

УДК 539.3

С. Б. Кулишов, канд. техн. наук**А. В. Куприевич****А. А. Вакунов**

ГП НПКГ «Зоря»—«Машпроект»

(г. Николаев, e-mail: spe@mashproekt.nikolaev.ua)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ЗАДАЧ В ANSYS MECHANICAL

Представлены результаты расчетных исследований контактных напряжений при линейном и точечном взаимодействии двух тел. Показано изменение контактных напряжений при скрещивании осей контактирующих тел на 1° и 2° . Выполнен сравнительный анализ полученных результатов в ANSYS Mechanical с теоретическими расчетами, основанными на теории Г. Герца.

Подано результати розрахункових досліджень контактних напружень при лінійній і точковій взаємодії двох тіл. Показано зміну контактних напружень при схрещенні осей тіл, що контактують, на 1° і 2° . Виконано порівняльний аналіз отриманих результатів у ANSYS Mechanical з теоретичними розрахунками, що ґрунтуються на теорії Г. Герца.

Введение

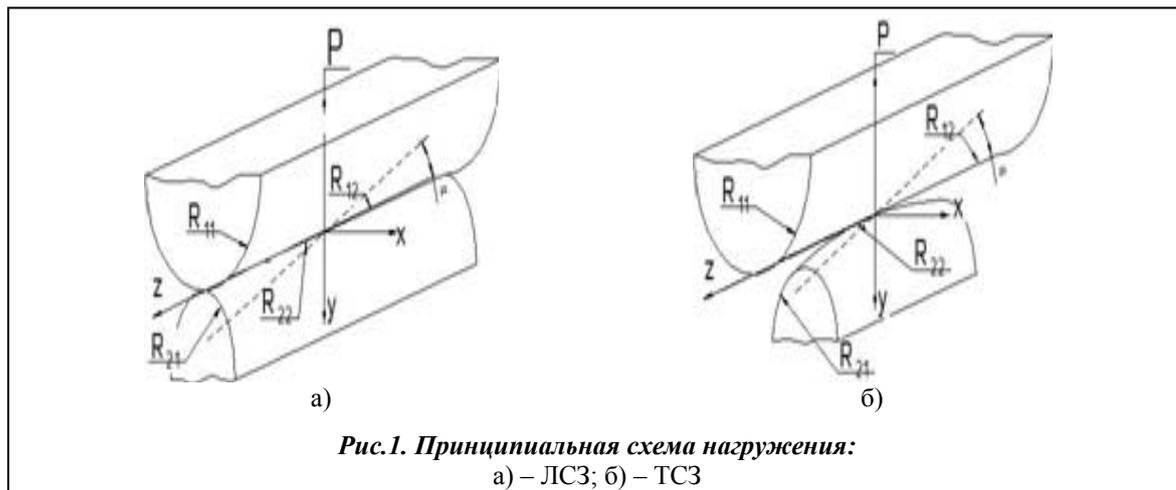
Увеличение нагрузки и скоростей вращения в зубчатых зацеплениях привели к пониманию необходимости разработки методов повышения нагрузочной способности, и соответственно, ресурса зубчатых передач. Использование методов модификации (продольной и профильной) цилиндрических зубчатых колес позволяет обеспечить отрыв пятна контакта со стороны торца зубчатого венца, что в свою очередь приводит к повышению плавности хода и снижению уровня шума [1].

При расчете статической нагруженности зубчатых передач, подшипников качения и других необходимых инженерам расчетов обычно используют формулы для определения контактных напряжений при точечном и линейном взаимодействии тел. Методы расчета контактных напряжений основаны на известной классической теории контактной прочности, разработанной Г. Герцем еще в конце XIX века. Теория основана на определении напряжений и деформаций, возникающих при точечном и линейном взаимодействии упругих тел.

Исследования по определению контактных напряжений в зубчатых передачах проводилось на примере модифицированной шестерни (начальный точечный контакт (НТК)) Z_1 и сравнении ее со штатной шестерней (начальный линейный контакт (НЛК)) Z_1 опытного редуктора двигателя UGT5000. Данные исследования выполнялись методом конечных элементов (МКЭ) с помощью программного комплекса (ПК) ANSYS, а полученные результаты сравнивались с результатами теоретического исследования, основанного на классической теории Г. Герца. Аналогичные расчеты МКЭ уже выполнялись разными авторами, например [2].

Основная часть

В ANSYS Mechanical создано две объемные модели с линейным и точечным взаимодействием упругих тел, имитирующие зубчатое зацепление модифицированной и штатной шестерни Z_1 опытного редуктора (рис. 1). НЛК представляет собой два цилиндра с радиусами $R_{11} = 86,875$ мм и $R_{21} = 22,575$ мм, соприкасающихся по образующей длиной $l = 135$ мм.



