

УДК 539.43

А. Е. Божко, член-кор. НАН УкраиныИнститут проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины
(г. Харьков, e-mail: bozhko@ipmach.kharkov.ua)**СИНГУЛАРИСНАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ СТЕПЕНИ
УСТАЛОСТНОГО ПОВРЕЖДЕНИЯ МЕТАЛЛОВ ОТ УДАРОВ**

Показано, что при проведении усталостных испытаний металлических изделий динамические нагрузки целесообразнее воспроизводить в виде разнополярных прямоугольных ударов. Этот факт обусловлен тем, что ударные нагрузки обеспечивают более быстрое разрушение испытуемых изделий, чем при синусоидальной нагрузке за то же время действия. При решении данной задачи используется сингулярное разложение скачкообразной функции.

Показано, що під час проведення втомних випробувань металевих виробів динамічні навантаження доцільніше відтворювати у вигляді різнополярних прямокутних ударів. Цей факт зумовлений тим, що ударні навантаження забезпечують більш швидке руйнування випробовуваних виробів, ніж при синусоїдальному навантаженні за той же час дії. При розв'язанні даної задачі використано сингулярний розклад стрибкоподібної функції.

Введение

В работе [1] отмечено, что одним из факторов, от которых зависят характеристики сопротивления усталостному разрушению металлов, является вид нагружения. Таким образом, удары различной геометрической формы могут быть одно- и двух полярными, гармонические воздействия – моно- и полигармонические. Кроме механических нагрузок на практике встречаются коррозионные и термические. В данной статье рассматривается степень усталостного повреждения металла от действия ударов, имеющих геометрическую форму, приведенную на рис. 1, где ω – круговая частота; t – время; U_m – уровень нагрузки.

Такая форма ударов встречается реально при эксплуатации транспортных средств, технологических транспортеров, в поршневых энергетических установках и др. В соответствии с методом Локати [2] степень усталостного повреждения материала

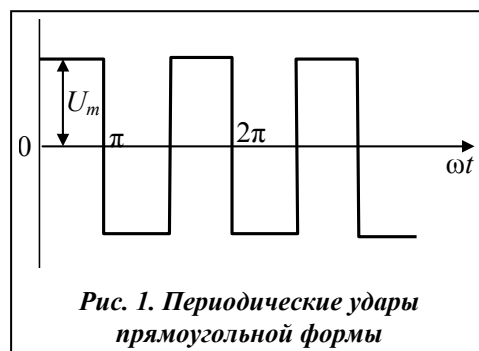
$$S = n_i/N_i, \quad (1)$$

где N_i – число циклов переменной нагрузки, вызывающих разрушение металла; n_i – текущее значение числа циклов переменной нагрузки при том уровне напряжения (σ_i) в металле, что и при N_i . При условии

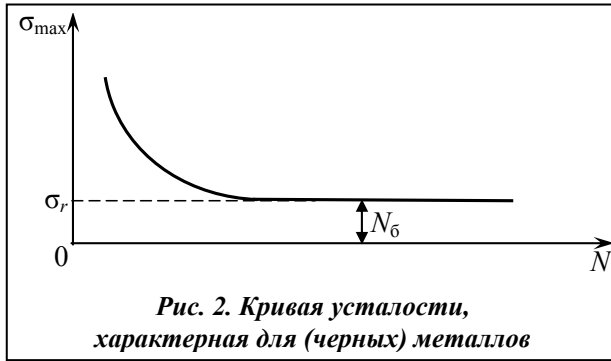
$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = 1, \quad (2)$$

где i – номер уравнения напряжений (σ_i), при которых проводятся испытания; k – число таких уравнений.

В выражениях (1), (2) под циклами переменной нагрузки подразумеваются периоды синусоидальных напряжений σ_i , возникших в металле. Для металлов (черных) характерны кривые усталости, одна из которых изображена на рис. 2, где σ_{\max} – максимальное напряжение в металле; N – число циклов нагрузки, вызывающее разрушение металла; σ_r – предел выносливости металла; N_0 – база испытания, то есть



**Рис. 1. Периодические удары
прямоугольной формы**



число циклов нагружения, не вызывающее разрушения металла при напряжении σ_r .

Приведенное выше краткое представление известных понятий, связанных со степенью усталостного повреждения металлов, необходимо для дальнейших исследований воздействия на металл ударов с приведенной геометрической формой и периодами действия.

В данном исследовании также необходимо сингулярное разложение

скачкообразной функции [3]. Заметим, что при рассмотрении величин S при действии ударов мы будем осуществлять сравнение этих величин с подобными при синусоидальных нагрузках с теми же уровнями (амплитудами) и частотами.

Итак, рассмотрим следующие периодические разнополярные прямоугольные удары.

