

рисунка можно видеть некоторое увеличение оптимального значения допустимых потерь давления с увеличением нормативного коэффициента эффективности капитальных вложений. Это связано со снижением доли капитальных затрат в общих приведенных годовых затратах.

Таким образом, получено аналитическое соотношение для определения оптимальной величины допустимых потерь давления при проектировании пластинчатого теплообменного аппарата, исходя из критерия минимума приведенных затрат. Эффективность полученного решения продемонстрирована на расчете подогревателя сахарного сока перед выпаркой.

Литература

1. Каневец Г. Е. Теплообменники и теплообменные системы / Г. Е. Каневец. – Киев: Наук. думка, 1981. – 272 с.
2. Пластинчатые теплообменники в теплоснабжении / Л. Л. ТОВАЖНЯНСКИЙ, П. А. КАПУСТЕНКО, Г. Л. ХАВИН, О. П. АРСЕНЬЕВА. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2007. – 448 с.

Поступила в редакцию
27.01.11

УДК 631.2

А. П. Слесаренко^{*}, д-р фіз.-мат. наук

О. С. Сорока^{**}, канд. фіз.-мат. наук

^{*} Інститут проблем машинобудування ім. А. Н. Підгорного НАН України
(м. Харків, E-mail: slesarenko@ipmach.kharkov.ua)

^{**} Харківський національний університет радіоелектроніки ім. М. К. Янгеля
(E-mail: a.s.sorok@gmail.com)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОСТАБІЛІЗАЦІЇ ПІДЛОГ ПРИМІЩЕНЬ З УРАХУВАННЯМ МАКСИМАЛЬНОГО ТЕПЛОАКУМУЛЮВАННЯ В СИСТЕМІ ОБІГРІВУ

На базі розв'язання серії обернених задач теплопровідності запропонований новий підхід щодо ідентифікації енергопотоків у багаторівневій системі обігріву при структурно-функціональному керуванні рівнем нагрівання поверхні підлоги приміщення для забезпечення заданих стандартів нагріву. Вирішені задачі ідентифікації баз даних для енергопотоків з урахуванням процесів відтоків тепла через бічні стінки нагрівальної системи. Побудовані енергограми для систем нагрівальних елементів і температурні розподіли на поверхні підлоги, що характеризують ступінь його термостабілізації.

На базе решения серии обратных задач теплопроводности предложен новый подход для идентификации энергопоток в многоуровневой системе обогрева при структурно-функциональном управлении уровнем нагрева поверхности пола помещения для обеспечения заданных стандартов нагрева. Решены задачи идентификации баз данных для энергопоток с учетом процессов потерь тепла через боковые стенки нагревательной системы. Построены энергограммы для систем нагревательных элементов и температурные распределения на поверхности пола, которые характеризуют степень его термостабилизации.

Вступ

Системи електричного опалення демонструють помітне поширення завдяки високому рівню ефективності, надійності, регульованості, високим можливостям забезпечення комфортних умов для людей і персоналу в житлових і виробничих приміщеннях. Поєднання таких систем опалення із теплоакумуючими будівельними конструкціями дозволяє при електроспоживанні використовувати нічну «недовантаженість» систем електропостачання

для акумулювання тепла з наступною віддачею його в денні часи. Такий режим акумуляційного опалення сприяє вирівнюванню добових навантажень і економії витрат на опалення за рахунок пільгових нічних тарифів [1].

Окрім можливості помітно поліпшити ефективність використання електроенергії в режимі автономного опалення запропонована система опалення дозволяє також ефективно функціонувати в режимі комбінованого використання наявного потенціалу потужностей традиційних і відновлюваних джерел енергії (НВДЕ). При цьому слід зазначити, що актуальним є не стільки вдосконалення силових теплогенеруючих пристроїв обігрівання підлоги, скільки створення відповідних систем керування, які б забезпечували чітке дотримання заданих стандартів теплового режиму поверхні обігрівної підлоги і повітря в приміщенні, а також оптимальне регулювання процесу акумулювання «надлишку» енергії сукупності джерел живлення. Попередні дослідження [2–4] виявили доцільність використання як нагрівальної системи (НС) багатоярусної (багаторівневої) системи обігріву (БСО) підлоги для вирішення означених проблем.

