

**Выводы**

Проведены численные исследования аэроупругого поведения лопаточных венцов осевого компрессора с учетом их взаимного аэродинамического взаимодействия.

Показано влияние смежных венцов на нестационарные аэродинамические нагрузки и режимы колебаний лопаток.

Колебания лопаток ротора по всем формам являются устойчивыми.

Предложенный метод позволяет прогнозировать амплитудно-частотный спектр колебаний лопаток осевого компрессора, включая вынужденные и самовозбуждающиеся вибрации (флаттер, автоколебания).

**Литература**

1. *Moyroud F.* A Modal Coupling for Fluid and Structure Analysis of Turbomachine Flutter. Application to a Fan Stage / F. Moyroud, G. Jacquet-Richardet, T. H. Fransson // ASME Paper 96-GT-335. – 1996. – P. 1–19.
2. *Part-speed flutter analysis of a wide-chord fan blade* / J. W. Chew, J. G. Marshall, M. Vandati, M. Imregun // Unsteady Aerodynamics and Aeroelasticity of Turbomachines. Kluwer Academic Publishers. In: Fransson T.H. (Ed.), Dordrecht. – 1998. – P. 707–724.
3. *Gnesin V. I.* A coupled fluid-structure analysis for 3-D flutter in turbomachines / V. I. Gnesin, R. Rzadkowski, L. Kolodyazhnaya // ASME J. 2000- GT-380, Intern. Gas Turbine and Aeroengine Congr., Munich, Germany. – 2000. – P. 8.
4. *Gnesin V. I.* A numerical modeling of stator-rotor interaction in turbine stage with oscillating blades / V. I. Gnesin, R. Rzadkowski, L. Kolodyazhnaya // J. Fluid and Structure. – 2004. – 19. – P. 1141–1153.
5. *Гнесин В. И.* Численное исследование аэроупругого поведения компрессорной ступени в трехмерном потоке вязкого газа / В. И. Гнесин, Л. В. Колодяжная // Вестн. НТУ ХПИ. Энерг. и теплотехн. процессы и оборудование. – 2010. – № 2. – С. 39–48.

Поступила в редакцию  
03.04.11

УДК 621.165:51.380

**И. Е. Аннопольская**, канд. техн. наук  
**А. С. Ковалев**, канд. техн. наук  
**А. В. Медведовский**

Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины  
(г. Харьков, e-mail: tepl07@ukr.net)

## **МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕТАСТАБИЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПАРА ПРИ НЕРАВНОВЕСНОМ РАСШИРЕНИИ ПОТОКА В ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ ПАРОВОЙ ТУРБИНЫ**

*Рассмотрены два способа расчета параметров состояния пара в метастабильной области. Первый подход основан на решении системы дифференциальных уравнений для двухмерного неравновесного расширения потока влажного пара. Данный метод позволяет рассчитывать стационарные и нестационарные потоки влажного пара, определять газодинамические параметры, влажность и переохлаждение в любой момент времени в любой точке расчетной области. Вторым, упрощенным способом расчета, основан на вычислении термодинамических свойств воды и водяного пара на базе Международной системы уравнений IAPWS-IF97 и IAPWS-95. Приведено сравнение результатов, полученных по этим методикам на тестовом примере.*

*Розглянуто два способи розрахунків параметрів стану пари в метастабільній області. Перший підхід ґрунтується на розв'язанні системи диференціальних рівнянь для двовимірної нерівноважної розширення потоку вологої пари. Даний метод дозволяє розраховувати стаціонарні і нестаціонарні потоки вологої пари, визначати газодинамічні*

*параметри, вологість та переохолодження в будь-який час в будь-якій точці розрахункової області. Другий, спрощений спосіб розрахунку, ґрунтується на обчисленні термодинамічних властивостей води й водяної пари на базі Міжнародної системи рівнянь IAPWS-IF97 та IAPWS-95. Наведене порівняння результатів, отриманих за цими методами на тестовому прикладі.*

## Введение

При проектировании мощных паровых турбин особое значение приобретает достоверное моделирование процессов, протекающих в проточной части цилиндра низкого давления (ЦНД) в области влажного пара.