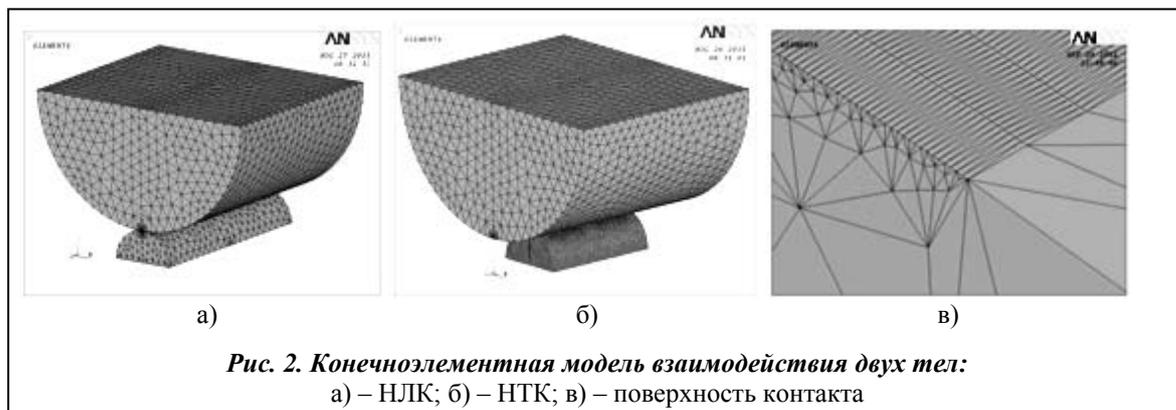
НТК представляет собой цилиндр $R_{11}=86,875$ мм и $l=135$ мм соприкасающийся с бочкообразным роликом $l=77$ мм, $R_{21}=22,575$ мм и $R_{22}=74800$ мм. В предполагаемой зоне контакта были созданы объемные сегменты. В пределах этих сегментов определялось напряженное состояние контактирующих тел. Для удобного отображения результатов расчета и задания оптимальных граничных условий модели разбили на шестнадцать объемов. Модель разбивалась конечными элементами типа Solid45, имеющими три степени свободы в каждом узле (рис. 2). Упругие свойства материала (модуль Юнга и коэффициент Пуассона) модели соответствовали материалу шестерен – 40ХН2МА без учета особенности химико-термического упрочнения поверхности.

Расчет был выполнен с приложением нагрузок 10, 20, 30 кН, а так же при изменении углов скрещивания осей контактирующих тел: 0, 1 и 2°. Результаты расчетов в виде максимальных напряжений в зоне контакта и площади контакта представлены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, максимальные контактные напряжения увеличиваются с ростом нагрузки и угла скрещивания осей контактирующих тел. Максимальные значения контактных напряжений получены при $P=30$ кН и $\alpha=2^\circ$ и составили: НЛК – $\sigma_{\max}=966$ МПа, НТК – $\sigma_{\max}=1208$ МПа. Сравнительный анализ величин площадок контакта при линейном и точечном контактах с одинаковыми граничными условиями показал, что площадь контакта при НЛК примерно на 60% больше, чем при НТК. Однако эта разница уменьшается по мере увеличения угла скрещивания осей до 20%.

По результатам, представленным в табл. 1, построены графики $\sigma_{\max}=f(P, \alpha)$ изменения максимальных контактных напряжений от прикладываемой нагрузки P при различных углах скрещивания осей α (см. рис. 3). Анализируя данный график, можно отметить, что при указанных условиях нагружения и геометрии контактирующих тел:

- в НТК поверхностные контактные напряжения (ПКН) примерно в 2 раза больше, чем в НЛК;



- в НЛК с изменением угла скрещивания осей от 0 до 2° максимальные ПКН увеличиваются примерно на 70%;
- при НТК с изменением угла скрещивания осей от 0 до 2° максимальные ПКН увеличиваются примерно на 14%.

Таблица 1. Результаты расчета контактных напряжений при различных углах скрещивания осей, выполненные в ANSYS Mechanical

Параметры	Линейный контакт			Точечный контакт		
	Нагрузка P, кН					
	10	20	30	10	20	30
	Угол скрещивания осей $\alpha = 0^\circ$					
Максимальные контактные напряжения σ_v , Н/мм ²	324,6	528	620	682	913	1060
Площадь контакта F_n , мм ²	43,33	56,31	68,05	25,86	40,39	44,89
	Угол скрещивания осей $\alpha = 1^\circ$					
Максимальные контактные напряжения σ_v , Н/мм ²	453	607	740	718	987	1151
Площадь контакта F_n , мм ²	38,83	58,26	68,07	24,72	39,47	44,04
	Угол скрещивания осей $\alpha = 2^\circ$					
Максимальные контактные напряжения σ_v , Н/мм ²	619	841	966	788	1031	1208
Площадь контакта F_n , мм ²	28,84	44,29	54,58	22,6	32,95	41,1

Таким образом, можно сделать вывод, что при одинаковых начальных условиях (P и α) величина ПКН в НЛК существенно ниже, чем в НТК. Распространяя этот вывод на зубчатое зацепление, понятно, что система с линейным зацеплением зубьев будет иметь большую долговечность или нагрузочную способность, чем точечная. Однако использование зубчатых передач с НТК актуально при больших перекосах осей средненагруженных зубчатых колес, возникающих при монтаже или под действием эксплуатационных нагрузок.

