

¹ С. В. Ершов, д-р техн. наук² В. А. Яковлев, канд. техн. наук¹ г. Харьков, e-mail:

sergiy.v.yershov@gmail.com

² Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, г. Харьков, e-mail: yava@ipmach.kharkov.ua

УДК 621.165+621.438

ВЛИЯНИЕ СЕТОЧНОГО РАЗРЕШЕНИЯ НА РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ТРЕХМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ПРОТОЧНЫХ ЧАСТЯХ ТУРБОМАШИН ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ RANS МОДЕЛЕЙ

Розглядається питання впливу ступеня подрібнення різницевої сітки на результати розрахунку тривимірних течій в'язкого газу в проточних частинах турбомашин при використанні моделей течії RANS і чисельних методів другого порядку. Виконано розрахунки течій для ряду турбінних і компресорних решіток на послідовно подрібнюваних сітках. Проведене зіставлення отриманих результатів як за якісним розділенням складної структури трансзвукових потоків, так і за кількісною оцінкою втрат.

Ключові слова: решітки турбомашин, CFD моделювання, в'язкий потік, сіткове розділення, стрибки ущільнення, сліди, відривання, втрати.

Введение

На сегодняшний день вычислительная аэродинамика (CFD) является неотъемлемым инструментом исследования течений в лопаточных аппаратах турбомашин и их проектирования. Наиболее распространенный в настоящее время подход при создании CFD решателей – это численное моделирование турбулентных течений вязкого газа с использованием осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (RANS). Считается, что постановка такой задачи, численные методы и алгоритмы достаточно проработаны, а соответствующие CFD решатели – протестированы и доведены [1].

Тем не менее, качество результатов (их точность и воспроизводимость) во многих случаях оставляют желать лучшего. В частности, результаты численного моделирования течений в решетках турбин и компрессоров продолжают существенно зависеть от выбора разностной сетки. На количественную и качественную точность решений влияют форма ячеек, размер ближайших к стенкам ячеек y^+ , количество ячеек в пограничном слое и в других сдвиговых слоях, величина неравномерности сгущений, степень изломов сеточных линий и т. д.

За последние двадцать лет рекомендации по выбору сеточного разрешения при численном моделировании течений вязкого газа в межлопаточных каналах турбомашин с использованием RANS моделей несколько раз претерпели изменения: от 100–200 тыс. ячеек в 90-е годы прошлого столетия до 0,5–1,0 млн ячеек в настоящее время [1–3]. Обычно математическое обоснование таких рекомендаций не приводится, и вопрос сходимости решения остается открытым. Кроме того, существуют различные требования к выбору сетки, как строгие (например, выбор y^+), так и не вполне обоснованные [3].

Рассмотрению вопроса выбора размера разностной сетки и его влияния на результаты расчетов трехмерных течений вязкого газа в турбомашинах и посвящены исследования, представленные в данной статье.

1. Постановка задач исследования

Авторами рассмотрены несколько решеток и ступеней турбомашин, для каждой из которых проведены расчеты трехмерного осредненного турбулентного течения вязкого газа на основе модели течения RANS с использованием модели турбулентности $k-\omega$ SST [4]. Основной целью исследования было качественное изучение вопроса сходимости численного решения без привязки к экспериментальным данным. Очевидно, что недостаточная адекватность математической модели течения и погрешности эксперимента могут приводить к тому, что по мере измельчения сетки расхождения между результатами расчета и экспериментальными данными могут возрастать.

Расчеты проводились с помощью CFD решателя F [5, 6] с использованием неявной ENO схемы второго порядка [7], локального шага по времени, упрощенного многосеточного алгоритма. На начальных этапах расчетов число Куранта выбиралось в пределах от 30 до 50 и только при достиже-

нии установления снижалось до 5–10 с целью повышения точности вычислений. При этом на протяжении всего расчета для чрезмерно вытянутых ячеек шаг по времени несколько уменьшался по специальному алгоритму.

Упрощенный многосеточный алгоритм (УМА) заключался в использовании для каждого расчета набора последовательно вложенных сеток (от 4 до 5 уровней вложенности), для которых при изменении уровня вложенности на единицу количество ячеек по каждому направлению менялось строго в два раза. Расчет течения начинался на самой грубой из этих последовательно вложенных сеток, и по мере его установления результаты интерполировались на следующую более мелкую сетку. Данная процедура повторялась до полного установления решения на самой мелкой сетке. Следует заметить, что решения на последовательно вложенных сетках, применяемых в УМА, нецелесообразно использовать для анализа сеточной сходимости внутренних течений вязкого газа, так как в этом случае нельзя для всех уровней сетки обеспечить условие $u^+ \approx 1$.