Мета роботи – провести аналіз показників термостабілізації обігрівної підлоги для 3-ярусної системи опалення з урахуванням максимального теплоакумулювання на основі математичної моделі БСО; створити базу даних структурно-функціонального керування системою обігріву при коливаннях потужності енергопотоків, що живлять систему, та зміні зовнішніх кліматичних умов.

Основні матеріали досліджень

Обчислювальний експеримент проводився для БСО з 9-шаровою прямокутною структурою. Кількість активних шарів ярусів), що містять електронагрівники (електронагрівний кабель, пристрої іншого типу), задана і дорівнює трьом. Прийняті характеристики шарів один по одному знизу угору відповідають нагрівальній системі (НС) з робіт [2,3] і є такими: нижній шар – гідроізоляція (руберойд) завтовшки $d_1 = 0,01$ м, $\lambda_1 = 0,017$ Вт/(м·К), далі йде шар піску $d_2 = 0,04$ м, $\lambda_2 = 0,58$ Вт/(м·К), шар теплоізоляції – пінобетон $d_3 = 0,20$ м, $\lambda_3 = 0,41$ Вт/(м·К), активний шар (ярус № 3) – ряд пустотілих труб, засипаних піском – $d_4 = 0,15$ м, $\lambda_4 = \lambda_4^{\text{эф}}$, шар піску – $d_5 = 0,15$ м, $\lambda_5 = 0,58$ Вт/(м·К), активний шар (ярус № 2) – ряд пустотілих труб, засипаних піском – $d_6 = 0,15$ м, $\lambda_6 = \lambda_6^{\text{эф}}$, шар піску – $d_7 = 0,15$ м, $\lambda_7 = 0,58$ Вт/(м·К), активний шар (ярус № 1) – ряд пустотілих труб, засипаних піском – $d_8 = 0,15$ м, $\lambda_8 = \lambda_8^{\text{эф}}$, шар монолітного бетону – $d_9 = 0,30$ м, $\lambda_9 = 0,87$ Вт/(м·К). Ефективний коефіцієнт теплопровідності активних шарів $l_i^{\text{эф}}$ залежить від кількості електронагрівників M_i , що обчислюється при комп'ютерному моделюванні. На границях активних шарів задані умови неідеального теплового контакту, у яких контактні термічні опори r_i^* приймалися $0,15 \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}$.

Глибина БСО та повна ширина підлоги, що обігрівається, обрані відповідно $A = 1,4$ м та $2 \cdot B = 5$ м. Кількість електронагрівників у кожному із трьох активних ярусів вибрано шляхом оптимізації енергопідводу до них із метою забезпечення заданих стандартів на обігрівання поверхні підлоги. Були отримані такі результати: верхній ярус № 1 – $M_1 = 9$, середній ярус № 2 – $M_2 = 7$, нижній ярус № 3 – $M_3 = 5$. Електронагрівники покладені в шарах симетрично щодо площини симетрії $y = 0$ й рівномірно (з однаковим кроком), віддалення крайніх електронагрівників від бічних стінок l_s однакове й дорівнює $0,2$ м. Для моделювання процесів теплопередачі в БСО вибрана спрощена математична модель електронагрівників у вигляді труб з прямокутним перерізом $d \times d$. Електронагрівники, що використовуються в математичній моделі, являють собою електричні спіралі, розташовані у пустотілих електроізолюючих трубах, і розглядаються лише як джерела енергії без урахування їх внутрішньої структури. Означена пустотілість враховується при підрахунку ефективної теплопровідності. Для заданого непарного числа M_i електронагрівників розподіл густини потужності джерел в активних шарах подано у вигляді

$$p_i(y) = \sum_{j=-(M_i-1)/2}^{(M_i-1)/2} p_{ij} \cdot f(y - y_{ij}^c), \quad (1)$$

де p_{ij} – густина потужності розподілених джерел у трубчастих електронагрівниках, Вт/м³; $f(y - y_{ij}^c)$ – функція розподілу теплової потужності в області локалізації труби з координатою центра y_{ij}^c , для моделювання прийнятий трапецевидний розподіл потужності в області перерізу електронагрівника.

