¹ А. Л. Шубенко, чл.-кор. НАН Украины
 ¹ В. Н. Голощапов, канд. техн. наук
 ¹ Н. Ю. Бабак, канд. техн. наук
 ² И. В. Решитько

¹ Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, г. Харьков, e-mail: shuben@ipmach.kharkov.ua ² ПАО «Турбоатом», г. Харьков, e-mail: reshitko.irina@gmail.com

Ключові слова: вологість, ступінь, математична модель, метод, переохолоджений пар, конденсація.

УДК 621.165

МЕТОД РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ЖИДКОЙ ФАЗЫ В БЫСТРОРАСШИРЯЮЩИХСЯ ПОТОКАХ ПЕРЕОХЛАЖДЕННОГО ПАРА В СТУПЕНЯХ ВЛАЖНОПАРОВЫХ ТУРБИН

Поставлена і реалізована задача про нестаціонарне зародження рідкої фази в потоках переохолодженної пари, які швидко розширюються в проточній частині турбомашин. Для її розв'язання розвинена класична теорія конденсації Зельдовича-Френкеля для випадку залежних від часу зовнішніх умов. Розроблено та реалізовано у вигляді пакета прикладних програм чисельно-аналітичний метод розрахунку конденсації, що послідовно враховує нестаціонарність процесу. Виведена система рівнянь є узагальненням на випадок нестаціонарного зародження відомої системи «моментних рівнянь». Проведені чисельні дослідження на моделі показали високу ефективність і точність методу в широкому діапазоні швидкостей розширення.

Введение

Экономика и производство развитых стран базируется на все расширяющемся потреблении электроэнергии как наиболее совершенного вида энергии. Ее производство увеличивается с каждым годом, преимущественно на электростанциях, использующих тепловую энергию как органических топлив (уголь, природный газ, мазут, сопутствующие горючие газы, сланцы), так и ядерного топлива. Основным видом привода электрогенератора на ТЭС и АЭС являются паровые турбины, которые от назначения имеют некоторые отличия. Так, в мощных паровых турбинах ТЭС в области влажного пара (кроме режима пуска) работают части низкого давления, в которых влага в паре формируется при температуре ниже температуры насыщения.

Турбины АЭС в настоящее время работают с водо-водяными реакторами, из парогенераторов которых в них поступает сухой насыщенный пар (степень влажности на входе в проточную часть не превышает 0,5%), то есть практически ступени цилиндров высокого давления, большая часть ступеней части среднего и часть низкого давления работают в области влажного пара.

Исходя из условия снижения эрозионного износа последних ступеней части низкого давления конечная влажность процесса расширения пара в них не должна превышать 12–14%.

Проблема изучения процессов, связанных с влажным паром, возникла с момента появления паровых турбин, которые в основном работали на влажном паре с расширением до глубокого вакуума и расчет их производился в предположении, что процессы протекают в условиях термодинамического равновесия. В процессе дальнейшего развития турбостроения было обнаружено несоответствие между расчетами и результатами опытов.

На первом этапе развития теории турбомашин для уточнения расчетов проточной части вводились поправки на влажность пара. Так, английский инженер К. Бауман предложил поправку, считая, что каждый процент влажности пара приводит к снижению КПД ступени на 1% [1] (эта поправка находит применение и по сей день в оценочных расчетах).

Интенсивный качественный скачок в теории влажнопаровых турбин произошел в последние несколько десятилетий прошлого века. В СССР эти исследования активно начались в конце 50-х – начале 60-х годов в различных организациях. При этом развивались как экспериментальные методы исследования, так и расчетные модели. Первые наиболее полные обобщения основ теории влажнопаровых турбин и новых расчетных методов были сделаны в фундаментальных трудах Г. Дьярмати (1962 г.) [2], И. И. Кириллова и Р. М. Яблоника (1968 г.) [3], М. Е. Дейча и Г. А. Филиппова (1968 г.)

[©] А. Л. Шубенко, В. Н. Голощапов, Н. Ю. Бабак, И. В. Решитько, 2015

[4]. Следует отметить, что в этих работах впервые в турбостроении была использована классическая теория кинетики неравновесных фазовых превращений, что явилось серьезным шагом на пути развития расчетных методов исследования процессов влагообразования в паровых турбинах.

Серьезное внимание уделялось также вопросам моделирования процессов, связанных с образованием крупнодисперсной влаги, ее трансформацией и взаимодействием с элементами проточной части.

