

УДК 536.5.08

Д. Ф. Симбирский*, д-р техн. наук**С. В. Епифанов***, д-р техн. наук**Г. Д. Симбирский****, канд. техн. наук

* Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт»
(Украина, г. Харьков, e-mail: aedlab@gmail.com)

** Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет
(Украина, г. Харьков, e-mail: simgn27@ukr.net)

ТОЧНОСТЬ И ПЛАНИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ

Часть 1. Точность параметрической идентификации теплопереноса

Изложена методология оценивания погрешностей (часть I) и планирования (часть II) параметрической идентификации теплопереноса в технических объектах. Она заключается в использовании таких метрологических показателей, как совместные доверительные области и (или) интервалы оценок искомым параметров. Эти показатели зависят от особенностей вектора измеряемых температур объекта и функций их чувствительности к изменению искомым параметров.

Викладено методологію оцінювання похибок (частина I) і планування (частина II) параметричної ідентифікації теплопереносу в технічних об'єктах. Вона полягає у використанні таких метрологічних показників, як сумісні довірчі області та (або) інтервали оцінок шуканих параметрів. Ці показники залежать від особливостей вектора вимірюваних температур об'єкта та функцій їх чутливості до змін шуканих параметрів.

Введение

Обратные задачи теплопроводности (ОЗТ) составляют основу современных информационных технологий экспериментально-расчетных исследований процессов теплопереноса в технических объектах (ТО), определяющих их температурное состояние.

Интерес к ОЗТ постоянно возрастает, что вызывается как потребностью практики, так и активным развитием методов и средств вычислительной техники. В частности, в теплоэнергетике, включая тепловые двигатели, широко применяются методы ОЗТ как при экспериментальных исследованиях температурного состояния рабочих тел и элементов конструкции (ОЗТ диагностики), так и при оптимальном проектировании последних (ОЗТ оптимизации).

При диагностике наиболее распространены **граничные ОЗТ**, целью которых является определение локальных тепловых потоков и сопротивлений, коэффициентов теплоотдачи и др. на поверхности ТО. К отдельным классам ОЗТ относятся **коэффициентные**, целью которых является определение теплофизических характеристик материала, **геометрические**, а также **комбинированные** или **комплексные**, в которых одновременно определяются различные тепловые величины. Необходимо подчеркнуть, что задачи построения (идентификации) математических моделей, адекватно описывающих теплоперенос в ТО, также относятся к ОЗТ.

Как указано в фундаментальной монографии [1], наиболее практически эффективным является экстремальный подход к решению ОЗТ, состоящий в минимизации квадратичных целевых функционалов. Подход может быть реализован в форме **метода параметри-**

ческой идентификации теплопереноса в ТО, который заключается в получении на основе экспериментальных данных оптимальных оценок $\hat{\Theta}$ некоторого вектора Θ искомых параметров теплопереноса, входящего в его математическую модель. Одни из первых случаев успешного применения этого метода для решений различных ОЗТ приведены в работах [2–7], а информацию о характере и перспективах его использования в различных отраслях науки и техники можно найти в представительном обзоре [8].

Известно, что ОЗТ относятся к *некорректно поставленным задачам математической физики*, которым свойственна возможность неустойчивости решений. Поэтому вопросы достоверности и точности получаемых решений, в частности, методом параметрической идентификации имеют первостепенное значение.

В технической литературе [6, 7, 9–11] подчеркивается, что параметрическая идентификация теплопереноса является наиболее сложной разновидностью косвенных измерений, в которых в качестве уравнений измерения выступают математические модели теплопереноса в ТО. Это обстоятельство в соответствии с требованиями к средствам и методам измерений также приводит к необходимости установления количественных *показателей точности решений ОЗТ*.

1. Постановка задачи

Проблемы точности результатов параметрической идентификации различных динамических объектов в отдаленной от специфики ОЗТ общей постановке традиционно рассматриваются в работах по теории чувствительности динамических систем, например в монографии [12].