При этом можно считать, что длительность удара t_U может быть меньше $\frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}$, где T – период следования ударов. В работе [4] показано, что одиночный прямоугольный удар длительностью t_U и с амплитудой U_m можно представить в сингулярисной форме вида

$$U(t) = U_m \left(1 - e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t} \sum_{l=1}^r U_l \cos \omega_l t \right) - U_m \left\{ 1 - e^{-\alpha(t-t_U)} + e^{-\alpha(t-t_U)} \sum_{l=1}^r U_l \cos [\omega_l(t-t_U)] \right\}, \quad (3)$$

где $U_1 = \frac{1}{\pi}$, $U_l = \frac{U_1}{l}$, $l = \frac{\omega_l}{\omega_1}$, $r \approx 12$.

Периодические удары, форма которых показана на рис. 1, в соответствии с (3) представляются как

$$\begin{aligned} U_{n+1}(t) = & U_m \left\langle 1 - e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t} \sum_{l=1}^r U_l \cos \omega_l t - \right. \\ & - 2 \left\{ 1 - e^{-\alpha \left(t - \frac{T}{2} \right)} + e^{-\alpha \left(t - \frac{T}{2} \right)} \sum_{l=1}^r U_l \cos \left[\omega_l \left(t - \frac{T}{2} \right) \right] \right\} + \dots + \\ & + 2 \left\{ 1 - e^{-\alpha \left(t - n \frac{T}{2} \right)} + e^{-\alpha \left(t - n \frac{T}{2} \right)} \sum_{l=1}^r U_l \cos \left[\omega_l \left(t - n \frac{T}{2} \right) \right] \right\} - \\ & \left. - 2 \left\{ 1 - e^{-\alpha \left[t - (n+1) \frac{T}{2} \right]} + e^{-\alpha \left[t - (n+1) \frac{T}{2} \right]} \sum_{l=1}^r U_l \cos \left[\omega_l \left(t - n \frac{T}{2} - \frac{T}{2} \right) \right] \right\} \right\rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

где n – число циклов за время усталостного испытания t_{uc} изделия.

Формулу (4) можно привести к менее короткому виду, учитывая, что удары в каждом цикле имеют одни и те же параметры

$$U_n(t) = \frac{2t_{uc}}{T} U_m \left\langle 1 - e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t} \sum_{l=1}^r U_l \cos \omega_l t - \left\{ 1 - e^{-\alpha \left(t - \frac{T}{2} \right)} + e^{-\alpha \left(t - \frac{T}{2} \right)} \sum_{l=1}^r U_l \cos \left[\omega_l \left(t - \frac{T}{2} \right) \right] \right\} \right\rangle, \quad (5)$$

где t_{uc} – время испытания металла.

В выражении (5) считаем, что каждый период разнополярного прямоугольного удара начинается для испытуемого объекта как бы с $t = 0$. Графики составляющих в (5) изображены на рис. 3.

Первая составляющая в (5) приближенно напоминает синусоиду $U_m \sin \omega t$, то есть по нагрузочному действию на объект (металл) эта составляющая даже более интенсивная, чем $U_m \sin \omega t$. А это значит, что ее число циклов во время усталостного испытания металла можно считать большим n_i синусоидальных циклов. Кроме того, в (5) имеется вторая составляющая, представляющая собой сумму затухающих гармоник

$$\left| 2U_m e^{-\alpha t} \sum_{l=1}^r U_r \cos \omega_l t \right| = \left| 2U_m e^{-\alpha \left(t - \frac{T}{2}\right)} \sum_{l=1}^r U_r \cos \left[\omega_l \left(t - \frac{T}{2}\right) \right] \right| > U_{\sigma}$$

в каком-то промежутке времени в совокупность нагрузки на металл может войти часть второй составляющей.

Такой анализ действия удара в виде суммы одиночных ударов (4) предопределяет более быстрое разрушение испытуемого объекта, чем на практике при эксплуатации объекта, при действии с той же амплитудой U_m и с той же частотой ω синусоидальной динамической нагрузки.

Данное утверждение также доказывается на основе сравнения энергий, заключающихся в прямоугольном ударе (рис. 1) и в синусоидальной динамической нагрузке. Представим это сравнение в постановке с использованием электродинамических аналогов. В этом случае сравним энергию прямоугольного импульса (рис. 1) и синусоидального сигнала за один и тот же период T . Энергия прямоугольного импульса

$$W_H = 2 \int_0^{T_H} U_m I_m dt = 2U_m I_m T_H, \tag{6}$$

где U_m, I_m – максимальные величины напряжения и тока.