Эти вопросы активно продолжают обсуждаться в литературе [5, 6], что имеет большое значение для усовершенствования противоэрозионных мероприятий. Данным проблемам посвящены и некоторые публикации авторов [7–9].

В последние годы получили значительное развитие расчетные методы определения характеристик течения как идеального, так и вязкого сжимаемого рабочего тела в трехмерной постановке [10 и др.]. Но в них не учитываются условия конденсации пара и дальнейшей трансформации образовавшейся влаги.

Поэтому на современном этапе развития турбостроения актуальными становятся задачи, связанные с обобщением новых знаний в теории зарождения влаги с учетом трехмерного течения пара в ступенях турбины, нестационарности процесса зарождения новой фазы, обмена энергии при росте сконденсированных частиц.

Для решения названных задач необходимо получить систему уравнений, обладающих универсальностью и учитывающих неизотермические эффекты.

В представленной работе рассмотрены вопросы неравновесной гомогенной конденсации при расширении переохлажденного пара в проточной части турбины.

Отметим, что данные исследования представляют особый интерес. Это связано с тем, что зарождение капель в значительной мере определяет характер дальнейшего течения рабочего тела. Его детальное исследование и описание необходимо как для создания соответствующих расчетных газодинамических схем, так и для изучения сложных физических явлений, связанных с возникновением «конденсационной турбулентности», интенсификацией нестационарных процессов, а также дальнейшей трансформацией капель жидкости и их влиянием на рабочие процессы в турбине.

В литературе активно рассматривается вопрос об альтернативных возможностях образования влаги в проточной части, в частности о гетерогенном зарождении, при котором центрами конденсации служат частицы различных примесей, выпадающих из пара до зоны Вильсона. Не обсуждая здесь отдельно проблему образования примесей, заметим, что их распределение в проточной части будет весьма неравномерным, а влияние вдали от твердых поверхностей менее существенным. Поэтому можно предположить, что в сложных пространственных течениях с высокими градиентами расширения определяющая роль гомогенной конденсации сохраняется; исключение составляют некоторые специальные случаи (аномальное повышение концентрации примесей, ионов или добавки поверхностно-активных веществ).

Эти вопросы, как показано в монографии А. А. Тарелина и В. П. Склярова [11], требуют отдельного внимательного изучения.

Применение классической теории зарождения новой фазы для анализа процессов влагообразования в проточной части

Будем рассматривать, как уже отмечалось, флуктуационое (спонтанное) зарождение капель жидкости, существенно связанное с неравновесным характером фазового перехода, который при быстрых расширениях переохлажденного пара определяется конечностью скорости конденсации по сравнению со скоростью изменения параметров рабочего тела.

Теория зарождения новой фазы тесно связана с основными представлениями статистической физики и использует фундаментальные результаты Гиббса и Энштейна. В современном виде она была разработана Зельдовичем [12], который получил

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial j}{\partial g} = 0, \qquad j = DN \frac{\partial}{\partial g} \frac{f}{N}.$$
(1)

Выражение (1) имеет вид уравнения Фоккера–Планка и представляет собой основное уравнение кинетики зарождения новой фазы, где g – число молекул в зародышевой капле («размер»); j(g, t) – поток зародышей в пространстве размеров; D(g) – коэффициент диффузии; f(g, t) и N(g, t) – соответственно кинетическая и равновесная функции распределения.

При не зависящих от времени внешних условиях в системе устанавливается стационарное распределение капель по размерам

$$f_{\rm CT} = \frac{1}{2} N \operatorname{erfc}\left(\frac{g - g_*}{\Delta}\right),$$

где $\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{z}^{\infty} e^{-x^{2}} dx$ – дополнительный интеграл вероятности; $\Delta = \left\{ -\frac{1}{2K_{\mathrm{B}}T} \cdot \frac{\partial^{2}W}{\partial g^{2}} \right|_{*} \right\}^{-1/2}$ – ширина

околокритической области.

