

УДК 519.63:532.5

**А. Я. Бомба**<sup>\*</sup>, д-р. техн. наук**А. П. Сафоник**<sup>\*\*</sup>, канд. техн. наук

<sup>\*</sup> Рівненський державний гуманітарний університет  
(e-mail: abomba@ukr.net)

<sup>\*\*</sup> Національний університет водного господарства та природокористування  
(м. Рівне, e-mail: safonik@ukr.net)

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ МАГНІТНОГО ОЧИЩЕННЯ РІДИН ВІД БАГАТОКОМПОНЕНТНОГО ЗАБРУДНЕННЯ

*Розглядаються й вирішуються питання врахування зворотного впливу визначальних факторів (концентрація забруднення рідини й осаду) на характеристики середовища (коefficientи пористості, фільтрації) при моделюванні процесів очищення рідин від багатоконпонентних забруднень магнітними фільтрами. Побудовано алгоритм числово-асимптотичного наближення розв'язку відповідних класів малонелінійних просторових модельних задач для систем диференціальних рівнянь типу «конвекція-масообмін». На цій основі проведено комп'ютерний експеримент.*

*Рассматриваются и решаются вопросы учета обратного влияния определяющих факторов (концентрация загрязнения жидкости и осадка) на характеристики среды (коefficientы пористости, фильтрации) при моделировании процессов очистки жидкости от многокомпонентных загрязнений магнитными фильтрами. Построен алгоритм численно-асимптотического приближения решения соответствующих классов малонелинейных пространственных модельных задач для систем дифференциальных уравнений типа «конвекция-массообмен». На этой основе проведен компьютерный эксперимент.*

Стрімкий науково-технічний прогрес, високі темпи розвитку промисловості, впровадження сучасних технологічних процесів вимагають суттєвого покращання якості водних систем, які є основою або складовою більшої частини технологічних виробничих процесів в різних галузях промисловості. Одним з головних показників якості водних систем є ступінь їх чистоти по відношенню до різного роду домішок. Причиною наявності домішок є, наприклад, неперервна і прогресуюча в часі корозія, зношення технологічного та комунікаційного обладнання, наявність застарілих технологій виробництва, які обумовлюють появу забруднюючих домішок (основна маса яких складається з залізовмісних сполук) [1, 2]. В тому випадку, коли вимоги до якості водних середовищ високі, залізовмісні домішки суттєво, а інколи визначально впливають на якість і сортність водних середовищ або на продукцію, виготовлену з рідких середовищ. При цьому порушуються технологічні процеси, зменшується потенціальний рівень виробництва, зменшується надійність та довговічність роботи обладнання [1, 2]. На теплових і атомних електростанціях залізовмісні домішки погіршують якість конденсату та відповідно живильної води котельних агрегатів. Досліджено, що навіть при концентрації залізовмісних домішок (0,02–0,2) мг/л на парогенеруючих поверхнях труб котлів та в проточній частині турбін утворюються так звані «залізисті відкладення» [1, 2]. Ці відкладення збільшують термічний та гідравлічний опір, погіршують теплопередачу, призводять до перевитрат палива і теплової енергії, перепалів та розривів труб, зменшення потужності турбіни, збільшення часу простою обладнання в ремонті і скорочення вироблення електроенергії. Відкладення на парогенеруючих трубах в кількості всього 200–300 г/м<sup>2</sup> (це відповідає товщині відкладень не більше 0,3–0,5 мм) обумовлює додатковий перегрів труб на 50–120 °С, а відкладення біля 1 кг на лопатках циліндра високого тиску турбін блоків потужністю 300 мВт викликає зменшення потужності на 5–10 мВт, що еквіва-

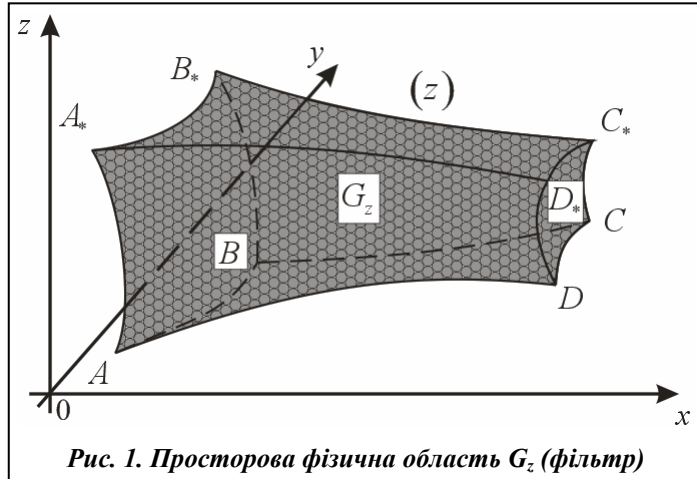


Рис. 1. Просторова фізична область  $G_z$  (фільтр)