Как известно [1], процесс расширения пара между линией насыщения и зоной Вильсона имеет ярко выраженный неравновесный характер. Степень неравновесности зависит от ряда факторов: скорости расширения, дисперсности влаги и начальных параметров пара. Предельно неравновесный процесс характеризуется постоянством энтропии среды, обусловленной отсутствием релаксационных процессов: механического взаимодействия фаз, тепло- и массообмена между ними и др. (без учета потерь, характерных для однофазных потоков). Неравновесное расширение рабочего тела сопровождается нарастанием переохладения паровой фазы и, в конечном итоге, приводит к уменьшению располагаемого теплоперепада на рассматриваемом венце. Оно может приводить к скачку конденсации или же к возникновению конденсационной нестационарности [2] в проточной части, что увеличивает необратимые потери энергии в потоке и снижает надежность лопаточного аппарата в целом.

Для численного моделирования процессов неравновесного расширения конденсирующегося пара в каналах заданной конфигурации в ИПМаш НАН Украины создан комплекс расчетных программ [3].

Математическая модель, реализуемая этим программным комплексом, базируется на следующих основных допущениях:

- все кинетические процессы происходят без скольжения фаз относительно друг друга, так как длина свободного пробега молекул пара более чем на порядок превосходит диаметр образующихся капель;
- исследуются процессы в области относительно небольших влажностей (< 5%), когда объемом, занимаемым каплями, по сравнению с объемом пара можно пренебречь;
- посторонние центры конденсации в процессе расширения пара не возникают, т. е. их концентрация остается постоянной.

Основные уравнения газовой динамики в эйлеровых координатах  $(x, y, t)$  для среды в целом представлены в дивергентной форме [4].

Для принятых допущений давление смеси  $P$  принимается равным давлению паровой фазы, так как

$$P = \beta_1 P_1 + \beta_2 P_2,$$

где  $\beta_1$ ,  $P_1$  – объемная концентрация паровой фазы и давление паровой фазы;  $\beta_2$ ,  $P_2$  – объемная концентрация жидкой фазы и давление жидкой фазы, причем, так как объем влаги пренебрежимо мал по сравнению с объемом пара [4],  $\beta_2 \ll 1,0$ .

Плотность смеси с большой степенью точности можно определить как

$$\rho = \rho_1 x_i^{-1}, \quad (1)$$

где  $\rho_1$  – плотность паровой фазы;  $x_i = 1 - y_i$  – массовая концентрация пара;  $y_i$  – массовая концентрация влаги, вызванная спонтанной конденсацией.

Внутреннюю энергию смеси по свойству аддитивности можно выразить

$$e = x_i e_1 + (1 - x_i) e_2, \quad (2)$$

где  $e_1 = P[(k - 1)\rho_1]^{-1} + \xi_1$  – внутренняя энергия паровой фазы;  $e_2 = C_2 T_2 + \xi_2$  – внутренняя энергия конденсированной фазы;  $k$  – показатель изоэнтропы;  $C_2$  – теплоемкость жидкой фазы;  $T_2$  – температура жидкой фазы;  $\xi_1$  и  $\xi_2$  – постоянные для фиксированного давления величины, которые определяются свойствами вещества [4].

Паровая фаза подчиняется уравнению состояния пара

$$P_1 = z\rho_1RT_1,$$

где  $z$  – коэффициент сжимаемости [5];  $R$  – газовая постоянная.

Используя уравнение энергии при наличии неравновесных фазовых превращений, учитывается, что энергия смеси (2) в данном случае уже не является величиной, однозначно определяемой температурой  $T$  и давлением  $P$ . Она зависит еще и от концентрации конденсированной фазы.