Известны исследования, посвященные вопросам *оптимального планирования параметрической идентификации как экстремального метода решения ОЗТ*. Методология такого планирования в завершённом виде изложена, в частности, в монографии [1]. В ее основу положены исследования особенностей информационной матрицы Фишера Φ , составленной из функций чувствительности измеряемых температур ТО к идентифицируемым параметрам, которые отражают значимые факторы постановки ОЗТ. Добиваясь априори желательных свойств матрицы Φ путем выбора этих факторов, можно осуществить оптимальное планирование процедуры, включая организацию обычно сложного многопланового эксперимента. При этом используются различные показатели уровня обусловленности матрицы Φ , в частности: степень ее обусловленности, выраженная через собственные числа Φ , норма $\|\Phi^{-1}\|$, детерминант или след матрицы Φ и т. п. К сожалению, этот метод не всегда пригоден, например, для ОЗТ диагностики, в которых ставится задача определения одного или нескольких особо интересующих параметров из общего числа искомых.

Для случая *сплайн-идентификации тепловых потоков* в [7] был предложен, а затем развит в [13] оригинальный подход к планированию, который основан на исследованиях *показателя степени некорректности постановки ОЗТ*, связанного с формой квадратичной функции качества (невязки) вблизи решения задачи. Он заслуживает, на наш взгляд, дальнейшего практического развития.

В работах [6, 7, 9–11] предложен подход к оцениванию точности результатов и планирования параметрической идентификации, основанный на анализе особенностей матрицы Грама функций чувствительности, которая является аналогом Φ . При этом имеется возможность рассмотрения вопросов точности по каждому искомому параметру отдельно.

В дальнейшем представителями научных школ Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт» в области ОЗТ и обратных задач (ОЗ) диагностики газоздушного тракта авиационных ГТД на основе изложенного в [14], а также в других фундаментальных монографиях по анализу процессов статистическими методами было предложено в качестве показателей точности параметрической идентификации использовать *совместные доверительные области (СДО)* получаемых решений [9, 15–17].

Кроме того, в работах [15–17] был предложен, а в [16] использован для ОЗТ приближенный показатель точности – совместные доверительные интервалы (СДИ) оценок параметров, определяемый как проекции СДО на оси многомерного пространства оцениваемых параметров. При этом было показано, что СДИ являются доступными для практики показателями, особенно эффективными для случаев со значительным количеством искомым параметров.

Однако до настоящего времени указанная методология, по нашему мнению, недостаточно используется при постановках и решениях ОЗТ, что, возможно, связано с ограниченностью ее представления в технической литературе.

Задачи настоящей публикации:

1. Последовательно изложить методологию оценивания точности результатов и планирования параметрической идентификации, использующую СДО или СДИ оценок искомым параметров;

2. В качестве иллюстрации особенностей применения указанной методологии выполнить планирование параметрической идентификации теплопереноса в одномерных градиентных приемниках (датчиках) плотности тепловых потоков.

2. СДО и СДИ при оценивании точности результатов параметрической идентификации теплопереноса в ТО

2.1. Экстремальная постановка ОЗТ и метод наименьших квадратов

Рассмотрим основные положения метода параметрической идентификации теплопереноса в ТО с целью получения указанных выше показателей точности.

2.1.1. Будем предполагать, что имеется адекватная *математическая модель теплопереноса* в ТО (далее – модель), позволяющая для моментов времени $\tau_k = k \cdot \Delta t$ ($k = 1, 2, \dots, n$) рассчитывать значения температур t_{zk} в $z = 1, 2, \dots, l$ точках, составляющие $(l \times 1)$ -вектор $\mathbf{T}_k = [t_{zk}]_{z=1}^l$ температурного состояния ТО.

Будем также предполагать, что в модели теплопереноса можно выделить $(r \times 1)$ -вектор $\Theta = [\theta_j]_{j=1}^r$ искомым параметров теплопереноса. Его составляющие θ_j должны быть либо постоянными, либо допускать аппроксимацию на основе известных функций времени с постоянными неизвестными (искомыми) коэффициентами, т. е. с соблюдением условия $\Theta = \text{const}$. *Процедуру выделения Θ в модели теплопереноса будем называть параметризацией ОЗТ.*

2.1.2. Принимаем, что в эксперименте измеряются температуры в $m \leq l$ точках ТО или их линейные комбинации, составляющие $(m \times 1)$ -вектор измерения $\mathbf{Y}_k = [y_{ik}]_{i=1}^m$, связь которого с вектором \mathbf{T}_k описывается моделью измерений

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{C} \mathbf{T}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_k. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{C} – $(l \times m)$ -матрица измерений, а $\boldsymbol{\varepsilon}_k = [\varepsilon_{ik}]_{i=1}^m$ – $(m \times 1)$ -вектор случайных погрешностей или шумов в измерениях.