лентно недовиробленню 35–70 млн кВт·год/рік електроенергії [1–3]. Якщо ж конденсати з високою концентрацією залізовмісних домішок (особливо в пускові режими) скидати у водойми, то це призводить до забруднення водного басейна, навколишнього середовища та додаткових втрат тепла. В оборотних (стічних) водах металургійних виробництв концентрація диспергованої окалини сягає 100 мг/л і більше, при нормі 10 мг/л. Така висока концентрація окалини

призводить до швидкого зносу технологічного обладнання, позапланового виведення в ремонт і погіршення якості металопродукції, що випускається.

Проведений в [3–14] аналіз результатів досліджень свідчить про наявність складної структури взаємозалежностей різних факторів, що визначають процеси фільтрації та фільтрування через пористі середовища, які не враховувались у «традиційних» (класичних, феноменологічних) моделях таких систем. Врахування ж різних взаємовпливів, а також різних додаткових факторів, що вносяться до «вихідної» (базової) моделі з метою більш глибокого вивчення процесу, часто приводить дослідників до необхідності побудови громіздких і малоефективних (з точки зору чисельної реалізації і практичного використання) математичних моделей. Проте у багатьох практично важливих випадках при дослідженні таких процесів можна підходити з точки зору моделювання різного роду збурень відомих (ідеалізовані, усереднені, базові) фонів.

Відповідно до розглянутих вище проблем, у роботі розглядаються та вирішуються питання врахування зворотного впливу характеристик процесу (концентрації забруднення рідини та осаду) на характеристики середовища (коефіцієнти пористості, фільтрації, масообміну тощо) при моделюванні процесів очищення рідин від багатоконпонентних забруднень магнітними фільтрами.

### Загальна постановка задачі

Розглянемо криволінійний паралелепіпед (фільтр)  $G_z = ABCDA^*B^*C^*D^*$ , обмежений гладкими, ортогональними між собою в кутових точках і ребрах, еквіпотенціальними поверхнями  $ABB^*A^* = \{z : f_1(x, y, z) = 0\}$ ,  $CDD^*C^* = \{z : f_2(x, y, z) = 0\}$ , а також поверхнями течії  $ADD^*A^* = \{z : f_3(x, y, z) = 0\}$ ,  $BCC^*B^* = \{z : f_4(x, y, z) = 0\}$ ,  $ABCD = \{z : f_5(x, y, z) = 0\}$ ,  $A^*B^*C^*D^* = \{z : f_6(x, y, z) = 0\}$  (рис. 1). Припускаємо [11], що частинки забруднення домішок речовини можуть переходити з одного стану в інший (процеси захоплення-відриву, сорбції-десорбції), при цьому концентрації забруднення впливають на характеристики відповідного середовища (пористість, коефіцієнт фільтрації тощо). Концентрація забруднення є багатоконпонентною  $(C = C(x, y, z, t) = (C_1, \dots, C_m) = (C_1(x, y, z, t), \dots, C_m(x, y, z, t)))$ , де  $C_i$  – концентрація  $i$ -ї компоненти домішки ( $i = 1, \dots, m$ ) у рідкому фільтруючому середовищі. Відповідний процес фільтрування з урахуванням зворотного впливу визначальних факторів (концентрації забруднення рідини й осідання) на характеристики середовища (коефіцієнти пористості, фільтрації по аналогії з [10–12]) для області  $G = G_z \times (0, \infty)$  опишемо такою модельною задачею

$$\begin{cases} \frac{\partial(\sigma(P)C_i)}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla C_i + \beta_i C_i + \varepsilon \sum_{\substack{l,g=1 \\ l \neq g}}^m k_{l,g} C_l C_g = \varepsilon \alpha_i P, & i = 1, \dots, m, \\ \frac{\partial P}{\partial t} = \sum_{u=1}^m \beta_u C_u - \varepsilon \sum_{q=1}^m \alpha_q P, \end{cases} \quad (1)$$