Критерием установления считалось постоянство по времени (с заданной точностью) значения коэффициента потерь (коэффициент полезного действия – КПД). При использовании в качестве критерия установления неизменности сил, действующих на решетку, погрешность определения КПД, как, оказалось, может составлять 1–2%. Следует также отметить, что дефекты установления решения, допущенные на более грубых сетках при использовании УМА, очень медленно устраняются на более мелких сетках, особенно в областях сильно вытянутых ячеек. Поэтому в процессе расчета по УМА крайне важно обеспечивать установление решения на всех уровнях вложенности сетки.

Рассматривались сетки типа *H* с приближенной ортогонализацией ячеек в пограничном слое. Используемые сетки условно были разделены на следующие группы (по количеству ячеек в одном межлопаточном канале):

- 1) чрезвычайно грубые сетки – 10^4 – 10^5 ячеек;
- 2) грубые сетки – 10^5 – 10^6 ячеек;
- 3) промежуточные сетки – 10^6 – 10^7 ячеек;
- 4) мелкие сетки – 10^7 – 10^8 ячеек;
- 5) чрезвычайно мелкие сетки – 10^8 – 10^9 ячеек.

На этапах измельчения сетки при проведении серии расчетов размерность по каждому сеточному направлению увеличивалась примерно вдвое. Для сеток всех групп величина u^+ выдерживалась близкой к единице в радиальном и окружном направлениях. В процессе выполнения исследования было обнаружено, что погрешности соблюдения закона стенки (универсальный профиль скорости) в численном решении недопустимо возрастают, если поперек пограничного слоя расположено менее 30 ячеек и отношение шагов сетки в окружном направлении в этой области оказывается больше чем 1,1. Поэтому при проведении расчетов на сетках 3, 4 и 5-й групп эти требования строго выполнялись. Обеспечение данных требований на сетках 1 и 2-й групп без снижения точности в ядре потока весьма проблематично, поэтому при выборе сгущения для таких сеток принимались компромиссные решения.

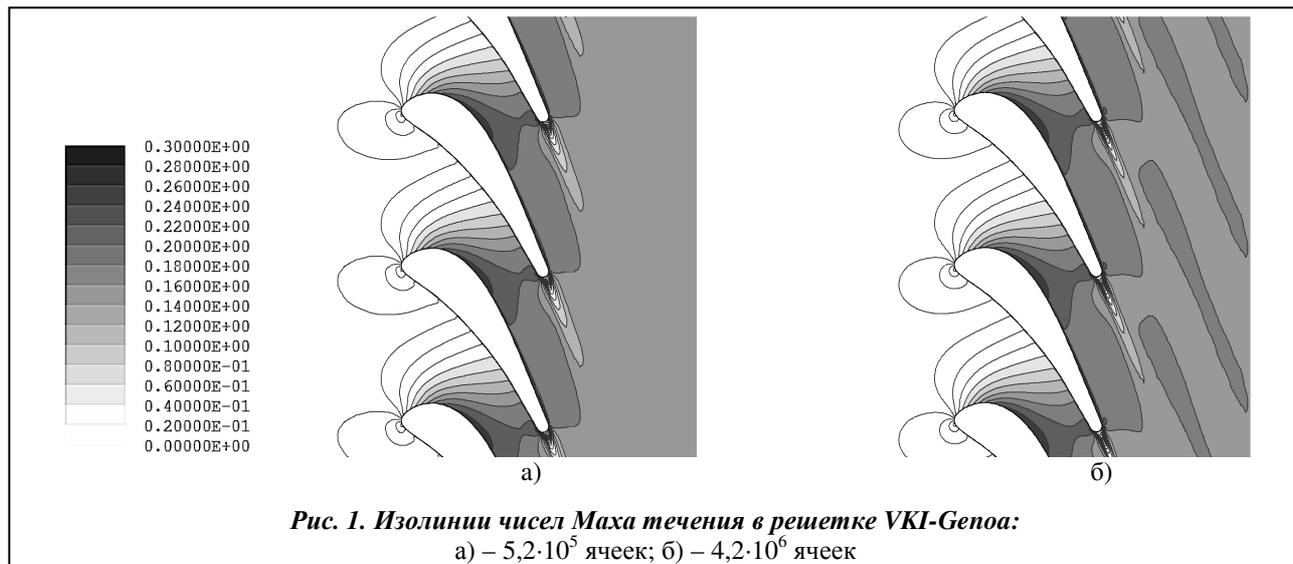
Следует отметить, что расчеты на сетках более миллиона ячеек требуют значительного времени и были бы практически невозможны без использования механизмов ускорения сходимости [7], реализованных в решателе F.

2. Течение в дозвуковой решетке VKI-Genoa

Рассматривалось дозвуковое течение в турбинной решетке, исходные данные для которой приведены в работе [8]. Расчеты для режима течения с адиабатическим числом Маха на выходе $M_{2is} = 0,25$ проводились на сетках 65 тыс., 524 тыс., и 4,2 млн ячеек.