В случае расширения неравновесно конденсирующегося пара систему газодинамических уравнений дополняют кинетическими уравнениями конденсации (испарения). Общее кинетическое уравнение, описывающее произвольный релаксационный процесс, имеет вид

$$\frac{dy_k}{dt} = f(y_k, P, T),$$

где  $y_k$  – релаксационный параметр, характеризующий систему в процессе перехода из неравновесного состояния в равновесное. Это уравнение справедливо и для процессов, сопровождающихся внутренними фазовыми превращениями в замкнутой системе. В данном случае  $y_k$  является массовой концентрацией жидкой фазы  $y_i$ , вызванной спонтанной конденсацией.

Для уравнений кинетики конденсации производятся преобразования, аналогичные проведенным в [6], и получают полную систему дифференциальных уравнений расчета течения влажного пара с учетом неравновесной спонтанной конденсации

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{f} + \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{F}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{F}_y = \mathbf{F}_r, \quad (3)$$

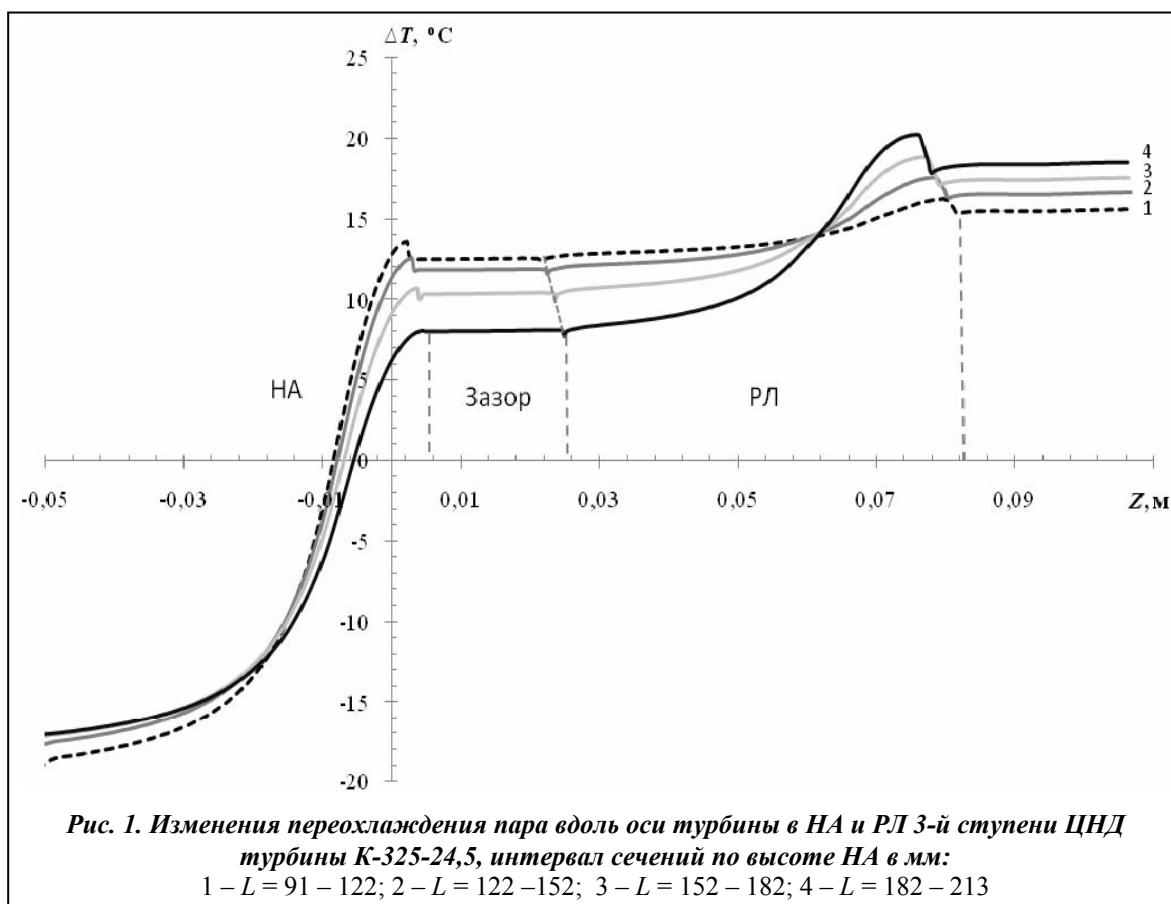
где  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{F}_x$ ,  $\mathbf{F}_y$ ,  $\mathbf{F}_r$  – вектор-столбцы