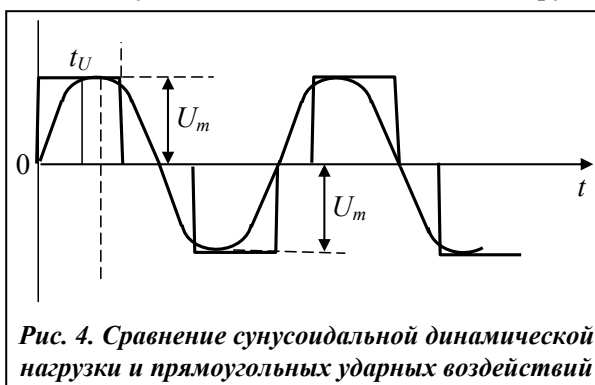
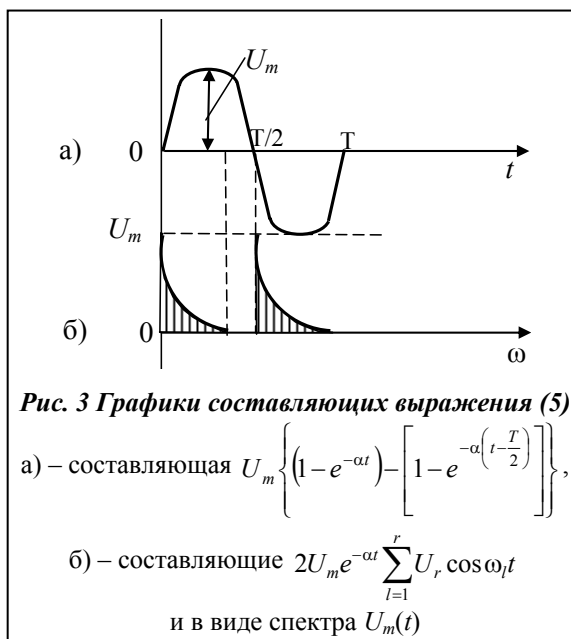
Энергия синусоидального сигнала за тот же период определяется выражением

$$W_c = \int_0^T (U_m \sin \omega t) I_m \sin \omega t dt = \frac{U_m I_m}{2} T. \tag{7}$$

В (7) принято, что электроцепь не имеет реактивных элементов, а поэтому между напряжением $U(t)$ и током $i(t)$ нет сдвига фазы. Сравнивая (6) и (7), видим, что в прямоугольном ударе энергии в два раза больше, чем в синусоидальной динамической нагрузке при условии, что $t_U = T/2$. Равенство энергий может быть при $t_U = T/4$. При $t_U > T/4$ $W_H > W_c$, то есть форма прямоугольных ударов может быть такой, как показано на рис. 4.

Заключение

Таким образом, усталостные испытания металлических изделий с использованием динамических нагрузок в виде разнополярных прямоугольных ударов обеспечивают более быстрое разрушение испы-



туемых изделий, так как число циклов нагружения n_i в этом случае больше, чем при синусоидальной нагрузке в то же время действия. Этот вывод может быть отнесен и к условиям эксплуатации изделий, при которых возникают ударные нагрузки, способствующие ускоренному разрушению изделий. Одной из мер увеличения длительности работы изделий в условиях ударных нагрузок является применение демпфирующих средств, являющихся гасителями ударов и преобразователями в синусоидальные нагрузки с низкими уровнями.

Литература

1. Троценко В. Т. Прочность металлов при переменных нагрузках/ В. Т. Троценко – Киев: Наук. думка, 1978. – 173 с.
2. Locati L. Le prove di saficacome ausilio alla prodetta sone ed alle predusiijni/ L. Locati – Metall.ital.– 1955. – Vol. 47, № 9. – P. 21–23.
3. Божко А. Е. О сингуларисном разложении скачкообразной функции / А. Е. Божко // Доп. НАН України. – 2008. – № 2. – С. 42–47.
4. Божко А. Е. О реакции колебательной системы на удар прямоугольной формы / А. Е. Божко // Доп. НАН України. – 2007. – № 9. – С. 42–47.

Поступила в редакцию
21.01.12

УДК 534.1:539.3

И. В. Янчевский, канд. техн. наук

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет
(г. Харьков, e-mail: yanchevsky@khadi.kharkov.ua)

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЬЕЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ С СЕКЦИЕЙ РАЗОМКНУТЫХ ЭЛЕКТРОДОВ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

Исследуются переходные процессы в тонкостенных круговых цилиндрических пьезопреобразователях, к одной системе электродных покрытий которых подводится электрический сигнал известной конфигурации, а вторая подключена к внешней разомкнутой электрической цепи. Моделирование электромеханических колебаний выполнено в рамках обобщенных гипотез Кирхгофа–Лява. Проанализировано влияние геометрии электродирования на характеристики связанных полей. Проведена оценка достоверности полученных результатов.

Досліджуються перехідні процеси в тонкостінних кругових циліндричних п'єзопретворювачах, до однієї системи електродних покриттів яких підводиться електричний сигнал відомої конфігурації, а друга підключена до зовнішнього розімкнутого електричного ланцюга. Моделювання електромеханічних коливань виконано в рамках узагальнених гіпотез Кірхгофа–Лява. Проаналізовано вплив геометрії електродування на характеристики зв'язаних полів. Проведено оцінку вірогідності отриманих результатів.

Введение

Для преобразования переменного электрического напряжения широко используются пьезоэлектрические трансформаторы, представляющие собой элементы из пьезоактивного материала, в которых можно выделить механически связанные области, покрытые электрически изолированными двумя системами электродов – входной (возбуждающей) и выходной (генераторной). Электроды входной системы подключены к источнику электрического сигнала, и за счет обратного пьезоэлектрического эффекта возбуждаются колебания электроуп-