Скорость нуклеации *I*_{CT}, т. е. число устойчивых зародышей, образовавшихся в системе в единицу времени, определяется как не зависящее от размера стационарное значение потока

$$j_{\rm CT} = I_{\rm CT} = \frac{D_* N_*}{\Delta \sqrt{\pi}} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\partial g}{\partial g} \Big|_* N_* \left\{ -\frac{1}{2K_{\rm B}T} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial g^2} \Big|_* \right\}^{-\eta/2},\tag{2}$$

где \dot{g} – макроскопическая (не учитывающая флуктуаций) скорость изменения размера зародыша, которая может быть определена через коэффициент диффузии D в соответствии с известным соотношением Энштейна

$$-\frac{D}{K_{\rm b}T}\frac{\partial W}{\partial g} = \dot{g}$$

Микроскопическое рассмотрение требуется при определении предэкспоненциального множителя в выражении для равновесной функции распределения. Эта задача должна решаться для конкретной системы на основе законов статистической физики. Применительно к переохлажденному пару она была рассмотрена Френкелем [13], который получил, что предэкспоненциальный множитель равен числу молекул пара N_1 в системе.

Для определения скорости зарождения *I*_{CT} с использованием общего выражения (2) необходимо конкретизировать входящие в него величины применительно к конденсации переохлажденного пара. В результате имеем выражение для стационарной скорости зарождения (формула Зельдовича– Френкеля)

$$I_{\rm CT} = \alpha_k W \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{p}{K_{\rm B}T} \cdot \frac{1}{\rho'} (\sigma m_M)^{1/2} N_1 \exp\left(-\frac{4\pi\sigma}{3K_{\rm B}T} r_*^2\right),\tag{3}$$

где p – давление пара; ρ' – плотность жидкости; σ – коэффициент поверхностного натяжения; $m_{\rm M}$ – масса молекулы; r^* – радиус критического зародыша; α_k – коэффициент конденсации.

Работами Зельдовича–Френкеля было завершено создание так называемой «классической теории зародышеобразования».

Анализ показывает, что из всех использованных при этом предположений чаще всего нарушается предположение о стационарности процесса зарождения, в частности, при расширении переохлажденного пара в проточной части турбомашины.

В дальнейшем будем рассматривать уточнения кинетических аспектов зарождения, связанных с отмеченной выше ситуацией, когда неприменимо стационарное приближение при решении уравнения (1). К ним следует также отнести и более детальное рассмотрение процессов тепло- и массообмена между отдельным зародышем и паром. Последний вопрос, связанный с многопараметричностью процесса зарождения, существенен при анализе неизометрической конденсации пара и будет рассмотрен ниже.

Развитие классической теории применительно к рабочим процессам в ступенях влажнопаровых турбин

Рассмотрим далее вопросы развития классической теории для случая нестационарного зарождения новой фазы при быстрых расширениях переохлажденного пара. Излагаемый материал условно

ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ

разделен на две части. В первой рассмотрена задача об определении нестационарной скорости зарождения при изотермической и неизотермической нуклеации. Полученные результаты являются основой для разработки во второй части раздела метода расчета эволюции функции распределения при росте и переиспарении образовавшихся зародышевых капель, удобного для использования в сложных пространственных газодинамических расчетных схемах, а также в задачах синтеза оптимальной проточной части.

В соответствии с изложенным выше процесс нестационарного зарождения новой фазы будем описывать в рамках уравнения Зельдовича (1). Нестационарность задачи связана с зависимостью от времени внешних условий и, следовательно, коэффициентов уравнения (1).

В элементах проточной части турбомашин процесс конденсации происходит в поле быстро меняющихся термодинамических параметров. Это сказывается, прежде всего, на изменении величины активационного барьера $W_*/K_{\rm B}T$. Тогда для характеристики уровня нестационарности введем некоторую величину, связывающую время релаксации к стационарному распределению $\tau_{\rm pen}$ и скорость

изменения барьера зарождения $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{W_*}{K_{\rm b}T} \right)$, – коэффициент нестационарности *n*

$$n = -\tau_{\rm pen} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{W_*}{K_{\rm b} T} \right). \tag{4}$$

Выполненные с использованием (4) оценки показали, что для скоростей охлаждения и параметров пара, характерных для турбомашин, нестационарные эффекты могут оказаться существенными ($n \ge 1$). Отметим, что часто в литературе обратное время релаксации τ_{pen}^{-1} сравнивали не со скоростью изменения величины активационного барьера, а со скоростью охлаждения. Это приводило к необоснованному заключению о возможной роли нестационарности лишь при очень высоких скоростях охлаждения.

Таким образом, для описания начального этапа конденсации при расширении пара в проточной части необходимо решение задачи об определении скорости зарождения I при нестационарных внешних условиях с учетом выделения тепла при росте зародышей. Правильность полученного решения должна подтверждаться его переходом в стационарное при $n \rightarrow 0$. Решение этой задачи как для однопараметрической (изотермической), так и неизотермической нуклеации рассмотрено нами в более ранних работах [14, 15]. Здесь кратко напомним его основные результаты.