Известно, что шум в измерениях является одним из факторов, способных вызывать неустойчивость решения ОЗТ. Поэтому учет его влияния на этапах постановки и решений ОЗТ представляется обязательным. При этом будем использовать общепринятое для температурных измерений допущение, что составляющие ε_{ik} вектора $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ в модели (1) являются нормально распределенными случайными величинами с нулевыми математическими ожиданиями, одинаковой дисперсией σ^2 и некоррелированными между собой. Такое допущение представляется вполне оправданным при однородных измерениях температур, выполняемых с помощью одних и тех же первичных и регистрирующих преобразователей. Это позволяет представить основную характеристику случайного вектора $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ – его ковариационную $(m \times m)$ -матрицу \mathbf{R} – в виде

$$\mathbf{R} = \sigma^2 \mathbf{I}, \quad (2)$$

где \mathbf{I} – единичная $(m \times m)$ -матрица.

Будем также полагать, что по модели теплопереноса в ТО можно рассчитывать **прогнозы (аналоги)** $\hat{Y}_k(\Theta) = [y_{ik}(\Theta)]_{i=1}^m$ **вектора измерений** Y_k в зависимости от вектора искомых параметров Θ при $\epsilon = 0$.

2.1.3. В таком случае **параметрическая идентификация** заключается в определении оптимальных оценок $\hat{\Theta}$ вектора Θ по n значениям вектора измерений Y_k в модели (1) и модели теплопереноса в ТО. Для этих целей наиболее распространенным методом является минимизация по Θ следующей квадратичной функции невязки [1, 14]:

$$\Phi(\Theta) = \sum_{k=1}^n [Y_k - \hat{Y}_k(\Theta)]^T R^{-1} [Y_k - \hat{Y}_k(\Theta)]. \quad (3)$$

Таким образом, параметрическая идентификация теплопереноса в ТО может быть сведена к хорошо изученному в математической и технической литературе **обобщенному методу наименьших квадратов (МНК)** [14]. Его достоинством является то, что он не требует априорных знаний о статистических свойствах начальных оценок $\hat{\Theta}_0$, дает несмещенные оценки $\hat{\Theta}$ и обеспечивает минимальную дисперсию оценок в случае, если модель линейна, а шум измерений распределен по нормальному закону.

В [1] показано, что при минимизации функции невязки (3) не исключена возможность получения неустойчивых решений. Эта проблема является одной из основных в теории ОЗТ и выходит за пределы настоящего исследования. Поэтому будем предполагать, что с помощью минимизирующих процедур могут быть получены устойчивые оптимальные или близкие к ним оценки $\hat{\Theta}$, погрешности которых могут быть оценены в рамках теории МНК.

2.2. Решение линейных ОЗТ на основе МНК

В случае, когда имеет место линейная зависимость $\hat{Y}_k(\Theta)$ от вектора искомых параметров Θ , можно воспользоваться следующим известным решением линейного МНК для оценок $\hat{\Theta}$ и ковариационной $(m \times m)$ -матрицы \mathbf{P} ошибок этих оценок [2]:

$$\hat{\Theta} = \mathbf{P} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \bar{Y}_k}{\partial \Theta} \right)_{\hat{\Theta}}^T R^{-1} Y_k; \quad (4)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{A}^{-1} = \left[\sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial Y_k}{\partial \Theta} \right)_{\hat{\Theta}}^T R^{-1} \left(\frac{\partial Y_k}{\partial \Theta} \right)_{\hat{\Theta}} \right]^{-1}. \quad (5)$$

Если ковариационная матрица шума \mathbf{R} удовлетворяет условию (2), то решение (4)–(5) преобразуется к виду

$$\hat{\Theta} = \mathbf{P} \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^n \mathbf{H}_k^T Y_k; \quad (6)$$

$$\mathbf{P} = \sigma^2 \mathbf{A}^{-1} = \sigma^2 \left[\sum_{k=1}^n \mathbf{H}_k^T \mathbf{H}_k \right]^{-1}, \quad (7)$$