На рис. 1 приведены изолинии числа Маха в среднем сечении межлопаточного канала для сеток 520 тыс. и 4,2 млн ячеек. Видно, что решения для дозвукового течения достаточно близки, хотя стоит отметить, что на более мелкой сетке вблизи точки торможения концентрические изолинии имеют более правильную форму, что соответствует физике обтекания затупленных тел.

Ниже приведены значения коэффициента потерь кинетической энергии в данной решетке. Наблюдается тенденция сходимости результатов при измельчении сетки. Видно, что использование сеток группы 2 может привести к абсолютной погрешности по потерям около половины процента, по сравнению с результатами расчетов на сетках группы 3.

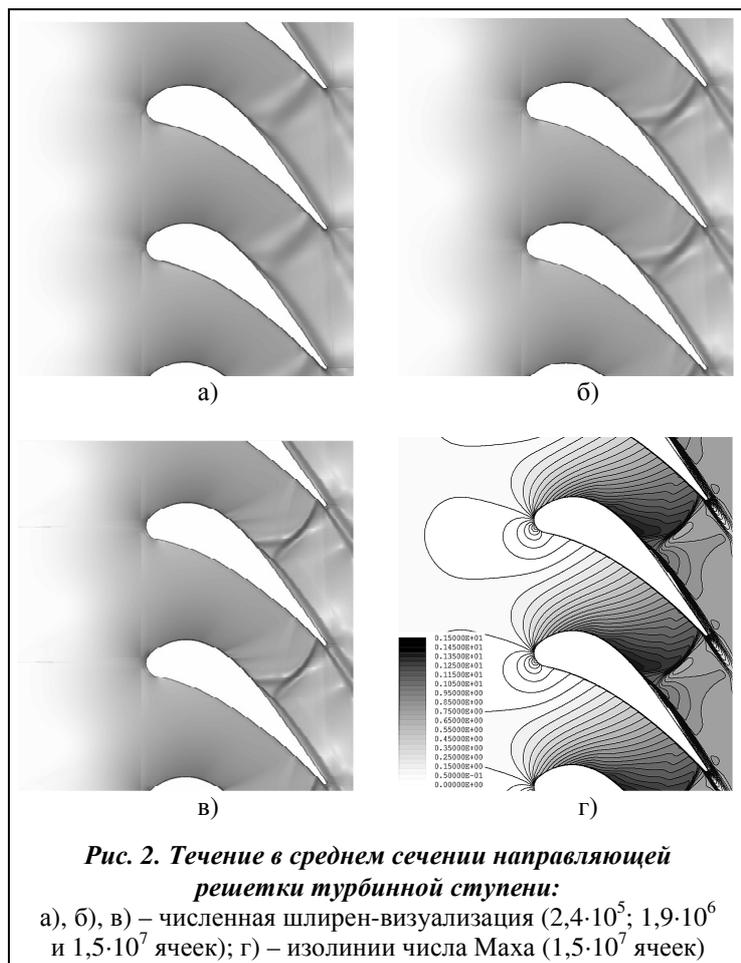


Потери кинетической энергии в решетке VKI-Genoa

количество ячеек	$6,5 \cdot 10^4$	$5,2 \cdot 10^5$	$4,2 \cdot 10^6$
потери	0,188	0,127	0,123

3. Течение в ступени турбины ABB-Saturn

Рассматривалось транзвуковое течение в турбинной ступени фирмы ABB-Saturn, геометрия и условия обтекания которой были предоставлены одному из авторов данной статьи А.В. Грановским [9] для тестовых расчетов. Расчеты проводились на сетках 30 тыс., 240 тыс., 1,9 млн и 15,3 млн ячеек для межлопаточных каналов решеток статора и ротора.



«Численная ширен-визуализация» приведена для различных сеток, а изолинии числа Маха даны только для наиболее мелкой из рассмотренных сеток.

На рис. 2, 3 представлены результаты расчета течения в среднем сечении направляющей и рабочей решеток соответственно. Из рисунков видно, что на сетках группы 2 скачки уплотнения плохо различимы и их положение определено неточно. На сетке группы 3 скачки выделены лучше, а на сетке группы 4 получена четкая структура скачков уплотнения. Аналогичные выводы можно сделать и о разрыве и следе.

Следует заметить, что здесь и далее при численной ширен-визуализации на рисунках видны вычислительные артефакты в виде горизонтальных и вертикальных линий вблизи входных и выходных кромок. Данные явления имеют место в областях существенного изменения шагов и формы ячеек и свидетельствуют о потере точности, проявляющейся в боль-

шой погрешности определения производных параметров течения.