Имеем для скорости нуклеации с учетом коэффициента нестационарности *n*

$$I = I_{\rm CT} \Gamma(n+1) \left(6e^{-\frac{25}{12}} \frac{W_*}{K_{\rm B}T} \frac{r_0 - r_*}{r_*} \right)^{-n},$$
(5)

где для изотермического зарождения

$$n = \left(\frac{4\pi}{3}\right) r_*^4 \left(q / (K_{\rm B}T)\right) \cdot {V_{\rm M}'}^2 \cdot \left(\alpha_k \beta \ln S\right)^{-1} \cdot \chi, \tag{6}$$

а для неизотермического

$$n = \left(\frac{4}{3}\pi\right) r_*^4 \left(\frac{q}{K_{\rm B}T}\right)^3 V_{\rm M}^{\prime - 2} \left(\frac{\alpha_k \lambda C_{\rm M}^{\prime}}{K_{\rm B}} \cdot \beta \ln S\right)^{-1} \chi .$$
⁽⁷⁾

соударения с единичной поверхностью;
$$\chi = -\frac{\partial \ln T}{\partial t} = (r-1)\frac{d}{dt}(\ln V) - \frac{q}{t} \cdot \frac{1}{N_1 C_v + N' C'_M} \cdot \frac{dN'}{dt} -$$
скорость

охлаждения; *S* – степень пересыщения; λ – характеристика интенсивности теплообмена между зародышем и паром.

Легко убедиться, что при $n \rightarrow 0$ $I \rightarrow I_{CT}$, определяемое по формуле (3).

Собственно процесс образования зародышевых капель является лишь начальным этапом фазового перехода *I* рода. «Наблюдаемыми» эффекты присутствия новой фазы (а именно они и представляют для нас основной интерес) становятся лишь после значительного увеличения размеров образовавшихся зародышей. Для таких зародышей справедливы макроскопические уравнения роста, и изменение полного числа молекул, перешедших в новую фазу *N*', может быть описано следующим образом:

$$\frac{dN'}{dt} = -\frac{dN_1}{dt} = \int_0^\infty I(t-t')g(t')dt',$$
(8)

где I(t - t') – скорость зарождения, которую в общем случае следует определить из уравнения Зельдовича (1); g(t') – число молекул в зародышевой капле, которая образовалась в момент времени (t - t') и наблюдается в момент времени t.

Существующие в литературе способы приближенного аналитического исследования уравнений типа (8), совместно с уравнением роста капель, несмотря на их главное преимущество, состоящее в получении замкнутых аналитических выражений для полного числа образовавшихся зародышей, не нашли универсального применения. Это связано с использованием ряда серьезных допущений при их реализации, о которых упоминалось выше.

Альтернатива аналитическому описанию состоит в отказе от всех предложений, кроме использованных при выводе уравнений (1), (8), и дальнейшем численном решении этих уравнений на ЭВМ. Такая процедура реализована нами для получения «точного» решения, используемого затем для контроля полученных в работе результатов и сравнения с результатами других авторов. Однако в связи с громоздкостью численного решения уравнения в частных производных (1) совместно с интегральным соотношением (8) применение метода в задачах, характерных для турбомашин, где конденсация является лишь частью весьма сложных газодинамических процессов (включающих многомерность течения, его нестационарность, турбулентность и т.п.) либо в задачах синтеза оптимальной проточной части представляется весьма затруднительным. Иными словами, в реальных расчетных схемах увеличение «размерности» задачи за счет добавления дополнительной координаты r_k крайне нежелательно. Выход из такой ситуации состоит в том, чтобы вместо эволюции функции распределения рассматривать эволюцию нескольких начальных ее моментов

$$\Omega_{v} = \int_{r_{*}}^{\infty} r_{k}^{v} \cdot f(r_{k}) dr_{k} .$$

Подобный «промежуточный», между аналитическим и численным, метод получил достаточно широкое распространение. В этом методе при сохранении первых двух предположений аналитических подходов о возможности использования стационарного выражения для скорости зарождения и о независимости скорости роста капель от их размера интегральное уравнение (8) сводится к системе дифференциальных уравнений для моментов функции распределения

$$\dot{\Omega}_{\nu} = \nu \dot{r}_{k} \Omega_{\nu-1}, \qquad (\nu = 1, 2, 3),$$
 $\dot{\Omega} = I_{CT}.$
(9)

Система (9) активно применяется для исследования конденсации в самых различных ситуациях [4, 16 и др.].