Дальнейший анализ результатов, полученных с использованием ПК ANSYS и теоретических исследований, выполненных по зависимостям из справочной литературы [3, 4], был проведен на примере НТК. Модель, созданная в ANSYS Mechanical с точечным контактом, отражает случай контакта двух криволинейных тел, в результате которого при соприкосновении тел под нагрузкой формируется эллиптическая площадь контакта, в которой a и b –

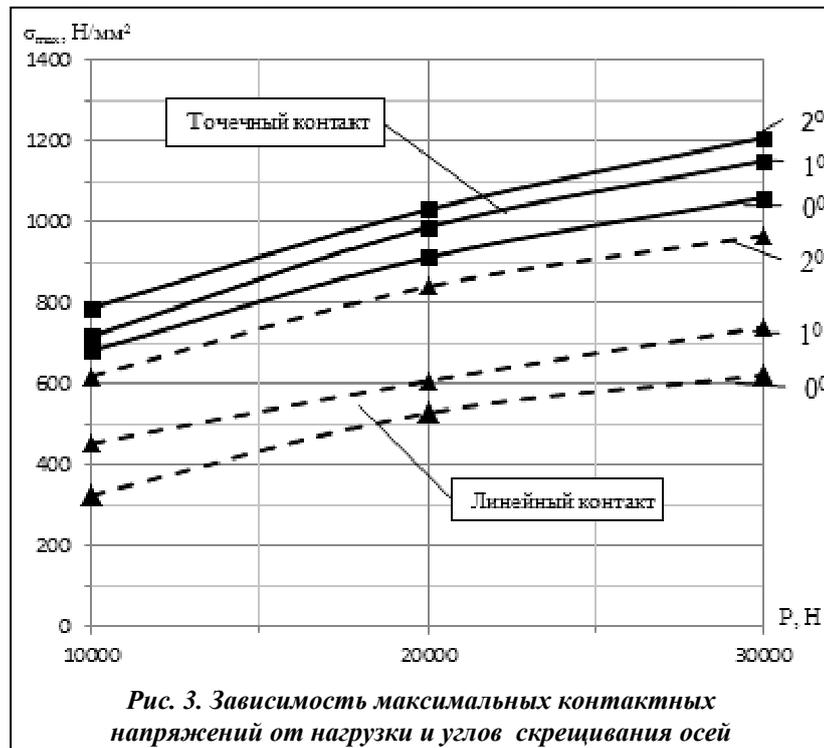


Рис. 3. Зависимость максимальных контактных напряжений от нагрузки и углов скрещивания осей

большая и меньшая полуоси эллипса [1]. В теоретическом расчете рассматриваются случаи контактного взаимодействия бесконечно длинных тел, поэтому при определении ПКН необходимо использовать конечную длину математической модели. Как видно из табл. 2, при скрещивании осей ($\alpha = 1^\circ$) наблюдается резкое уменьшение контактных напряжений по сравнению с результатами при $\alpha = 0^\circ$.

Таблица 2. Сравнение результатов расчета ПК ANSYS и теоретических исследований по теории Г. Герца на примере НТК

Угол скрещивания осей $\alpha, ^\circ$	$\sigma_{\max}, \text{Н/мм}^2$		Относительная разница ANSYS/Теория
	Теория	ANSYS	
Нагрузка $P = 10 \text{ кН}$			
$(0,25)^* 0$	566	687	1,21
1	683	718	1,05
2	841	787	0,94
Нагрузка $P = 20 \text{ кН}$			
$(0,25)^* 0$	912	913	1,0
1	862	987	1,14
2	1086	1031	0,95
Нагрузка $P = 30 \text{ кН}$			
$(0,25)^* 0$	1196	1060	0,88
1	986	1151	1,16
2	1245	1208	0,97

* – значение угла для теоретического расчета

Такое изменение контактных напряжений связано с коэффициентами m и n , определяющими размеры площадки контакта (1) – (4) [1]

$$a = m \cdot \sqrt[3]{\frac{3\beta_0 \rho}{2k}}, \quad (1)$$

где

$$m = \sqrt[3]{\frac{2E(k)}{\pi(1-k^2)}}, \quad (2)$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt[3]{1-k^2 \sin^2 a} da, \quad k = \sqrt[3]{1-k_0^2}, \quad k_0 = \sin \alpha, \quad b = n \cdot \sqrt[3]{\frac{3\beta_0 \rho}{2k}}, \quad (3)$$

где

$$n = m \cdot \sqrt{1-k^2}, \quad (4)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{3\rho}{2\pi ab}, \quad (5)$$

$E(k)$ – полный эллиптический интеграл второго рода; k – модуль эллиптического интеграла; k_0 – дополнительный модуль эллиптического интеграла.