Моделювання теплових процесів в НС зведено до вирішення стаціонарної задачі теплопровідності в багатошаровій структурі

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} = -\frac{1}{\lambda_i} p_i(y), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad 0 \leq x \leq A, \quad 0 \leq y \leq B; \quad (2)$$

$$u_1(x, y)|_{x=0} = t_0, \quad -\lambda_N \frac{\partial u_N}{\partial x} \Big|_{x=x_N} = \alpha \cdot (u_N - t_c) \Big|_{x=x_N}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad \left(u_i + h \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) \Big|_{y=B} = T_{gp,i}, \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (4)$$

$$\lambda_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \Big|_{x=x_i} = \lambda_{i+1} \frac{\partial u_{i+1}}{\partial x} \Big|_{x=x_i}, \quad u_i \Big|_{x=x_i} = \left(u_{i+1} + r_i^* \lambda_{i+1} \frac{\partial u_{i+1}}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_i}, \quad (5)$$

де i – номер шару (відлік ведеться знизу угору до поверхні підлоги); $x_{i-1} \leq x \leq x_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots, N$ – область локалізації i -го шару по глибині НС; $d_i = x_i - x_{i-1}$ – товщина i -го шару; $u_i = u_i(x, y)$, $i = 1, 2, \dots, N$ – розподіл температури по частковій області – i -му шару; $p_i = p_i(y)$ – задана функція густини джерел тепла (1), розподілених по i -му шару, Вт/м³; λ_i – коефіцієнт теплопровідності матеріалу i -го шару; t_c – температура повітряного середовища на деякому видаленні від поверхні підлоги; $T_{gp,i}$ – температура ґрунту поза НС по її товщі (висоті), приймається сталою в межах кожного шару; r_i^* – термічні контактні опори між шарами; α – коефіцієнт тепловіддачі з поверхні підлоги у повітряне середовище, приймається сталою величиною; $h = \lambda_s / \alpha_s$ – параметр теплопередачі із блоку НС у ґрунт через бічну стінку, приймається сталою величиною по всій глибині, при цьому λ_s^* – деяке усереднене значення коефіцієнта теплопровідності НС по її товщі, α_s – коефіцієнт тепловіддачі в умовах 3-го роду (4).

У реальних умовах опалюваного приміщення конвекційний теплообмін з поверхні підлоги має нелінійний характер, обумовлений рухливістю повітря (наприклад, через вентиляцію) та іншими факторами. Однак для одержання аналітичних розв'язків сформульованої математичної моделі будемо вважати коефіцієнт тепловіддачі α сталою величиною, що у рамках теоретико-експериментального підходу може бути зкореговано при діагностиці теплового режиму НС у реальному масштабі часу.

Розв'язок задачі подано у вигляді функціональної суперпозиції джерел, що враховує всі види джерел теплоти – повітряного середовища над зоною технічної активності (ЗТА), глибинного ґрунту й ґрунту за боковою стінкою НС, а також кожного окремого нагрівального елемента НС. Складовою частиною цього розв'язку повинно бути визначення температури поверхні підлоги $t_n = u(x_N, y)$ у вигляді функціонального ряду, що встановлює зв'язок між стандартами на нагрівання поверхні підлоги й потужністю внутрішніх енергопотоків у БСО. Такий підхід дозволяє реалізувати структурно-функціональне керування енергопотоків й при цьому забезпечити високу оперативність і точність дотримання стандартів нагрівання підлоги в ЗТА.

Побудову аналітичного розв'язку граничної задачі теплопровідності (2)–(5), проведено методом скінченних інтегральних перетворень (СІП) [5]. Лінійність вихідної задачі дозволяє при побудові розв'язку застосувати принцип функціональної суперпозиції теплових

джерел. Розв'язок означеної задачі для кожного шару подамо у вигляді суперпозиції двох функцій

$$u_i(x, y) = v_{0i}(x, y) + v_i(x, y) = [T_{гр i} + v_{00i}(x, y)] + v_i(x, y), \quad (6)$$

де $v_{0i}(x, y)$ – розв'язок однорідного рівняння (2) із заданими граничними умовами (ГУ) (3)–(5); $v_{00i}(x, y)$ – розв'язок однорідного рівняння (2) зі змішаними граничними умовами (однорідними ГУ 3-го роду на бічній стінці й неоднорідними ГУ 1-го й 3-го роду відповідно на нижній і верхній поверхнях НС; $v_i(x, y)$ – частковий розв'язок неоднорідного рівняння з однорідними граничними умовами.