Вместе с тем отказ от предположения о стационарности процесса зарождения требует отказа и от прямого использования системы (9).

Таким образом, задача создания достаточно точного и простого метода расчета процесса конденсации, учитывающего особенности зарождения новой фазы при быстрых расширениях пара в проточной части и удобного для включения в газодинамические расчетные схемы и в задачи синтеза оптимальных конструкций влажнопаровых турбин, остается весьма актуальной.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ

Заметим при этом, что при проведении численных исследований удобно построить общую систему уравнений, позволяющую единообразно производить расчеты для произвольных значений коэффициента λ . Для этапа зарождения влаги система уравнений в окончательном виде представляется следующим образом:

$$\dot{\Omega}_{3} = 3\dot{r}_{k\infty}\Omega_{2}, \quad \dot{\Omega}_{2} = 2\dot{r}_{k\infty}\Omega_{1} + J\delta^{2}, \qquad (10)$$

$$\dot{\Omega}_{1} = 3\dot{r}_{k\infty}\Omega_{0} - J\delta, \quad \dot{\Omega}_{0} = J,$$

$$rge \quad J = I_{cr} \frac{\mu}{\ln S}\Gamma(n+1) \cdot \left(6\frac{W_{*}}{K_{\rm B}T} \cdot e^{-\frac{25}{12}}\right)^{-n}; \quad \delta = \left\{\frac{\mu}{\exp\mu - 1} \cdot \ln\left[\frac{2}{n'} \cdot \frac{1 - \exp(-\mu)}{\mu}\right] - 1\right\}r_{*};$$

$$\dot{r}_{k\infty} = \alpha_{k}\beta V_{\rm M}' [1 - \exp(-\mu)]; \quad n = \left(\frac{4\pi}{3}\right)r_{*}^{4}(q/K_{\rm B}T)V_{\rm M0}'^{-2}(\alpha_{k}\beta\mu)^{-1}\chi; \quad \mu = \frac{\lambda\ln S}{\lambda + \frac{K_{\rm B}}{C_{\rm M}'}\left(\frac{q}{K_{\rm B}T}\right)^{2}};$$

n' – показатель нестационарности, определяемый по адиабатному расширению.

Для этапа переконденсации аналогичная система уравнений имеет вид

$$\Omega_{\nu} = \nu \alpha_k \beta V'_{\rm M} \Omega_{\nu-1} \left\{ 1 - \exp\left[\left(\mu \cdot \frac{r_* \Omega_{\nu-2}}{\Omega_{\nu-1}} - 1 \right) \right] \right\}, \quad \nu = 2,3,$$

$$\Omega_0 = \frac{3}{4} \alpha_k \beta V'_{\rm M} \mu \Omega_0 r_* R^{-2}, \qquad \Omega_1 = \left(\frac{8}{9} \Omega_0 \Omega_2 \right)^{1/2}, \qquad R = \left(\frac{9}{8} \cdot \frac{\Omega_2}{\Omega_0} \right)^{1/2}.$$
(11)

Численные исследования

Для проведения сравнительного анализа различных методов описания конденсации необходимо получить «эталонное» решение, точность которого соответствовала бы точности исходных уравнений [17]. Для этого в общем случае необходимо совместно решить нестационарное уравнение Зельдовича (1), интегральное соотношение типа (8) с учетом температурного уравнения и уравнения роста капель Кнудсена–Ленгмюра [17]

$$g = D(g) \left\{ 1 - \frac{P_g(T')}{P} \sqrt{\frac{T}{T'}} \right\},\$$

где $D(g) = \beta g = \alpha_k \cdot 4\pi r_k^2 \beta$; $P_g(T')$ – давление насыщения над поверхностью капли при температуре T'.

При численной реализации этой задачи вместо уравнения (1) рассматривается его дискретный аналог [13]

$$\frac{\partial f_g}{\partial t} = j_g - j_{g+1}, \qquad j_g = D_{g-1} N_{g-1} \left(\frac{f_{g-1}}{N_{g-1}} - \frac{f_g}{N_g} \right). \tag{12}$$

Система (12) описывает изменение кинетической функции распределения с учетом только процессов конденсации и испарения одной молекулы. При непосредственной замене первых разностей первыми производными из (12) следует система уравнений (1).