$$C_i|_{ABB_*A_*} = C_i^*(M, t), \quad C_i(x, y, z, 0) = C_{i,0}^0(x, y, z), \quad P(x, y, z, 0) = P_0^0(x, y, z); \quad (2)$$

$$\bar{v} = \kappa(P)\nabla\bar{\varphi}, \quad \nabla \cdot \bar{v} = 0, \quad (3)$$

$$\bar{\varphi}|_{ABB_*A_*} = \bar{\varphi}_*, \quad \bar{\varphi}|_{CDD_*C_*} = \bar{\varphi}^* \sqrt{b^2 - 4ac}, \quad (4)$$

де  $P(x, y, z, t)$  – концентрація осаду у внутрішній точці  $(x, y, z)$  області завантаження в момент часу  $t$ ;  $\beta_i, \alpha_i$  – коефіцієнти, що характеризують масові об’єми осадження домішок та відірваних від гранул завантаження частинок за одиницю часу,  $\sigma(P)$  – пористість середовища ( $\sigma(P) = \sigma_0 - \varepsilon\sigma_*P(x, y, z, t)$ );  $\nabla$  – оператор Гамільтона;  $\sigma_*, \varepsilon$  – тверді параметри (характеризують відповідний м’який параметр  $\sigma(P)$ ), що знаходяться експериментальним способом,  $\varepsilon$  – малий параметр (він характеризує переваги одних складників процесу над іншими, а саме, десорбційні складники та явища міжкомпонентної взаємодії цього процесу є малими порівняно з іншими його складниками);  $C_i^*(M, t), C_{i,0}^0(x, y, z)$  – достатньо гладкі функції, узгоджені між собою на ребрах області  $G$ ;  $M$  – довільна точка відповідної поверхні;  $\bar{\varphi}$  – фільтраційний потенціал ( $0 < \bar{\varphi}_* \leq \bar{\varphi} \leq \bar{\varphi}^* < \infty$ );  $\bar{v} = (v_x, v_y, v_z)$  – вектор швидкості фільтрації ( $|\bar{v}| \gg v_* \gg \varepsilon$ );  $\kappa = K(P)$  – коефіцієнт фільтрації відповідного пористого середовища ( $K(P)$  – задана, достатньо гладка функція);  $\bar{n}$  – зовнішня нормаль до відповідної поверхні.

Прийmemo, що задача (3), (4) на просторове конформне відображення  $G_w \mapsto G_z$  ( $G_w = \{w = (\varphi, \psi, \eta) : \bar{\varphi}_* < \varphi < \bar{\varphi}^*, 0 < \psi < Q_*, 0 < \eta < Q_*\}$  – відповідна  $G_z$  область комплексного потенціалу) при деякому усередненому значенні  $\kappa$  є розв’язаною [1, 7], зокрема, побудовано динамічну сітку та поле швидкості  $\bar{v}$ , обчислено фільтраційну витрату  $Q = Q_*Q^*$ . Тоді, здійснивши заміну змінних  $x = x(\varphi, \psi, \eta), z = z(\varphi, \psi, \eta)$ , у системі (1) та умовах (2), приходимо до відповідної задачі для області  $G_w \times (0, \infty)$

$$\begin{cases} \frac{\partial(\sigma(P)c_i)}{\partial t} + v^2 \frac{\partial c_i}{\partial \varphi} + \beta_i c_i + \varepsilon \sum_{\substack{l,g=1 \\ l \neq g}}^m k_{l,g} c_l c_g = \varepsilon \alpha_i \rho, & i = 1, \dots, m, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = \sum_{u=1}^m \beta_u c_u - \varepsilon \sum_{q=1}^m \alpha_q \rho, \end{cases} \quad (5)$$

$$c_i(\bar{\varphi}_*, \psi, \eta, t) = c_i^*(\psi, \eta, t), \quad c_i(\varphi, \psi, \eta, 0) = c_{i,0}^0(\varphi, \psi, \eta), \quad \rho(\varphi, \psi, \eta, 0) = \rho_0^0(\varphi, \psi, \eta), \quad (6)$$

де  $c_i = c_i(\varphi, \psi, \eta, t) = C_i(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t)$ ,  
 $\rho = \rho(\varphi, \psi, \eta, t) = P(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t)$ ,  
 $v^2(\varphi, \psi, \eta) = v_x^2(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta)) + v_y^2(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta)) + v_z^2(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta))$   
 (див., напр., [11, 12]).