Функція $v_{0i}(x, y)$ визначає внесок зовнішніх впливів у температурне поле i -го шару, а $v_i(x, y)$ – внесок у температурне поле i -го шару тільки лише від набору зосереджених джерел у вигляді системи нагрівальних елементів при однорідних граничних умовах на частинах поверхні НС. Функції $v_{0i}(x, y)$ й $v_i(x, y)$ для відповідних шарів, крім граничних умов, повинні бути підлеглі умовам спряження на внутрішніх міжшарових границях, що відповідають вимогам узгодження температур і теплових потоків через них з урахуванням термічного контактного опору між шарами. Явище погіршення термічного контакту зовнішніх поверхонь нагрітих елементів (труб) із ґрунтом добре відомо.

Розв'язок задач теплопровідності в області зображень СІП для шуканих функцій $v_{0i}(x, y)$ і $v_i(x, y)$ у рівнянні (2) запишемо так:

$$\tilde{v}_{00i}(x, \mu) = \frac{1}{B} \int_0^B K(y, \mu) \cdot v_{00i}(x, y) dy, \quad \tilde{v}_i(x, \mu) = \frac{1}{B} \int_0^B K(y, \mu) \cdot v_i(x, y) dy, \quad (7)$$

де $K(y, \mu)$ – ядро СІП, загальне для всіх шарів, що є розв'язком задачі Штурма–Ліувілля для області $0 \leq y \leq B$.

Ядро СІП перетворення має вигляд

$$K(y, \mu) = K(\mu_q y) = \cos(\mu_q y), \quad q = 1, 2, \dots, \quad (8)$$

де параметр μ є коренем рівняння $\text{ctg}(\mu_q B) = h \cdot \mu_q$, $q = 1, 2, \dots$.

Розв'язок задачі (2)–(5) окремо для кожного шару для складових функцій $u_i(x, y)$, які описуються виразом (6), з урахуванням (7), (8)

$$v_{0i}(x, y) = T_{гр i} + \sum_{q=1}^{\infty} \frac{\cos(\mu_q y)}{N_q} \cdot \tilde{v}_{00i}(x, \mu_q), \quad (9)$$

$$v_i(x, y) = \sum_{q=1}^{\infty} \frac{\cos(\mu_q y)}{N_q} \cdot \tilde{v}_i(x, \mu_q), \quad N_q = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{(h/B)}{1 + (\mu_q h)^2} \right], \quad (10)$$

Визначення функцій $\tilde{v}_{00i}(x, \mu_q)$ і $\tilde{v}_i(x, \mu_q)$ в області зображень та побудову розв'язків (9), (10) виконано в роботі [6]. Воно зведено до вирішення систем $2N$ (N – кількість шарів НС) лінійних неоднорідних алгебраїчних рівнянь, яка формується при виконанні умов сполучення для трансформант СІП на міжшарових границях з урахуванням термічних контактних опорів r_i^* та ГУ на граничних поверхнях підлоги $x = x_N$ та дна БСО $x = 0$. В розглянутій задачі вирішувались системи для 11 шарів. Кількість членів в рядах (9) і (10) встановлюється шляхом обчислювального експерименту за збіжністю результату (для розглянутої конфігурації вона дорівнює 50–80).

В комп'ютерній моделі, яка реалізує означений вище алгоритм, спочатку реалізовано знаходження аналітичного розв'язку оберненої задачі теплопровідності для необмеженої по ширині НС [2], яке дозволяє визначити питомі потужності нагрівання (по шарах), що забезпечують заданий рівень нагрівання поверхні підлоги. Ці значення потужностей використовуються для подальшого визначення потужностей енергокомпонент, що відповідають окремим нагрівальним елементам в обмеженій по ширині БСО з урахуванням теплообміну через бічні стінки. Крім того, у комп'ютерній моделі БСО передбачено проведення оптимізації розподілу енергокомпонент по нагрівальних елементах так, щоб забезпечити на поверхні

підлоги заданий температурний режим (стандарт нагрівання поверхні підлоги). Це можна виконати в обмеженому числі точок, яке не перевищує кількості нагрівальних елементів в активному шарі. Рівномірність розподілу температури по ширині підлоги, що обігривається, (ступінь відхилення від заданого стандарту) істотно залежить від кількості трубчастих нагрівників в активному шарі. Аналіз розв'язку граничної задачі теплопровідності (2)–(5) проводився для деяких режимів, враховуючи принцип функціональної суперпозиції всіх наявних джерел тепла. Таким чином, вирішується низка обернених задач теплопровідності, коли по заданій температурі поверхні підлоги визначається розподіл живлення електронагрівників.