Граничные условия имеют вид $f(g_1) = N(g_1)$, $f(g_0) = 0$, где постоянные g_1 , g_0 выбирались так, чтобы для всего рассматриваемого временного интервала выполнялось условие $g_1 + \Delta < g_* < g_0 - \Delta$.

В интегральном соотношении (8) скорость зарождения *I* определялась как поток при $g = g_0$ и аппроксимировалась ступенчатой функцией. Временной шаг подбирался таким образом, чтобы общее число групп капель к моменту прекращения их зарождения оказывалось порядка 10^2-10^3 . Это обеспечивало достаточную точность результатов. В общем случае интервал времени не связан с малым шагом $\Delta \tau$, требуемым для решения системы конечно-разностных уравнений (12), который выби-

рался из условия $\frac{\Delta \tau}{\tau_{\text{peл},min}} \leq 0,005\Delta$.

Для проведения сравнительного анализа рассмотрен наиболее простой случай изотермического зарождения при однородном расширении с постоянной скоростью *Q*

$$V = V_0(1 + Qt)$$

благодаря чему уравнение для скорости охлаждения имеет вид

$$\chi = (k-1) \cdot Q \frac{V_0}{V} - \frac{q}{T} \cdot \frac{1}{N_1 C_v + N' C'_{\mathsf{M}}} \cdot \frac{dN'}{dt}.$$

Легко убедиться, что величина Q соответствует часто используемому в литературе параметру $d_{(n-1)}$

$$\dot{P} = -\frac{d}{dt} (\ln P)$$

Контроль правильности численного решения проводился путем проверки его нечувствительности к:

- точке совпадения кинетической и равновесной функций распределения (параметр g₁);
- начальному размеру зародыша g₀;
- моменту начала зарождения t₀;
- интервалу времени при аппроксимации интеграла (8);
- к уменьшению вдвое временного шага при решении системы (12).

Дополнительный контроль состоял также в установлении стационарной скорости зарождения $I_{\rm CT}$ при остановке расширения и проверке незначительности влияния на окончательные результаты учета поглощения пара малыми зародышами $g < g_0$.

При сравнительном описании процесса конденсации с помощью предложенного метода решение конечноразностных уравнений (12) и интегрального соотношения (8) заменялось решением системы уравнений (10) для этапа зарождения и (11) для этапа переконденсации. Стыковка указанных систем осуществлялась по условию снижения скорости зарождения до заданной величины, соответствующей числу капель, уже не оказывающих заметного влияния на ход процесса.

Стационарное описание было проведено на основе двух моделей, известных в литературе [17]. В первом случае рассматривалась система уравнений для моментов функции распределения, полученная в предположении о независимости скорости роста капли от ее радиуса; во втором – начальный размер образующихся зародышей предполагался равным критическому, а рост задавался уравнением

$$\dot{r}_{k} = \alpha_{k} \beta V_{\rm M}' \left\{ 1 - \exp\left[\ln S \left(\frac{r_{*}}{r_{k}} - 1 \right) \right] \right\}.$$

Дальнейшее описание процесса соответствовало рассмотренной выше схеме численного эксперимента, однако в интегральном уравнении скорость зарождения I заменялась стационарным значением $I_{\rm CT}$. Этот метод был назван «стационарным интегральным», в отличие от «не-





стационарного интегрального», соответствующего численному эксперименту [17].

На базе представленной методики был разработан алгоритм, а в среде программирования Fortran G 95 для работы под операционной системой *MS Windows* – программные средства для ПК.

На рис. 1 представлены результаты описания начального этапа процесса конденсации в виде зависимости от времени величины $I_{\rm CT}$, вычисленной в соответствии с параметрами процесса, полученными при расчетах по различным методам (использование $I_{\rm CT}$ связано лишь с наглядностью сравнения различных методов описания процесса конденсации).

На рис. 1 кривая 1 соответствует численному эксперименту, 2 – предлагаемому методу, 3 – стационарному расчету по методу моментных уравнений, а 4 – «стационарному интегральному» методу.

Как видно из рис. 1, результаты расчета по предлагаемому методу практически не отличаются от «точных» в широком диапазоне скоростей расширения. Кривые 3 на рис. 1 соответствуют расчету для стационарного состояния по системе уравнений моментов [16]. Пренебрежение «тормозящим» влиянием критического размера и отличием реальной величины скорости зарождения от стационарного значения $I_{\rm CT}$ приводит к завышенной скорости конденсации и, как следствие, к преждевременному снижению пересыщения. Отличие уменьшается лишь при достаточно медленных расширениях (рис. 1, а), когда значения *n* малы, а характерный радиус зародышей, оказывающих наибольшее влияние на конденсацию, существенно превышает критический.