### Асимптотика розв’язку

Розв’язок задачі (5), (6) з точністю  $O(\varepsilon^n)$  шукаємо у вигляді асимптотичних рядів [10–12]

$$c_i = c_{i,0} + \sum_{j=1}^n \varepsilon^j c_{i,j} + R_{c,i}, \quad \rho = \rho_0 + \sum_{j=1}^n \varepsilon^j \rho_j + R_\rho, \quad (7)$$

де  $R_{c,i}(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon), R_\rho(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon)$  – залишкові члени,  $c_{i,j}(\varphi, \psi, \eta, t), \rho_j(\varphi, \psi, \eta, t)$  – члени регулярної частини асимптотики ( $i = 1, \dots, m, j = 0, \dots, n$ ).

Шляхом підстановки співвідношень (7) у (5), (6) і виконання стандартної процедури «прирівнювання» коефіцієнтів біля однакових степенів  $\varepsilon$ , одержимо такі задачі для знаходження  $c_{i,j}(\varphi, \psi, \eta, t), \rho_j(\varphi, \psi, \eta, t)$  ( $j = 0, \dots, n$ ):

$$\begin{cases} \sigma_0 \frac{\partial c_{i,0}}{\partial t} + v^2 \frac{\partial c_{i,0}}{\partial \varphi} + \beta_i c_{i,0} = 0, & \frac{\partial \rho_0}{\partial t} = \sum_{u=1}^m \beta_u c_{u,0}, \\ c_{i,0}(\varphi, \psi, \eta, 0) = c_{i,0}^0, & c_{i,0}(\varphi_*, \psi, \eta, t) = c_{i*}(\psi, \eta, t), \\ \rho_0(\varphi, \psi, \eta, 0) = \rho_0^0; \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} -\sigma_* \rho_{j-1} \frac{\partial c_{i,j}}{\partial t} + v^2 \frac{\partial c_{i,j}}{\partial \varphi} + \beta_i c_{i,j} + \sum_{l,g=1, l \neq g}^m k_{l,g} c_{l,j-1} c_{g,j-1} = \alpha_i \rho_{j-1}, \\ \frac{\partial \rho_j}{\partial t} = \sum_{u=1}^m \beta_u c_{u,j} - \sum_{q=1}^m \alpha_q \rho_{j-1}, \\ c_{i,j}(\varphi, \psi, \eta, 0) = 0, \quad c_{i,j}(\varphi_*, \psi, \eta, t) = 0, \\ \rho_j(\varphi, \psi, \eta, 0) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Внаслідок послідовного розв'язування задач (8)–(9) матимемо [10–12]

$$c_{i,0} = \begin{cases} c_{i*}(\psi, \eta, t - f) \exp \left[ -\beta_i \int_{\varphi_*}^{\varphi} \frac{d\tilde{\varphi}}{v^2(\tilde{\varphi}, \psi, \eta)} \right], & t \geq f, \\ c_{i,0}^0(f^{-1}(f - t, \psi, \eta), \psi, \eta) \exp \left[ -\frac{\beta_i t}{\sigma_0} \right], & t < f, \end{cases}$$

$$\rho_0 = \int_0^t \left( \sum_{u=1}^m \beta_u c_{u,0} \right) d\tilde{t} + \rho_0^0,$$

$$c_{i,j} = \begin{cases} e^{-\lambda_1} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{U_{i,j}(s, \psi, \eta, f(s, \psi, \eta) - f + t)}{v^2(s, \psi, \eta)} e^{\lambda_2(s, \psi, \eta, t)} ds, & t \geq f, \\ -\frac{e^{-\lambda_1}}{\sigma_*} \int_0^t \frac{U_{i,j}(f^{-1}(s + f - t, \psi, \eta), \psi, \eta, s)}{\rho_{j-1}(f^{-1}(s + f - t, \psi, \eta), \psi, \eta)} e^{\lambda_2(\varphi, \psi, \eta, s)} ds, & t < f, \end{cases}$$

$$\rho_j = \int_0^t \left( \sum_{u=1}^m \beta_u c_{u,j} - \sum_{q=1}^m \alpha_q \rho_{j-1} \right) d\tilde{t},$$