В случае параллельных осей контактирующих тел ($\alpha = 0^\circ$) согласно (2) и (4) величина m стремится к бесконечности, величина n – к нулю, что не позволяет определить абсолютные значения данных коэффициентов. В связи с этим для получения значений коэффициентов m и n был принят малый угол скрещивания осей $\alpha = 0,25^\circ$, что дало возможность конечные значения $E(k)$ и k и соответственно определить: $m = 37,4$; $n = 0,163$. Сравнение полученных теоретических значений с результатами расчета в ПК ANSYS представлено в табл. 2.

На рис. 4 показан характер распределения напряжений в НТК, из которого видно:

- с увеличением угла скрещивания осей эллиптическая площадь контакта уменьшается;
- наименьшие ПКН будут при $\alpha = 0^\circ$, поскольку чем больше деформации контактирующих тел, тем больше у них площадь контакта и соответственно контактные напряжения будут наименьшие (см. (5)).

Выводы

При одинаковых условиях отличие результатов расчета ПКН, полученных с использованием ПК ANSYS, и на базе теоретических зависимостей, основанных на классической теории Герца, составляет ~10%. Это позволяет рекомендовать применять методы конечноэлементного анализа для оценки контактных напряжений в зубчатых передачах, имеющих продольно-профильную модификацию, учитывать возникающие перекосы в зацеплении, тем самым более точно определять нагрузочную способность зацепления.

Изложенный метод расчета контактных напряжений с НЛК и НТК зубьев с использованием ПК ANSYS показал, что зубчатые колеса с НЛК имеют большую нагрузочную способность, чем зубчатые колеса с НТК. Использование зубчатых колес с НТК возможно при умеренных статических нагрузках. Преимущество НТК состоит в том, что данная система зацепления менее чувствительна к перекосам осей, возникающих при монтаже и эксплуатационных деформациях, что важно учитывать при проектировании зубчатых колес редукторов, например, морского применения.

Литература

1. Часовников Л. Д. Передачи зацеплением (зубчатые и червячные) / Л. Д. Часовников. – М.: Машиностроение, 1969. – 140 с.
2. Исследование контактных задач на примере зубчатого зацепления. [Электронный ресурс]: / Блог каф. ТММиСАПР НТУ «ХПИ». – Режим доступа: http://studblog.tmm-sapr.org/2012/02/blog-post_19.html#more. – Последнее обращение: 14.09.2012. – Загл. с экрана.
3. Демидов С. П. Теория упругости / С. П. Демидов. – М.: Высш. шк., 1979. – С. 347–364.
4. Биргер И. А. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник: В 3-х т. / И. А. Биргер, Я. Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1988. – Т. 2. – С. 381–394.

Поступила в редакцию
29.09.12

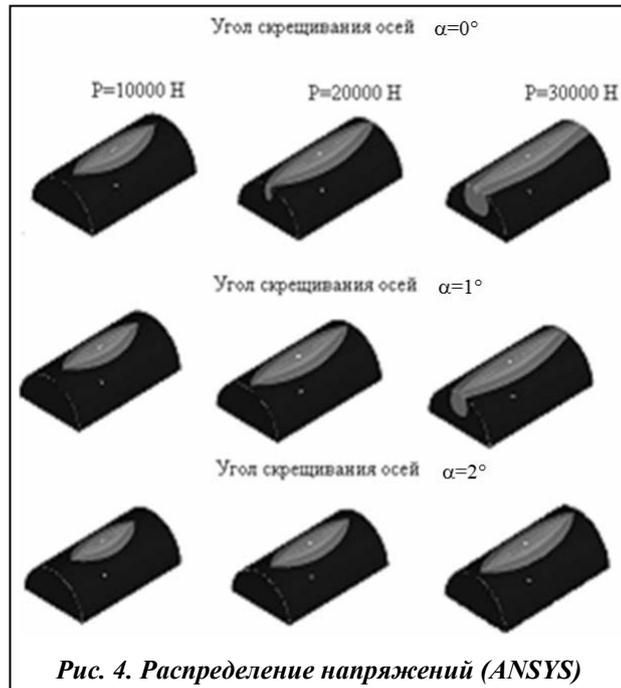


Рис. 4. Распределение напряжений (ANSYS)