На рис. 2 представлены результаты сравнения численного эксперимента с расчетами по предлагаемому методу для этапов зарождения и переконденсации в виде зависимостей температуры и моментов функции распределения от времени, моменты определены в расчете на молекулу двухфазной смеси. Параметры, приводящие моменты к безразмерному виду, имеют следующие значения: $a_0 = 3,3 \cdot 10^{-7}, a_1 = 3,2 \cdot 10^{-15}$ м, $a_2 = 3,3 \cdot 10^{-23}$ м², $a_3 = 3,2 \cdot 10^{-31}$ м³ (рис 2, а), $a_0 = 3,3 \cdot 10^{-5}, a_1 = 5 \cdot 10^{-14}$ м, $a_2 = 1 \cdot 10^{-22}$ м², $a_3 = 3,6 \cdot 10^{-31}$ м³ (рис 2, 6).

Из сравнения следует, что предложенный метод позволяет весьма точно определять газодинамические параметры T и Ω_3 . Точность определения остальных моментов несколько ниже, однако во много раз превышает достигаемую в экспериментах.

На рис. 2 сплошная линия – численный эксперимент; +, 0, ●, ●, ● – расчет по предложенному методу.

Результаты описания процесса конденсации при расширении с периодической во времени скоростью представлены на рис. 3. Скорость расширения задавалась выражением

$$T, K$$

$$(x) = 10^{-1} C^{-1} C^{-1}$$

$$Q = Q'(1 + A\sin\{\omega(t - t_0)\}).$$

ISSN 0131–2928. Пробл. машиностроения, 2015, Т. 18, № 4/2

Коэффициенты a_v на рис. 3 имеют следующие значения: $a_0 = 3,3 \cdot 10^{-5}, a_1 = 5 \cdot 10^{-14}$ м, $a_3 = 4,7 \cdot 10^{-31}$ м³.

Как видно, предлагаемый метод хорошо «следит» за изменениями параметров течения, что и определяет его перспективы при использовании для расчетов процесса конденсации в условиях нестационарных течений.

На рис. 3 сплошные линии – численный эксперимент; точки – расчет по предлагаемому методу.

Для оценки возможностей метода были также выполнены расчеты процесса конденсации в прямых соплах и проведено сравнение с результатами физического эксперимента. В качестве примера на рис. 4 показано сравнение расчета с опытами [18] (сплошные линии на рис. 4 – результаты эксперимента, точки – расчет по предлагаемому методу). Расчеты проведены по универсальной системе уравнений (10), (11). Совпадение результатов можно считать удовлетворительным. Рис. 4 подтверждает еще один полученный вывод о слабом влиянии α_k (при условии $\alpha_k >> 0,01$, т. е. в существенно неизотермической ситуации) на процесс конденсации – результаты расчетов для $\alpha_k = 1$ и $\alpha_k = 0,15$ практически не отличаются.

Выводы

1. Получено аналитическое решение для скорости образования зародышевых капель, справедливое практи-



безразмерных моментов от времени для этапа переконденсации при периодической скорости расширения $Q = Q'(1 + Asin\{\omega(t - t_0)\})$

чески при произвольном уровне нестационарности; при слабой нестационарности из него следует известное выражение Зельдовича–Френкеля.

Полученное решение справедливо как при сильном теплообмене зародыша с паром (изометрическая нуклеация), так и при слабом (существенно неизотермическая нуклеация). Скорость неизотермического зарождения не зависит от коэффициента конденсации, что имеет важное значение для однозначной интерпретации результатов экспериментов.

2. Разработанный численно-аналитический метод описания процесса конденсации, основанный на последовательном рассмотрении нестационарности зарождения, является практически точным (в рамках основных предположений классической теории зарождения) как на этапе зарождения, так и на этапе переконденсации.

Предложенная универсальная система уравнений позволяет производить расчеты установив-

шихся и нестационарных течений с конденсацией при произвольных значениях коэффициента конденсации.

3. Простота метода позволяет значительно ускорить расчеты по сравнению с численным экспериментом (время счета сокращается более чем на порядок). Это обстоятельство определяет широкие возможности метода для использования его в задачах синтеза оптимальной



ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ

проточной части влажнопаровой турбины либо в прямых исследовательских задачах, где конденсация является лишь частью сложных газодинамических процессов.