де  $U_{i,j}(\varphi, \psi, \eta, t) = \alpha_i \rho_{j-1} - \sum_{\substack{l,g=1 \\ l \neq g}}^m k_{l,g} c_{l,j-1} c_{g,j-1}$ , ( $j = 2, \dots, n$ ),

$$\lambda_1(\varphi, \psi, \eta, t) = -\beta_i \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{\rho_{j-1}(s, \psi, \eta, f(\tilde{\varphi}, \psi, \eta) + t - f) c_{i,j}(s, \psi, \eta, f(\tilde{\varphi}, \psi, \eta) + t - f)}{v^2(s, \psi, \eta)} ds,$$

$$\lambda_2(\varphi, \psi, \eta, t) = -\beta_i \int_0^t \frac{\rho_{j-1}(f^{-1}(\tilde{s} + f(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta, \tilde{s}) c_{i,j}(f^{-1}(\tilde{s} + f(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta, \tilde{s})}{\sigma(f^{-1}(\tilde{t} + f(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta)} d\tilde{s},$$

$f(\varphi, \bar{\psi}, \bar{\eta}) = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{ds}{v^2(s, \bar{\psi}, \bar{\eta})}$  – час проходження відповідною частинкою шляху від точки

$(x(\varphi_*, \bar{\psi}, \bar{\eta}), y(\varphi_*, \bar{\psi}, \bar{\eta}), z(\varphi_*, \bar{\psi}, \bar{\eta})) \in ABB_*A_*$  до точки  $(x(\varphi, \bar{\psi}, \bar{\eta}), y(\varphi, \bar{\psi}, \bar{\eta}), z(\varphi, \bar{\psi}, \bar{\eta})) \in G_z$  уздовж відповідної лінії течії (як перетин деяких двох поверхонь  $\psi(x, y, z) = \bar{\psi}$ ,  $0 \leq \bar{\psi} \leq Q_*$ ,  $\eta(x, y, z) = \bar{\eta}$ ,  $0 \leq \bar{\eta} \leq Q^*$ ),  $f^{-1}$  – функція, обернена до  $f$  відносно змін-

ної  $\varphi$  (відзначимо, що така функція існує, оскільки  $v^2(\varphi, \psi, \eta)$  – неперервно диференційовна, обмежена, додатно визначена функція). Оцінка залишкових членів проводиться аналогічно [11].

Далі застосовуємо стандартну процедуру [11] почергової фіксації характеристик процесу та середовища. А саме: за заданими на даному ітераційному кроці значення для  $\rho(\varphi, \psi, \eta, t)$  згідно з формулою  $k = \kappa(\rho) = K(P(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t))$  «підправляємо» значення  $k$ ; розв’язуємо відповідну фільтраційну задачу, зокрема, знаходимо поле швидкості і на основі цього в результаті розв’язання задач (5), (6) знаходимо наступні наближення для шуканих концентрацій.

**Числові розрахунки**

Розглянемо процес очищення рідини від двокомпонентної феромагнітної домішки ( $m = 2$ ) у намагніченій пористій насадці (для спрощення викладок вважатимемо фільтр одновимірним). Домішкові частинки під дією магнітного силового фактора  $H \cdot \text{grad}H$ , (де  $H$  – напруженість магнітного поля), величина якого може досягати значення  $2 \cdot 10^{15} \text{ A}^2/\text{M}^3$ , осаджуються в точках контакту гранул насадки. Припустимо, що в початковий момент часу  $t = 0$  пориста насадка відносно чиста.

Ефективність процесу очищення середовища залишається достатньо високою протягом певного часу  $t = \tau_3$  – часу захисної дії фільтра. При нагромадженні критичної маси домішок в об’ємі пористої насадки, що відповідає величині робочої ємності поглинання, ефективність процесу очищення  $\bar{\psi}(t)$  дорівнює відношенню різниці концентрацій домішок на вході й виході фільтра до концентрації на вході, знижується й режим очищення переходить у стадію нестационарного режиму.