где $\mathbf{H}_k = \left[\frac{\partial Y_k}{\partial \Theta} \right]_{\hat{\Theta}}$ – $(m \times r)$ -матрица функций чувствительности $u_{ijk} = \frac{\partial y_{ik}}{\partial \theta_j}$ составляющих y_{ik} вектора измерений к искомым параметрам θ_j ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, r; k = 1, 2, \dots, n$), рассчитанная для значений $\hat{\Theta}$ в k -й момент времени; $\mathbf{A} = \left[\sum_{k=1}^n \mathbf{H}_k^T \mathbf{H}_k \right]$ – $(r \times r)$ -матрица Гра-

ма функций чувствительности u_{i1k} , u_{i2k} , u_{irk} (она же – информационная матрица Фишера). Матрицу функций чувствительности \mathbf{H}_k можно записать в форме

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} u_{11k} & u_{12k} & \dots & u_{1rk} \\ u_{21k} & u_{22k} & \dots & u_{2rk} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{m1k} & u_{m2k} & \dots & u_{mrk} \end{bmatrix}_{\hat{\Theta}}. \quad (8)$$

Тогда матрица Грама \mathbf{A} в соответствии с (6)–(8) может быть представлена в виде

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^m u_{i1k}^2 & \dots & \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^m u_{i1k} u_{irk} \\ \dots & \dots & \dots \\ \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^m u_{irk} u_{i1k} & \dots & \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^m u_{irk}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1r} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{r1} & \dots & a_{rr} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

В теории линейного МНК показано [14], что при принятых допущениях (2) о векторе шума ε_k оценки $\hat{\Theta}$ являются оптимальными – несмещенными, эффективными, достаточными и состоятельными.

Обратную матрицу Грама \mathbf{A}^{-1} , которую можно получить из (9) с помощью стандартной вычислительной процедуры, будем использовать в виде

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11}^* & \dots & a_{r1}^* \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{r1}^* & \dots & a_{rr}^* \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Прямая \mathbf{A} и обратная \mathbf{A}^{-1} матрицы Грама являются основой для построения СДО и СДИ.

2.3. СДО оценок искомых параметров

Под СДО принято понимать [14] *квадратичную форму*

$$(\Theta_0 - \hat{\Theta})^T \mathbf{A} (\Theta_0 - \hat{\Theta}) = \sigma^2 B \quad (11)$$

в пространстве искомых параметров Θ , описывающую в окрестности полученных оценок $\hat{\Theta}$ r -мерный эллипсоид, который с доверительной вероятностью ν содержит истинные значения Θ_0 вектора Θ .

В (11) $B = rF_\nu(r, n - r)$, где $F_\nu(r, n - r)$ – табличные значения квантиля распределения Фишера для r параметров и n измерений на участке оценивания.

2.3.1. Рассмотрим *несколько возможных случаев построения СДО* по известным матрице Грама \mathbf{A} и значениям $\sigma^2 B$ для проведенного эксперимента.

В наиболее наглядном случае *двух оцениваемых параметров* ($r = 2$), обозначив

$$\Theta_0 - \hat{\Theta} = \begin{bmatrix} \Delta \hat{\theta}_1 \\ \Delta \hat{\theta}_2 \end{bmatrix},$$

где $\Delta \hat{\theta}_1 = \theta_{1,0} - \hat{\theta}_1$ и $\Delta \hat{\theta}_2 = \theta_{2,0} - \hat{\theta}_2$, получим из (11) следующее уравнение, которое описывает эллипс СДО в пространстве погрешностей $\Delta \hat{\theta}_1$ и $\Delta \hat{\theta}_2$ с центром в точке $\Delta \hat{\theta}_1 = \Delta \hat{\theta}_2 = 0$:

$$a_{11}(\Delta \hat{\theta}_1)^2 + 2a_{12}\Delta \hat{\theta}_1\Delta \hat{\theta}_2 + a_{22}(\Delta \hat{\theta}_2)^2 = B\sigma^2. \quad (12)$$

Для построения эллипса можно воспользоваться одним из двух уравнений, которые следуют из (12):

$$(\Delta\hat{\theta}_1)_{1,2} = \frac{-a_{12}\Delta\hat{\theta}_2 \pm \sqrt{a_{12}(\Delta\hat{\theta}_2)^2 - a_{11}[a_{22}(\Delta\hat{\theta}_2)^2 - B\sigma^2]}}{a_{11}}; \quad (13)$$

$$(\Delta\hat{\theta}_2)_{1,2} = \frac{-a_{12}\Delta\hat{\theta}_1 \pm \sqrt{a_{12}(\Delta\hat{\theta}_1)^2 - a_{22}[a_{11}(\Delta\hat{\theta}_1)^2 - B\sigma^2]}}{a_{22}}. \quad (14)$$

Например, подставляя в уравнение (14) одну координату $\Delta\hat{\theta}_1$, получаем по две координаты $(\Delta\hat{\theta}_2)_{1,2}$ для двух точек эллипса и так далее.