В результаті розв'язання задачі теплопровідності отримано функціональну залежність температури поверхні підлоги $t_n = u(x_N, y)$ як однієї з складових частин розв'язку від наявних умов повітряного середовища над підлогою, глибинного ґрунту й ґрунту за бічною стінкою БСО, а також потужності кожного окремого нагрівального елемента. Таким чином, встановлено зв'язок між стандартами на нагрівання поверхні підлоги й потужністю енергопотоків у БСО, що дозволяє реалізувати структурно-функціональне керування енергопотоків. Останнє, у свою чергу, при необхідності дозволить забезпечити високу оперативність і точність дотримання стандартів нагрівання підлоги. Завдяки проведеному обчислювальному експерименту доведено, що конструкція БСО, що розглядається, забезпечує рівномірність нагрівання підлоги не менше ніж $0,5^\circ\text{C}$.

Наочна інформація про таку оптимізацію БСО зображена на серії комплексних рис. 1, де подані очікувані розподіли температури на поверхні підлоги для стандартів нагрівання $t_n = 18^\circ\text{C}$ та $t_n = 36^\circ\text{C}$ і відповідні енергограми (погонні потужності) для режимів нагрівання I, III, V – тобто з 1-го, з 2-го та з 3-го ярусів при різних значеннях тепловтрат через бічну стінку БСО. Вибрана низка значень тепловтрат є такою: $\alpha_s = 0$ – випадок ідеальної теплоізоляції, $\alpha_s = 0,75 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ і $\alpha_s = 1,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$. Живлення здійснюється відповідно у 1-й, 2-й або 3-й яруси, при цьому енергопотоки надходять у нагрівники, що розміщені по ширині підлоги у 8-му, 6-му або 4-му шарах БСО. При цьому відповідно до режиму підключаються 9, 7 або 5 нагрівників – на рисунках показана тільки права половина БСО ($0 \leq y \leq 2,5 \text{ м}$). Видно, що заданий рівень нагрівання поверхні підлоги забезпечується в точках проекції осей нагрівників на поверхню підлоги, між ними спостерігаються відхилення від заданого рівня, причому тим більше, чим глибше розташований активний шар.

Аналогічно можна отримати температурні розподіли для режимів II й IV, коли живлення надходить одночасно відповідно до 1-го і 2-го ярусів або 2-го і 3-го ярусів, при різних варіантах перерозподілу енергопотоків між двома активними ярусами БСО.

Розглянута математична модель дозволяє також робити прогноз загальних енерговитрат (інтервал \min - \max енергоспоживання) для забезпечення того чи іншого стандарту нагрівання підлоги при різних зовнішніх теплових умовах та формувати бази даних розподілу енергопотоків живлення для конкретної БСО. Як приклад, на рис. 2 наведені інтервали \min - \max залежності сумарної потужності енергопотоків БСО в режимі I, III і V від двох параметрів – інтенсивності теплообміну на поверхні підлоги ($7,5 \leq \alpha \leq 15$) і через бічні стінки ($0 \leq \alpha_s \leq 2,25$), які в оптимізованому режимі забезпечують термостабілізацію поверхні підлоги на рівнях відповідно $t_n = 18^\circ\text{C}$ та $t_n = 36^\circ\text{C}$.

Реалізація системи структурно-функціонального керування енергопотоків БСО на основі запропонованої математичної моделі дозволить спостерігати на тому чи іншому засобі відображення інформації наочний стан потрібного енергоспоживання нагрівальними елементами БСО. Це дасть можливість у режимі реального часу порівнювати результати розрахункового прогнозування з інформацією про температурний режим активних зон приміщення, що надходить від обмеженої кількості датчиків, і цілеспрямовано корегувати надходження енергопотоків, досягаючи заданого рівня нагрівання підлоги в режимі енергозбереження.