Литература

- Baumann, K. Some recent developments in large steam turbine practice / K. Baumann // J. Inst. Elect. Engrs. 1921. – Vol. 59. – P. 565–623.
- 2. Garmathy, G. Grundlagen einer Theorie der Naßdampfturbine / G. Garmathy. Zürich, 1962. 196 s.
- 3. *Кириллов, И. И.* Основы теории влажнопаровых турбин / И. И. Кириллов, Р. М. Яблоник. Л.: Машиностроение, 1968. – 264 с.
- 4. Дейч, М. Е. Газодинамика двухфазных сред / М. Е. Дейч, Г. А. Филиппов. М.: Энергия, 1968. 424 с.
- 5. *Numerical* Simulation of Water Droplets Deposition on the Last-Stage Stationary Blade of Steam Turbine / Danmei Xie, Xinggang Yu, Wangfan Li and etc. // Energy and Power Eng. 2010. № 2. P. 248–253.
- 6. *Mathematical* Modelling, Dynamic and Mass-Transfer Calculation of Gas-Drop Mixture in the Mass-Transfer Apparatus Multistage Channels / B. Ismailov, K. Ismailov, A. Urmatova, T. Koyshieva // Appl. Math. Sci. 2014. Vol. 18, № 92. P. 4561–4570.
- 7. Шубенко, А. Л. Каплеударная эрозия лопаточных аппаратов паровых турбин. Прогнозирование и методы защиты / А. Л. Шубенко, А. Э. Ковальский // Вестн. НТУ «ХПИ». Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование. – 2012. – № 7. – С. 76–87.
- 8. Шубенко, А. Л. Дискретный подход к описанию крупнодисперсной вдаги при определении механических потерь в последней ступени ЦНД влажнопаровых турбин / А. Л. Шубенко, И. С. Стрельников // Вісн. НТУ «ХПІ». Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. 2014. № 3. С. 21–28.
- Влияние крупнодисперсной влаги на рабочие процессы влажнопаровых ступеней турбин / А. Л. Шубенко, В. Н. Голощапов, И. С. Стрельников, И. В. Решитько // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. – 2014. – № 11 (130). – С. 28–39.
- 10. Русанов, А. В. Математическое моделирование нестационарных газодинамических процессов в проточных частях турбомашин / А. В. Русанов, С. В. Ершов. Харьков.: ИПМаш НАН Украины, 2008. 275 с.
- 11. *Тарелин, А. А.* Паровые турбины: электрофизические явления и неравновесные процессы / А. А. Тарелин, В. П. Скляров. СПб: Энерготех, 2012. 292 с.
- 12. Зельдович, Я. Б. К теории образования новой фазы. Кавитация / Я. Б. Зельдович // Журн. эксперимент. и теорет. физики. – 1942. – Т. 12, № 11–12. – С. 525–534.
- 13. Френкель, Я. И. Кинетическая теория жидкостей / Я. И. Френкель. Л.: Наука, 1975. 598 с.
- 14. Шубенко, А. Л. Нестационарное неизотермическое зарождение жидкой среды при конденсации / А. Л. Шубенко, В. А. Шнейдман // Докл. АН УССР. Физ.-мат. и техн. науки. 1988. № 1. С. 69–72.
- 15. Шубенко, А. Л. Моделирование процесса зарождения новой фазы при расширении переохлажденного пара в проточной части турбомашин / А. Л. Шубенко // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1990. Т. 36, № 6. С. 90–97.
- 16. *Салтанов, Г. А.* Неравновесные и нестационарные процессы в газодинамике однофазных и двухфазных сред / Г. А. Салтанов. М.: Наука, 1979. 286 с.
- 17. Шубенко, А. Л. Математическое моделирование процессов течения влажного пара и оценка их воздействия на характеристики проточных частей турбин: Дис. ... д-ра техн. наук / Шубенко Александр Леонидович. Харьков, 1994. 265 с.
- 18. *Barschdorff, D.* Flow and Drop Size Investigations of Wet Steam and Sub- and Supersonic Velocity with the Theory of Homogeneous Condensation / D. Barschdorff, G. Hausmann, A. Ludwig // Proc. 3-rd. Sci. Conf. Steam Turbines of Great output. Gdansk, 1974. № 70–72. P. 241–257.

Поступила в редакцию 10.11.15