Вид СДО для случая $r = 2$ приведен на рис. 1.

В случае одного ($r = 1$) оцениваемого параметра θ_1 , если ввести обозначение $\Delta\hat{\theta}_1 = \theta_{1,0} - \hat{\theta}_1$, то СДО вырождается до отрезка прямой линии, ограниченного значениями $\pm \Delta\hat{\theta}_1$. Последние определяются из уравнения

$$(\Delta\hat{\theta}_1)^2 \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^m u_{ik}^2 = \sigma^2 F_v(1, n-1),$$

которое следует из (11) с учетом (9).

В случае трех и более оцениваемых параметров ($r \geq 3$) для исследования свойств СДО, имеющих форму многомерного эллипсоида, необходимо прибегнуть к достаточно сложному каноническому анализу квадратичной формы (12).

Так как оцениваемые параметры θ_j могут быть разнородными и существенно разновеликими физическими величинами, то для удобного представления СДО желательно использовать относительные значения параметров $\bar{\theta} = \frac{\theta_j}{\hat{\theta}_j}$ и погрешностей $\delta\bar{\theta}_j = \frac{\Delta\theta_j}{\hat{\theta}_j}$ (за исключением случаев $\hat{\theta}_j \rightarrow 0$).

2.4. СДИ оценок искомых параметров

Для случая большой размерности вектора Θ ($r > 2$) использование СДО в форме (11) сопряжено со значительными вычислительными трудностями. Поэтому в [15, 17] в качестве показателя погрешности решений ОЗТ были для каждого j -го искомого параметра θ_j ($j = 1, 2, \dots, r$) введены СДИ - *проекции СДО на соответствующие j -е координатные оси r -мерного пространства θ_j* , что эквивалентно замене эллиптической СДО (11) на описанный вокруг нее параллелепипед.

2.4.1. Вначале остановимся на рассмотренном выше *случае двух искомых параметров* ($r = 2$), для которого на рис. 1 показано взаимное расположение СДО и СДИ оценок. Из рисунка следует, что СДИ сравнительно с СДО является приближенным и более консервативным показателем погрешности решения ОЗТ – с большей площадью (в случае $r \geq 2$ – объемом) рассеивания оценок.

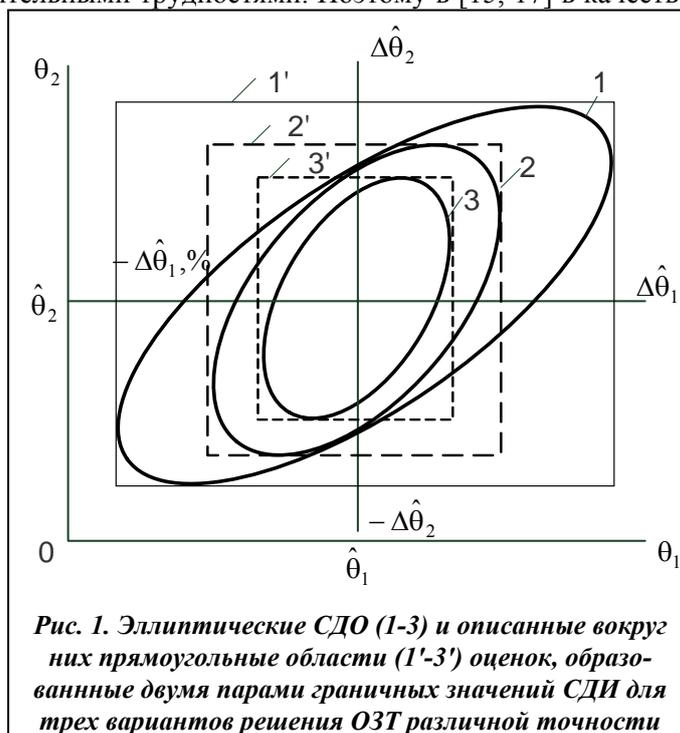


Рис. 1. Эллиптические СДО (1-3) и описанные вокруг них прямоугольные области (1'-3') оценок, образованные двумя парами граничных значений СДИ для трех вариантов решения ОЗТ различной точности