Ниже приведены потери кинетической энергии в ступени для различных сеток. Наблюдается тенденция сходимости результатов при измельчении сетки. Абсолютная погрешность определения потерь для сеток групп 2 и 3 по сравнению с сеткой группы 4 составляет 1,4 и 0,5%.

Потери кинетической энергии в ступени ABB-Saturn

количество ячеек	$2 \times 3,0 \cdot 10^4$	$2 \times 2,4 \cdot 10^5$
потери в ступени	0,129	0,112
количество ячеек	$2 \times 1,9 \cdot 10^6$	$2 \times 1,5 \cdot 10^7$
потери в ступени	0,103	0,098

4. Течение в компрессорной решетке TFAST

Рассматривалось течение в сверхзвуковой компрессорной решетке, расчетно-экспериментальное исследование которой проводится в проекте TFAST программы FP7 [10]. По условиям эксперимента на торцевых поверхностях осуществлялся отбор пограничного слоя для уменьшения вторичных течений и отрывов. Расчеты проводились для режимов $\pi_k = 1,22$ и $\pi_k = 1,87$ с относительным числом Маха на входе $M_{1w} = 1,2$ на сетках 2,4, 9,2, 54 и 250 млн. ячеек, первые три из которых по размерностям тангенциальных сеточных поверхностей соответствуют двумерным сеткам работы [11].

На рис. 4 показана «численная ширен-визуализация» течения в среднем сечении межлопаточного канала на режиме $\pi_k = 1,22$ для сеток четырех размерностей.

Видно, что на сетках группы 3 все скачки «размазанные», а отсоединенная ударная волна, косые скачки на входной кромке и структура скачков за выходной кромкой разрешены плохо. На сетке группы 4 улучшено разрешение головных скачков уплотнения, однако отражение от поверхности лопатки косого скачка, сходящего с входной кромки, и «неразмазанная» структура скачков за выходной кромкой четко видны только на решении, полученном на сетке группы 5. Разрешение отрывов, следов и особенно тангенциальных разрывов за тройственными точками скачков уплотнения также существенно улучшается по мере измельчения сетки и для сетки группы 5 является наилучшим. Аналогичное поведение численного решения наблюдается и для режима течения $\pi_k = 1,87$. В этом случае погрешность по положению канального скачка на сетках группы 3 может достигать почти 0,1 хорды.

Ниже приведены потери кинетической энергии в данной решетке для различных сеток. Наблюдается тенденция сходимости результатов при измельчении сетки. Видно, что абсолютная погрешность потерь для сеток группы 3 может быть выше на 0,5% по сравнению с сеткой группы 5.

Потери кинетической энергии в компрессорной решетке TFAST на режиме $\pi_k = 1,87$

количество ячеек	$2,4 \cdot 10^6$	$9,2 \cdot 10^6$	$5,4 \cdot 10^7$	$2,5 \cdot 10^8$
потери	0,1396	0,1373	0,1342	0,1340