Для розглянутого випадку очищення рідини від двокомпонентного забруднення магнітним фільтром з однорідною гранульованою фільтруючою насадкою матимемо таку задачу:

$$\begin{cases} \frac{\partial(\sigma(\rho)c_1(x,t))}{\partial t} + v \frac{\partial c_1(x,t)}{\partial x} + \beta_1 c_1 + \varepsilon \beta_{12} c_1 c_2 = \varepsilon \alpha_1 \rho, \\ \frac{\partial(\sigma(\rho)c_2(x,t))}{\partial t} + v \frac{\partial c_2(x,t)}{\partial x} + \beta_2 c_2 + \varepsilon \beta_{12} c_1 c_2 = \varepsilon \alpha_2 \rho, \\ \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = \beta_1 c_1(x,t) + \beta_2 c_2(x,t) - \varepsilon(\alpha_1 + \alpha_2) \rho(x,t), \end{cases} \quad (10)$$

$$c_1|_{x=0} = c_1^*(t), \quad c_1|_{t=0} = 0, \quad c_2|_{x=0} = c_2^*(t), \quad c_2|_{t=0} = 0, \quad \rho|_{t=0} = 0, \quad (11)$$

$$v = \kappa \cdot \text{grad} \bar{\varphi}, \quad (12)$$

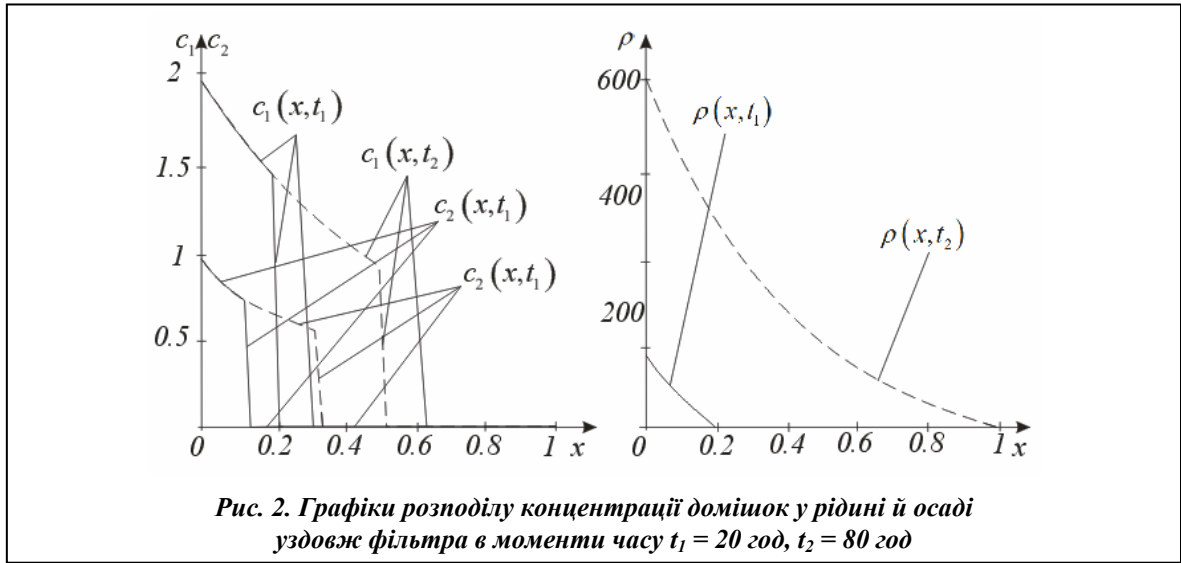
де  $v = \text{const}$ ;  $\sigma(x, t)$  – пористість фільтруючої насадки,  $\sigma(x, t) = \sigma_0 - \varepsilon \sigma^* \rho(x, t)$ ,  $\sigma_0$  – вихідна пористість насадки;  $\rho_\varepsilon$  – граничне завантаження осадом,

$$\kappa(\rho) = \begin{cases} \kappa_0 - \varepsilon \gamma \rho(x, t), & \rho < \rho_\varepsilon \quad (t < \tau_3), \\ \kappa^0, & \rho = \rho_\varepsilon \quad (t \geq \tau_3), \end{cases} \quad \sigma^*, \kappa_0, \gamma, \varepsilon \text{ і } \sigma(x, t), \kappa(x, t) \text{ – тверді й м'які параметри.}$$

Такий характер зміни коефіцієнтів пористості і фільтрації пояснюється тим, що при збільшенні об’єму домішкових частинок в насадці змінюються відповідні параметри фільтрування.

Розв’язок системи (10) при умовах (11) знаходимо аналогічно (5), (6) у вигляді асимптотичних рядів (7) [10, 11, 12].