При этом для построения прямоугольной области СДИ, например 1', описанной вокруг эллипса 1, использовались две пары вертикальных и горизонтальных СДИ с **границными значениями** $\pm\Delta\theta_1^*$ и $\pm\Delta\theta_2^*$ соответственно, которые определяются из уравнений (13) и (14) при равенстве нулю корней квадратных в их правых частях. Тогда путем приравнивания нулю соответствующих подкоренных выражений можно получить для указанных граничных значений СДИ следующие формулы:

$$\Delta\theta_1^* = \pm\sigma\sqrt{\frac{a_{22}B}{\det A}} \quad (15)$$

и

$$\Delta\theta_2^* = \pm\sigma\sqrt{\frac{a_{11}B}{\det A}}, \quad (16)$$

где $\det A = a_{11}a_{22} - a_{12}^2$.

Как указано в п. 2.3, полученные результаты целесообразно представлять в виде относительных границ СДИ, а именно

$$\delta\theta_j^* = \pm\frac{\Delta\theta_j^*}{\hat{\theta}_j}, \quad (j = 1, 2). \quad (17)$$

2.4.2. В [15–17] было предложено несколько способов определения граничных значений $\Delta\theta_j^*$ СДИ для оценок искомых параметров θ_j ($j = 1, 2, \dots, r$). Из них, по нашему опыту, следует рекомендовать полученную в [16] для ОЗТ следующую зависимость, использующую диагональные элементы a_{jj}^* обратной матрицы Грамма (10):

$$\Delta\theta_j^* = \pm\sigma\sqrt{a_{jj}^*B} = \pm\sigma\sqrt{a_{jj}^*rF_v(r, n-r)}, \quad (18)$$

Заметим, что формулы (15) и (16) на основе известных соотношений $a_{11}/\det A = a_{22}^*$ и $a_{22}/\det A = a_{11}^*$ между элементами прямой и обратной матрицы Грама второго порядка приводятся к виду (18).

Зависимость (18) также целесообразно использовать применительно к относительным границам СДИ, а именно

$$\delta\theta_j^* = \pm\frac{\Delta\theta_j^*}{\hat{\theta}_j} = \pm\frac{\sigma}{\hat{\theta}_j}\sqrt{a_{jj}^* \cdot rF_v(r, n-r)}. \quad (19)$$

2.5. Приближенный метод оценивания точности результатов параметрической идентификации для нелинейных ОЗ

В монографии [14] предложен подход к построению **приближенных СДО для нелинейных относительно искомых параметров квадратичных функций невязки типа (3)**. В его основе лежит допущение, что имеется метод минимизации (3) с целью получения оценок $\hat{\Theta}$, близких «истинному» значению Θ_0 . Это допущение требует подтверждения путем имитационного моделирования решений контрольных ОЗ или ОЗТ указанным методом для реальных условий.

При подтвержденной близости $\hat{\Theta}$ к Θ_0 приближенные СДО и СДИ оценок $\hat{\Theta}$ могут быть получены путем линеаризации вблизи $\hat{\Theta}$ прогноза вектора измерений $Y_k(\Theta)$, входящего в функцию (3) невязки МНК. Тогда в линеаризованной области ковариационная матрица P определяется по формуле (7) для значений $\hat{\Theta}$, а приближенные СДО и СДИ – по приведенным выше формулам (12)–(19) для линейных задач.

Отметим, что справедливость и эффективность этого подхода подтверждены на практике в работах [15–17], где во многих случаях рассматривались нелинейные ОЗТ и ОЗ диагностики.

Выводы

1. Изложена методология оценивания погрешностей параметрической идентификации теплопереноса в ТО на основе таких метрологических показателей точности, как СДО и (или) СДИ.

2. В формулах (18) и (19) для СДИ можно выделить две мультипликативные составляющие погрешности. Одна из них – $\sqrt{a_{jj}^*}$ – пропорциональна соответствующим диагональным элементам обратной матрицы Грама и связана со степенью устойчивости решений ОЗТ. Вторая составляющая – $\frac{\sigma}{\hat{\theta}_j}$ – определяется уровнем шума в измерениях σ , а третья – $rF_v(r, n - r)$ – зависит от количества искомым параметров r и измерений n , используемых при решении ОЗТ, а также от уровня достоверности v решения.