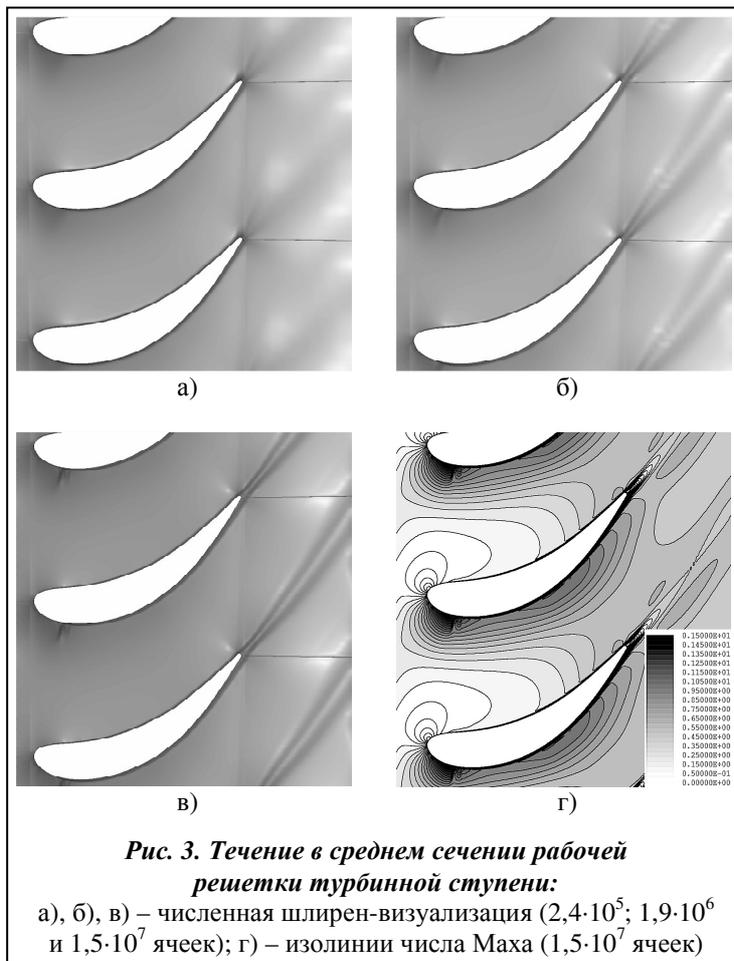
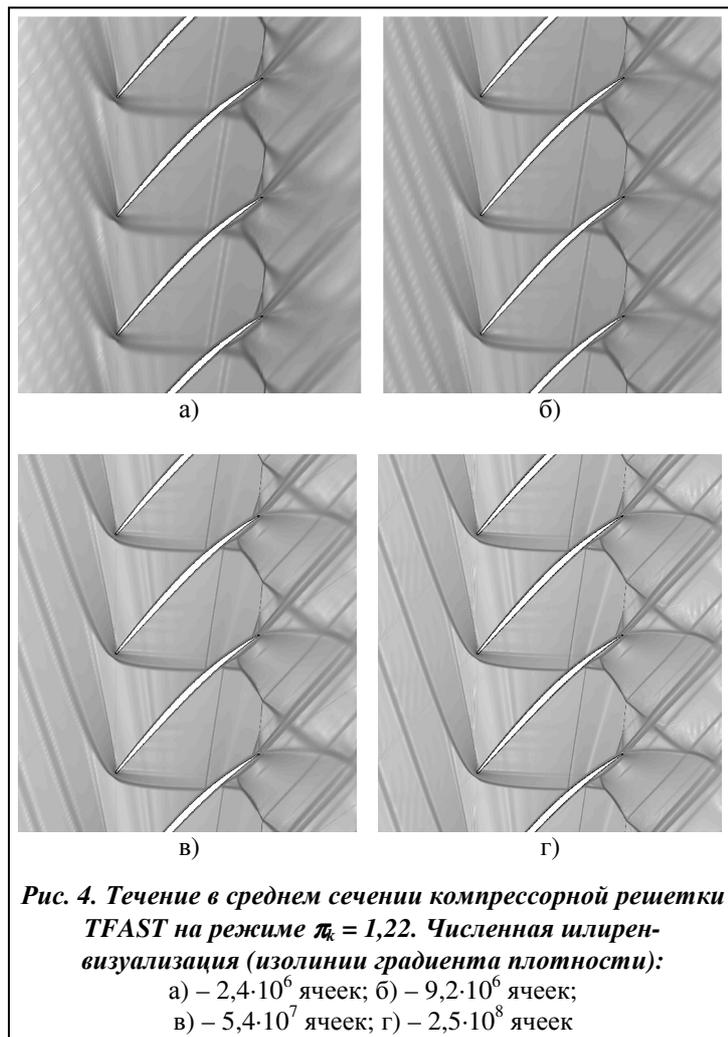


Рис. 3. Течение в среднем сечении рабочей решетки турбинной ступени:

а), б), в) – численная ширен-визуализация ($2,4 \cdot 10^5$; $1,9 \cdot 10^6$ и $1,5 \cdot 10^7$ ячеек); г) – изолинии числа Маха ($1,5 \cdot 10^7$ ячеек)



однозначно интерпретировать как разрыв.

Струи охлаждающего газа также лучше разрешаются на более мелких сетках. Расчет с использованием сеток групп 1 и 2 не проводился, так как в этом случае размеры боковых поверхностей пристеночных ячеек превышали размеры отверстий. Из рис. 5 видно, что для сетки группы 3 струи охлаждающего воздуха прижимаются к поверхности разрезания лопатки, в то время как для сетки группы 4 они проникают значительно дальше в основной поток.

В табл. 1 приведены значения коэффициента потерь кинетической энергии в данной решетке для различных сеток. Для расчетов без пленочного охлаждения наблюдается тенденция сходимости результатов при измельчении сетки. Абсолютная погрешность потерь для сеток группы 3 может составлять около 0,1% по сравнению с сеткой группы 4. Для расчетов с пленочным охлаждением, по видимому, сходимости еще нет. На более грубых сетках, где охлаждающие струи располагаются ближе к пограничному слою поверхности разрезания, потери близки к потерям в потоке без охлаждения. На более мелкой сетке имеет место рост потерь, что можно объяснить существенным проникновением струй в основной поток.

