузевий резервно-інвестиційний фонд розвитку енергетики» Міністерства енергетики та вугільної промисловості України, 2011. – 76 с.

Поступила в редакцию  
02.02.13