В следующей части публикации будут рассмотрены вопросы планирования параметрической идентификации теплопереноса в ТО как метода постановки и решения соответствующих ОЗТ.

Литература

1. *Основы идентификации и проектирования тепловых процессов и систем: Учеб. пособие* / О. М. Алифанов, П. Н. Вабищевич, В. В. Михайлов и др. – М.: Логос, 2001. – 400 с.
2. *Приложение теории оптимальной фильтрации к задачам оценки состояния и идентификации граничных условий одномерных тепловых систем* / Д. Ф. Симбирский, Э. Г. Чайка, А. В. Дабаган, Л. И. Жильцова // Экспериментальные методы термодиагностики газотурбинных двигателей: Сб. науч. тр. Авиационного института. – Вып. 1. – Харьков, 1973. – С. 86–105.
3. *Симбирский Д. Ф.* Оптимальные оценки в тепловых измерениях / Д. Ф. Симбирский // Инж.-физ. журн. – 1975. – Т. 28, № 2. – С. 240–248.
4. *Симбирский Д. Ф.* Идентификация нестационарного нелинейного теплового объекта с применением фильтра Калмана / Д. Ф. Симбирский, С. В. Гольцов // Автоматика. – 1975. – № 1. – С. 36–42.
5. *Симбирский Д. Ф.* Измерение тепловых потоков одномерными термоприемниками с применением фильтра Калмана и сплайн-аппроксимации / Д. Ф. Симбирский, Е. Н. Бут // Экспериментальные методы термодиагностики газотурбинных двигателей: Сб. науч. тр. Авиационного института. – Вып. 2. – Харьков, 1975. – С. 33–43.
6. *Симбирский Д. Ф.* Температурная диагностика двигателей (пленочная термометрия и оптимальные оценки) / Д. Ф. Симбирский. – Киев: Техника, 1976. – 208 с.
7. *Бут Е. Н.* Сплайн-идентификация тепловых потоков: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Л., 1979. – 20 с.
8. *Параметрическая и функциональная идентификация тепловых процессов* / Ю. М. Мацевитый, Н. В. Гайшун, В. Т. Борухов, А. О. Костиков // Пробл. машиностроения. – 2011. – Т. 14, № 3. – С. 40–47.
9. *Симбирский Д. Ф.* Метрология косвенных измерений / Д. Ф. Симбирский // Измерит. техника. – 1983. – № 1. – С. 12–14.
10. *Симбирский Д. Ф.* Оптимальный синтез измерительных систем, использующих алгоритмы обратных задач / Д. Ф. Симбирский, А. В. Олейник, С. В. Епифанов // Методы теории идентификации в задачах измерительной техники и метрологии.: Тез. докл. 5-го всесоюз. симп. – Новосибирск, 1989. – С. 136–137.
11. *Симбирский Д. Ф.* Оптимальное планирование экспериментально-расчетного определения теплопроводности твердых тел / Д. Ф. Симбирский, А. Б. Гулей // Инж.-физ. журн. – 1980. – Т. 46, № 5. – С. 733–737.
12. *Розенвассер Е. Н.* Чувствительность систем управления / Е. Н. Розенвассер, Р. М. Юсупов. – М.: Наука, 1981. – 464 с.
13. *Мацевитый Ю. М.* Сплайн-идентификация теплофизических процессов / Ю. М. Мацевитый, Е. Н. Бут. – Киев: Наук. думка, 2010. – 240 с.

14. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами / Д. Химмельблау. – М.: Мир, 1973. – 957 с.
15. Епифанов С. В. Оптимальный выбор измеряемых параметров при идентификации ГТД / С. В. Епифанов, Д. Ф. Симбирский, С. А. Каплун / Изв. вузов. Авиационная техника. – 1989. – № 4. – С. 39–43; 1990. – № 1. – С. 57–62; 1990. – № 2. – С. 72–78.
16. Макаренко Г. В. Оптимизация систем параметрической идентификации теплопереноса в элементах теплоэнергетических установок: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Харьков, 1992. – 16 с.
17. Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей / С. В. Епифанов, Б. И. Кузнецов, И. М. Богаенко и др. – Киев: Техника, 1998. – 312 с.

Поступила в редакцию
01.06.12