Таблица 1. Потери кинетической энергии в турбинной ступени TFAST

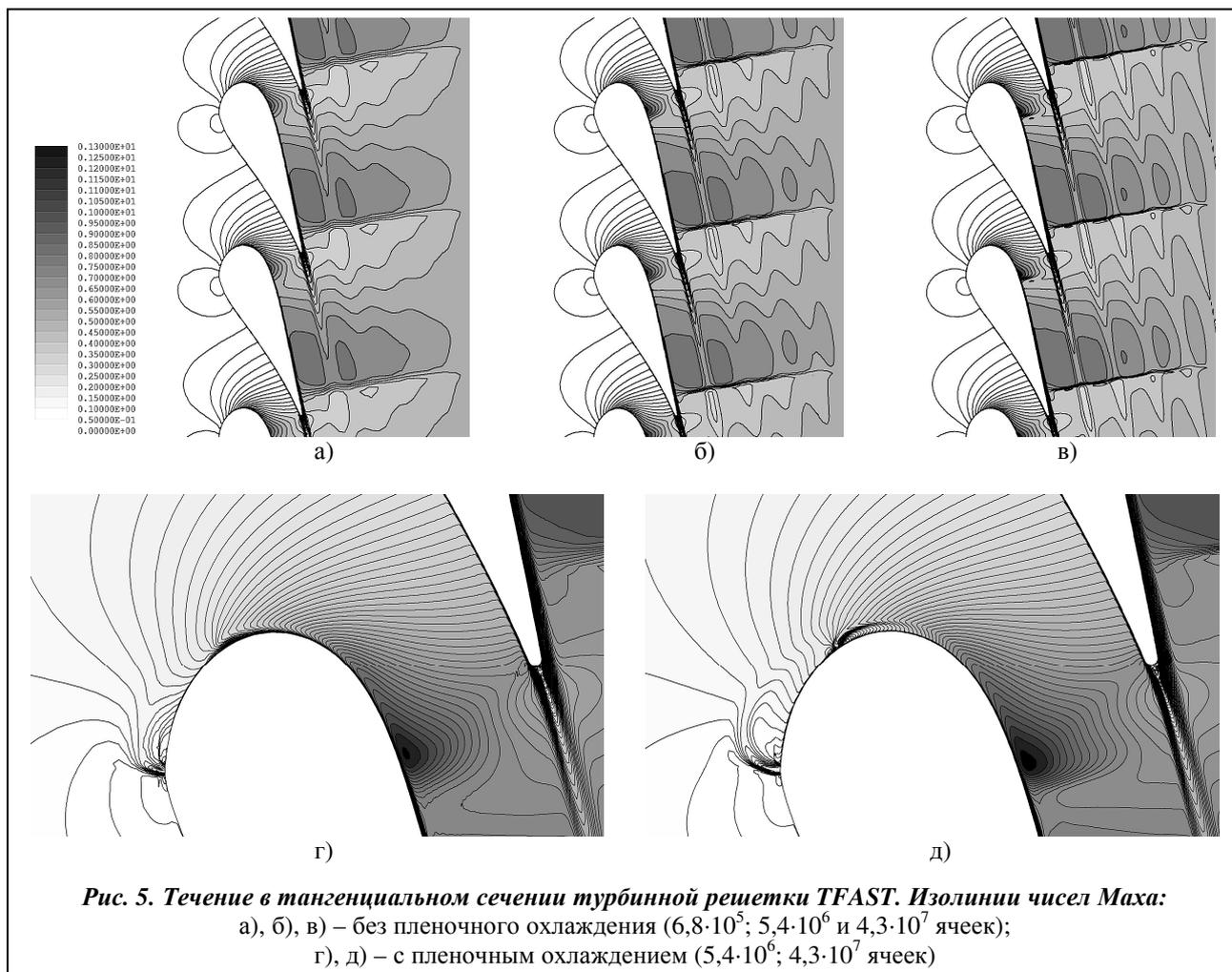
Количество ячеек	Без пленочного охлаждения	С пленочным охлаждением
$8,5 \cdot 10^4$	0,0653	–
$6,8 \cdot 10^5$	0,0575	–
$5,4 \cdot 10^6$	0,0524	0,0567
$4,3 \cdot 10^7$	0,0512	0,0577

5. Течение в турбинной решетке TFAST

Рассматривалось трансзвуковое течение в турбинной решетке, расчетно-экспериментальное исследование которой проводится в проекте TFAST программы FP7 [10]. Расчеты выполнялись для режимов обтекания при $M_{2is} = 1,05$ с пленочным охлаждением и без него на сетках 85 тыс., 680 тыс., 5,4 млн и 43,5 млн ячеек. Пленочное охлаждение осуществлялось выдуванием воздуха через два ряда равномерно расположенных в ядре потока отверстий (в каждом ряду 46 отверстий), каждое площадью около $0,5 \text{ мм}^2$ при длине лопатки 125 мм и ее хорде 76 мм. В расчетах на одно отверстие приходилось от 1 до 4 ячеек на сетке группы 3 и от 6 до 16 ячеек на сетке группы 4.