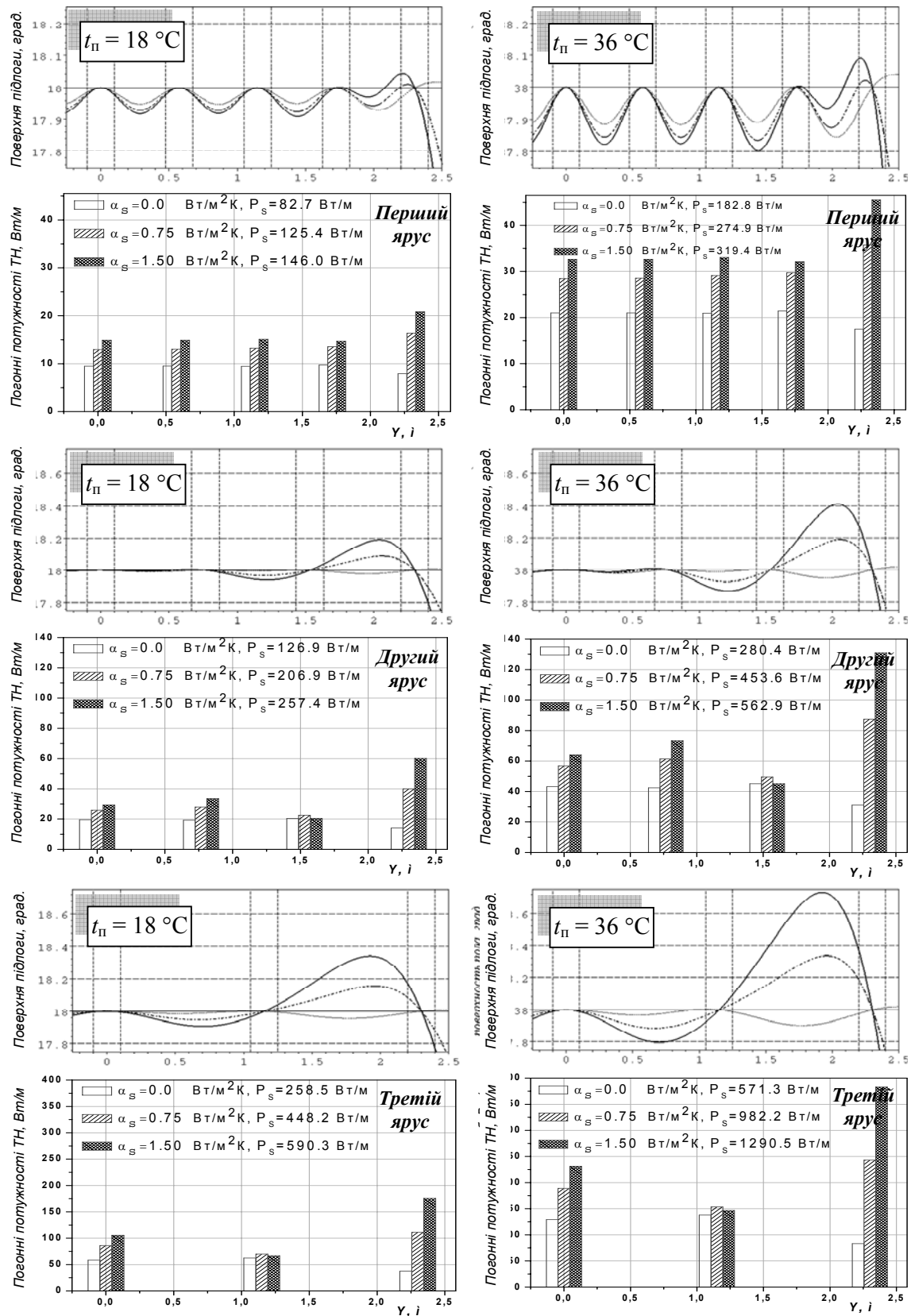
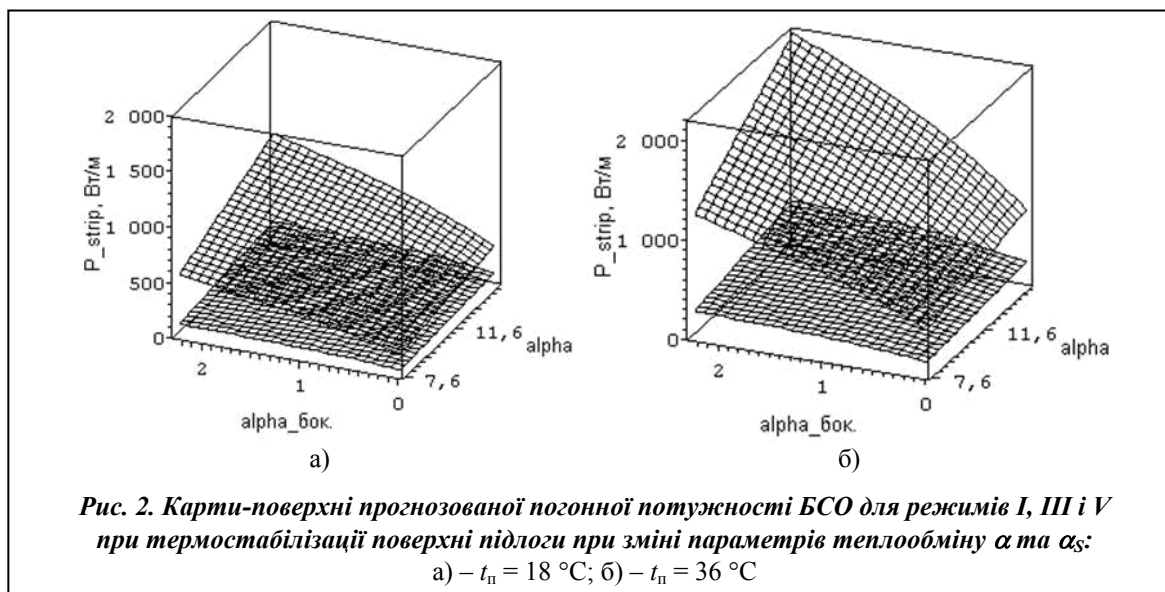