Згідно з даними, наведеними у роботі [13], коефіцієнти захоплених домішкових частинок й відірваних частинок осаду обчислюються за формулою  $\beta = \frac{\beta_0 H^{0.75}}{v d^2}$ , де  $\beta_0$  – вільний параметр;  $d$  – діаметр гранульованої насадки фільтра. Наведемо результати розрахунків за



формулами (7) при  $c_1^*(t) = 2$  мг/л,  $c_2^*(t) = 1$  мг/л,  $v = 200$  м/год,  $L = 1$  м,  $\beta_1 = 0,7 \cdot 10^{-9} \text{ c}^{-1}$ ,  $\alpha_1 = 0,35 \text{ c}^{-1}$ ,  $\beta_2 = 0,2 \cdot 10^{-9} \text{ c}^{-1}$ ,  $\alpha_2 = 0,1 \text{ c}^{-1}$ ,  $H = 60$  кА/м,  $d = 2,4$  мм.

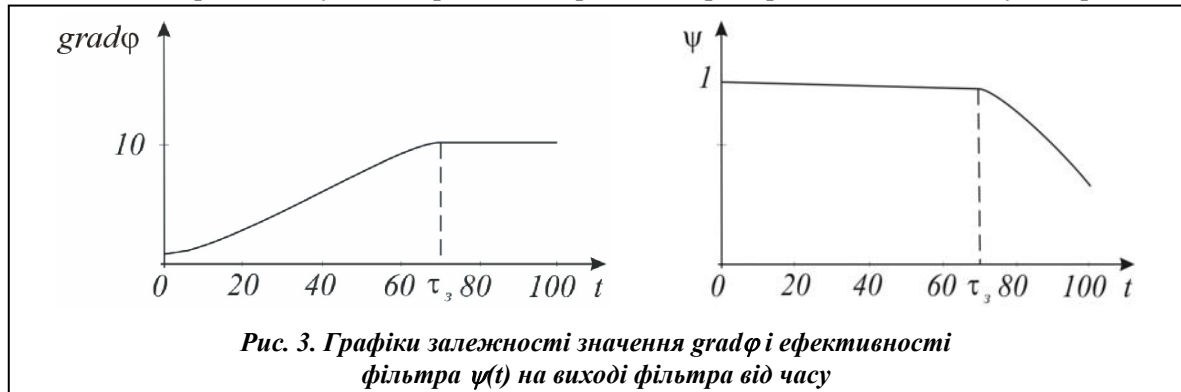
На рис. 2 подано графік розподілу концентрації домішок у рідині й осаді в певні моменти часу. Задавши на виході фільтра (при  $L = 1$ ) припустиме значення концентрації  $c = c_1 + c_2 = c_{кр} = 0,59$  мг/л, знайдемо час його захисної дії;  $t = \tau_3 = 71$  год, що на чотири години відрізняється від експериментальних даних [14]. При цьому нагромадження осаду у фільтрі складе 240 гр.

Варто відмітити, що значення коефіцієнта фільтрації зменшується при зростанні часу (фізично це пояснюється прилипанням твердих частинок до стінок пор). При заданій швидкості  $v = \text{const}$  за формулою  $\text{grad } \bar{\varphi} = v / \kappa(\rho)$  знаходимо величину градієнта тиску в пористому середовищі, а також час досягнення його критичного значення, що дає можливість приймати відповідні рішення. Зміна значення  $\text{grad } \bar{\varphi}$  залежно від часу показана на рис. 3.

Як видно на рис. 3, у випадку  $c_*(t) = c_1^*(t) + c_2^*(t) = c_* = \text{const}$  величина  $\bar{\psi}$  ( $\bar{\psi}(t) = (c_*(t) - c(L,t)) / c_*(t)$ ) практично не змінюється до моменту часу  $\tau_3$ , що підтверджує відомий факт розподілу ефективності фільтра залежно від часу [11].