На рис. 5 показаны изолинии числа Маха в среднем сечении межлопаточного канала для различных сеток без пленочного охлаждения и с ним (фрагмент вблизи входной кромки).

Приведенные рисунки позволяют сделать вывод, что разрешение скачков и следа существенно улучшается при измельчении сетки. Так, на сетках групп 2 и 3 разрешение первого скачка уплотнения на стороне разрезания сразу за горлом решетки неудовлетворительное, и только на сетке группы 4 данный скачок можно



6. Методика проведения расчетов и временные характеристики

Ниже даны общие временные характеристики всех представленных в статье исследований (табл. 2), а также некоторые замечания о дополнительных условиях проведения вычислительных экспериментов.

Таблица 2. Временные характеристики

Решетка / ступень	Сетка, 10^6	Разбиение	Количество уровней сетки	Память, Гб	Время одной итерации, с	Количество итераций	Время расчета, дней
VKI-Genoa	4,2	128×128×256	4	0,75	15	60000	12
ABB-Saturn	30,7	2×194×208×384	5	$2 \times 2,8 = 5,6$	59	80000	60
TFAST турбина	43,5	368×224×528	5	9,5	157	100000	195
TFAST компрессор	248	496×496×1008	5	$3 \times 16,4 = 49,2$	121	200000	370

Данные по времени одной итерации и количестве итераций даны для самой мелкой сетки (наибольший уровень сетки). Решение на первых уровнях сетки при расчете по УМА доводилось до полной сходимости, чтобы сократить время расчета на более мелкой сетке. Распараллеливание расче-

та ABB-Saturn осуществлялось на два потока стандартными средствами решателя F (один поток – один межлопаточный канал одного венца).

При расчете на мелких сетках прямой компрессорной решетки TFAST (лопатки постоянного сечения между плоскими торцевыми поверхностями) вычисления проводились в усеченной расчетной области, охватывающей только половину высоты лопатки, а на границе задавалось условие симметрии. После окончания расчета решение, полученное для одной половины канала, симметрично «отражалось» на другую половину канала.

При распараллеливании расчета компрессора TFAST расчетная область, содержащая один межлопаточный канал, разбивалась на три блока в осевом направлении по 84, 168 и 336 ячеек в каждом на 3, 4 и 5-м уровнях вложенности сетки (при расчете по УМА) соответственно. Так как обмен информацией между блоками требовал больших затрат времени, то он осуществлялся не на каждой итерации, а один раз на 100 итераций. Также для ускорения расчета «замораживались» производные ENO восполнения. Такие возможности пока не реализованы в препроцессоре стандартной версии решателя F, но будут в нее включены в ближайшем будущем.

При расчете компрессора TFAST при переходе с более грубой сетки на более мелкую в УМА использовалась не линейная интерполяция, как в стандартном решателе F, а квадратичная. Это позволило избежать интенсивных «всплесков» на графиках сходимости, обычно происходящих при измельчении сетки, и существенно сократить время расчета на самых мелких сетках.

Расчеты решеток VKI-Genoa, ABB-Saturn и компрессорной решетки TFAST на мелких сетках проводились на компьютере Intel Core i7-4820, 3,7 ГГц, ОЗУ 64 Гбайт, а расчеты турбинной и компрессорной решеток TFAST на грубых сетках – на компьютерах Intel Core i7-3770, 3,5 ГГц, ОЗУ 32 Гбайт и Intel Core i7-3770, 3,5 ГГц, ОЗУ 16 Гбайт. Операционная система – Windows 7.

Заключение

Проведенное исследование подтверждает известный факт, что масштабы сетки должны соответствовать масштабам рассчитываемого течения, т.е., характерным размерам областей потока с существенными градиентами термодинамических, кинематических и турбулентных параметров течения. С другой стороны, полученные результаты показывают, что для сходимости при измельчении сетки таких величин, как потери кинетической энергии, требуется достаточно мелкие сетки с количеством ячеек порядка 10^7 – 10^8 в одном межлопаточном канале для трехмерного течения при использовании разностного метода второго порядка. Такие же сетки необходимы для хорошего разрешения скачков уплотнения, отрывов, следов, тангенциальных разрывов. Дополнительные требования измельчения сетки могут быть вызваны различными особенностями геометрии проточной части и течения, как например пленочное охлаждение, генераторы вихрей и пр. Следует еще раз подчеркнуть, что все вышесказанное относится к решениям уравнений RANS, для более полных моделей турбулентного течения, таких, как LES и DNS, необходимы отдельные исследования.

Подобные выводы во многом будут справедливы и для методов более высокого порядка аппроксимации, так как для расчетов с их помощью вряд ли удастся использовать существенно более грубые сетки. Во-первых, минимальный шаг ячейки у стенки независимо от свойств численного метода будет определяться величиной y^+ . Во-вторых, методы высокого порядка обычно более чувствительны к неравномерности шагов сетки, скошенности и вытянутости ячеек. Определенный выигрыш от применения таких методов может состоять в улучшении разрешения скачков уплотнения. Однако следует помнить, что в этом случае скорее важен не порядок аппроксимации сам по себе, а способность подсеточного разрешения метода, которая может быть высокой и для методов второго–третьего порядка.