Рис. 1. Розподіл температури на поверхні підлоги при термостабілізації та відповідні енергограми НС:
 а) – режим І; б) – режим ІІІ; в) – режим V



Висновки

1. Ідентифікація енергокомпонент при забезпеченні заданих стандартів на обігрівання поверхні підлог приміщень дозволяє проводити аналіз і прогнозувати рівень енергозбереження при структурно-функціональному керуванні енергопотоками, що підводяться до нагрівальних елементів БСО від традиційних джерел та НВДЕ.

2. Запропонований теоретико-експериментальний підхід дає можливість на основі розв'язання обернених задач теплопровідності для БСО, при використанні інформації від обмеженої кількості термодатчиків розробити методику структурно-функціонального керування енергопідводом до нагрівальних елементів БСО, яке забезпечує задані стандарти обігрівання підлоги.

3. Комп'ютерне моделювання термостабілізації поверхні підлог за допомогою БСО при різних зовнішніх і внутрішніх умовах на основі вирішення низки обернених задач дозволяє створити бази даних (енергограми підведення тепла до нагрівальних елементів), що забезпечують задані стандарти нагрівання підлог.

Література

1. *Електротеплоаккумуляционное отопление греющим полом* / Сб. статей под ред. Д. И. Родзинского. – Киев: Ин-т техн. теплофизики НАН Украины, НПП «Элестер», 2001. – 156 с.
2. *Слесаренко А. П.* Математическая модель стационарного режима многослойного обогреваемого пола / А. П. Слесаренко, Н. А. Романченко, А. С. Сорока // Проблемы энергобезопасности та енергозбереження в АПК України: Вісн. Харків. техн. ун-т с/г ім. П. Василенка. – Харків, 2004. – Т. 1, Вип. 27. – С. 245–250.
3. *Енергозберігаючі* електротехнології забезпечення стандартів теплового режиму виробничих споруд АПК з електрообігрівними підлогами / Д. І. Мазоренко, М. А. Романченко, А. П. Слесаренко, О. С. Сорока // Електрифікація та автоматизація с/г. – 2006. – № 2. – С. 82–92.
4. *Слесаренко А. П.* Оптимальне керування тепловими режимами мікроклімату в технологічно активних зонах виробничих споруд / А. П. Слесаренко, М. А. Романченко, О. С. Сорока // АСУ и приборы автоматки. – Харьков, 2009. – Вып. 147. – С. 113–121.
5. *Положий Г. Н.* Уравнения математической физики / Г. Н. Положий. – М.: Высш. шк., 1964. – 560 с.
6. *Слесаренко А. П.* Моделювання стаціонарної теплопередачі в 3-вимірній багатошаровій структурі з трубчастими нагрівачами для системи оптимального керування тепловим режимом приміщення / А. П. Слесаренко, М. А. Романченко, О. С. Сорока // АСУ и приборы автоматки. – Харьков, 2009. – Вып. 149. – С. 38–47.

Надійшла до редакції
10.01.11