**Висновки**

У роботі побудована математична модель, яка враховує взаємовплив характеристик процесу (концентрації забруднення рідини та осаду) на характеристики середовища (коефіцієнти пористості, фільтрації, дифузії, масообміну тощо) на прикладі очищення рідини у магнітних і сорбційних фільтрах, а саме: побудовану математичну модель перенесено на процес, що описує закономірності магнітного осадження домішок в пористій фільтруючій насадці, закономірності накопичення («заносу») домішок у насадці, а також враховує зворотний вплив концентрації осаду на коефіцієнти пористості, фільтрації та масообміну. Запропоно-



ваний алгоритм розв'язання відповідної задачі, що, зокрема, включає: визначення часу  $\tau_3$  захисної дії фільтруючої насадки, визначення граничної величини перепаду тиску  $\Delta\bar{\varphi}$  та величини  $\text{grad } \bar{\varphi}$  при зміні  $x \in [0, L]$  і  $t \in [0, \tau_3]$ . Наведені результати розрахунків розподілу концентрації домішок та масового обсягу домішок по висоті фільтруючої пористої насадки для різних моментів часу, величини коефіцієнта фільтрування при різних значеннях довжини насадки  $L$ , що відповідає часу захисної дії (фільтроциклу) насадки. В перспективі є розгляд більш загальної задачі, коли  $\nabla \cdot \vec{v} = (\sigma\bar{\varphi})'_t$ , що передбачає можливість автоматизованого контролю процесу ефективного осадження домішок в намагніченій фільтруючій насадці в залежності від вихідних даних рідини, що очищується.

### Література

1. Филипчук В. Л. Рационализация технологических схем очистки металлосодержащих многокомпонентных сточных вод промышленных предприятий / В. Л. Филипчук // Химия и технология воды. – Киев : Наук. думка, 2002. – Т. 24, № 6. – С. 567–577.
2. Долина Л. Ф. Современная техника и технологии для очистки сточных вод от солей тяжелых металлов / Л. Ф. Долина. – Днепропетровск: Континент, 2008. – 254 с.
3. Elimelech M. Predicting collision efficiencies of colloidal particles in porous media / M. Elimelech // Water Research. – 1992. – Vol. 26 (1). – P. 1–8.
4. Elimelech M. Particle deposition on ideal collectors from dilute flowing suspensions: Mathematical formulation, numerical solution and simulations / M. Elimelech // Separations Technology, 1994. – Vol. 4. – P. 186–212.
5. Jegatheesan V. Effect of surface chemistry in the transient stages of deep bed filtration / V. Jegatheesan. – PhD Dissertation, University of Technology Sydney, 1999. – 300 p.
6. Johnson P. R. Dynamics of colloid deposition in porous media: Blocking based on random sequential adsorption / P. R. Johnson and M. Elimelech // Langmuir, 1995. – Vol. 11 (3). – P. 801–812.
7. Ison C. R. Removal mechanisms in deep bed filtration / C. R. Ison, K. J. Ives // Che. Eng. Sci, 1969. – Vol. 24. – P. 717–729.
8. Ives K. J. Rapid filtration / K. J. Ives // Water Research, 1970. – Vol. 4 (3). – P. 201–223.
9. Petosa A. R. Aggregation and Deposition of Engineered Nanomaterials in Aquatic Environments: Role of Physicochemical Interactions / A. R. Petosa, D. P. Jaisi, I. R. Quevedo, M. Elimelech, N. Tufenkji // Environmental Science & Technology, September 2010. – Vol. 44. – P. 6532–6549.
10. Бомба А. Я. Нелінійні сингулярно-збурені задачі типу “конвекція–дифузія” / А. Я. Бомба, С. В. Барановський, І. М. Присяжнюк // Рівне: Нац. ун-т водн. госп-ва та природокористування, 2008. – 252 с.
11. Бомба А. Я. Нелінійні задачі типу фільтрація–конвекція–дифузія–масообмін за умов неповних даних / А. Я. Бомба, В. І. Гаврилюк, А. П. Сафоник, О. А. Фурсачик // Рівне: Нац. ун-т водн. госп-ва та природокористування, 2011. – 276 с.
12. Бомба А. Я. Нелінійне математичне моделювання процесу магнітного осадження домішок / А. Я. Бомба, В. І. Гарашенко, А. П. Сафоник та ін. // Вісн. Тернопіл. техн. ун-та ім. І. Пулюя. – 2009. – № 3. – С. 118–123.
13. Сандуляк А. В. Очистка жидкостей в магнитном поле / А. В. Сандуляк. – Львов : Выща шк., 1984. – 166 с.
14. Минц Д. М. Теоретические основы технологии очистки воды / Д. М. Минц. – М.: Стройиздат, 1964. – 156 с.

Надійшла до редакції  
18.07.12