Следует отметить, что в отдельных случаях при расчетах на мелких сетках порядка 10^7 – 10^8 ячеек при высоких числах Куранта (30–40) наблюдались большие погрешности по величине потерь, а при малых (2–5) – осцилляции в чрезмерно вытянутых ячейках при локальном шаге по времени. Данная проблема требует дополнительного изучения.

Исходя из вышесказанного, можно сделать следующий вывод: для научных исследований, требующих высокой точности и детального разрешения структуры течения в основном следует отдавать предпочтение мелким или чрезвычайно мелким сеткам (группы 4 и 5). Учитывая отсутствие в украинских научных центрах вычислительных мощностей, соответствующих таким задачам, допус-

тимым может считаться проведение исследовательских расчетов на промежуточных сетках группы 3 при условии соблюдения описанных выше требований по выбору шага ячеек у стенок, количества ячеек поперек пограничного слоя и отношения шагов соседних ячеек. В то же время для инженерных поверочных и оптимизационных расчетов применение промежуточных (группа 3) или даже более грубых сеток может оказаться вполне достаточным. Проведение оптимизации решеток турбомашин с использованием сеток групп 1 и 2 возможно, как это уже отмечалось авторами в работе [12], при соблюдении определенных условий. Во-первых, это подразумевает поиск пологого экстремума. Во-вторых, степень измельчения сетки на первых этапах оптимизации должна позволять попасть в окрестность предполагаемого оптимума целевой функции. В-третьих, во всех сравнительных расчетах необходимо использовать одинаковые способы построения сетки и добиваться одинаковой степени установления решения. В-четвертых, результат оптимизации, полученный на грубых сетках, должен быть проверен и может быть уточнен на более мелких сетках.

Благодарность

Авторы выражают признательность профессору А. А. Приходько за интерес, проявленный к работе, и полезные обсуждения полученных результатов.

Литература

1. *Hirsch, C.* Numerical Computation of Internal and External Flows: The Fundamentals of Computational Fluid Dynamics, 2nd Edition / C. Hirsch. – Elsevier, Butterworth-Heinemann, 2007. – 680 p.
2. *ERCOFTAC* – European research Community on Flow, Turbulence and Combustion [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.ercofac.org>. – 5.10.2015 г.
3. *CFD Online* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.cfd-online.com>. – 5.10.2015 г.
4. Menter, F. R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications / F. R. Menter // *AIAA J.* – 1994. – Vol. 32, No. 8. – P. 1598–1605.
5. *Сергей Ершов.* Вычислительная газодинамика турбомашин. Бесплатная CFD программа [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://sergiyeyershov.com>. – 5.10.2015 г.
6. *Ершов, С. В.* Развитие комплекса программ для расчета трехмерных течений вязкого газа / С. В. Ершов // *Авиац.-косм. техника и технология.* – 2012. – № 5(92). – С. 89–94.
7. *Гризун, М. Н.* Численное моделирование многомерных сжимаемых течений с помощью метода Ньютона / М. Н. Гризун, С. В. Ершов // *Энерг. и теплотехн. процессы и оборудование. Вестн. НТУ «ХПИ»:* Сб. науч. тр. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2013. – № 13. – С. 38–46.
8. *Cicatelli, G.* The effect of vortex shedding on the unsteady pressure distribution around the trailing edge of a turbine blade / G. Cicatelli, C. H. Sieverding // *J. Turbomachinery.* – 1997. – Vol. 119, № 4. – P. 810-819.
9. *Грановский, А. В.* Разработка методов повышения газодинамической эффективности высоконагруженных ступеней охлаждаемых газовых турбин : Дис. ... д-ра техн. наук / Грановский Андрей Владимирович. – М., 2011. – 217 с.
10. *TFAST Project* – Transition Location Effect on Shock Wave Boundary Layer Interaction [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://tfast.eu>. – 5.10.2015 г.
11. *Папазов, С. В.* Численное моделирование течения в компрессорной решетке в широком диапазоне режимов обтекания / С. В. Папазов, В. А. Яковлев, С. В. Ершов // *Пробл. машиностроения.* – 2014. – Т. 17, № 4. – С. 3–9.
12. *Ершов, С. В.* Аэродинамическая оптимизация лопаточных аппаратов турбин: подходы, методы, результаты / С. В. Ершов, В. А. Яковлев // *Пробл. машиностроения.* – 2012. – Т. 15, № 2. – С. 3–13.

Поступила в редакцию 13.10.15