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_x \\ \rho u_y \\ E \\ \rho(\Omega_s)_0 \\ \rho(\Omega_s)_1 \\ \rho(\Omega_s)_2 \\ \rho h_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_x = \begin{bmatrix} \rho u_x \\ P + \rho u_x^2 \\ \rho u_x u_y \\ (P + E)u_x \\ \rho(\Omega_s)_0 u_x \\ \rho(\Omega_s)_1 u_x \\ \rho(\Omega_s)_2 u_x \\ \rho h_s u_x \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_y = \begin{bmatrix} \rho u_y \\ \rho u_x u_y \\ P + \rho u_y^2 \\ (P + E)u_y \\ \rho(\Omega_s)_0 u_y \\ \rho(\Omega_s)_1 u_y \\ \rho(\Omega_s)_2 u_y \\ \rho h_s u_y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \rho(\omega_s)_0 \\ \rho(\omega_s)_1 \\ \rho(\omega_s)_2 \\ \rho \bar{\omega}_s \end{bmatrix}.$$

Система дифференциальных уравнений (3) интегрируется с помощью явной монотонной схемы Годунова первого порядка точности. Разностные уравнения для интегрирования по схеме Годунова системы газодинамических уравнений имеют тот же вид, что и для однофазной среды. При этом учитывают, что плотность  $\rho$  и энергия  $e$  определяются для среды в целом на основании соотношений аддитивности (1, 2).

Программный комплекс, разработанный на основе этой математической модели, прошел верификацию по результатам, приведенным в работах Г. А. Салтанова и С. Дукса, и показал хорошее совпадение [3] расчетных данных с экспериментальными результатами на соплах Лаваля и Баршдорфа.

Результаты расчета изменения величины переохлаждения пара вдоль оси турбины в направляющем аппарате (НА) и рабочих лопатках (РЛ) по 4 центральным сечениям 3-й ступени ЦНД турбины К-325-24,5 на режиме, близком к номинальному, с несколько повышенным давлением в конденсаторе ( $G_{\text{цнд}} = 57,6$  кг/с,  $p_k = 3,92$  кПа) приведены на рис. 1. В качестве исходных данных использовались результаты расчета осесимметричного потока по методике Индурского [7]: давление  $P_0$ , плотность  $\rho_0$  перед ступенью в полных параметрах, а также статические давления  $p_1, p_2$  в межвенцовом зазоре и за ступенью.



Как видно из графика, пар на входе в 3-ю ступень перегрет на  $17 \div 19$  °С. В процессе расширения возникает переохлаждение пара, и на выходе из НА величина  $\Delta T$  составляет  $8 \div 13,6$  °С. Далее степень переохлаждения пара несколько уменьшается, что связано с выравниванием газодинамических параметров по окружности в межвенцовом зазоре. В канале РЛ переохлаждение вновь нарастает и на выходе из решетки достигает величины  $\Delta T = 15 \div 18,8$  °С.

Результаты расчета показали, что на данном режиме работы турбоагрегата степень переохлаждения пара в 3-й ступени не достигает критического значения и скачок конденсации в РЛ отсутствует. Такие результаты качественно согласуются с теоретическими представлениями [2] о кинетике конденсации в решетках турбинных ступеней.

Вместе с этим двухмерный расчет до полной сходимости решения занимает значительное время и малопригоден для многократного обращения к нему при использовании в комплексе с другими программами.

Для решения данной задачи разработана упрощенная методика определения параметров пара в зазорах при неравновесном расширении потока. Данная методика базируется на вычислении термодинамических свойств воды и водяного пара на базе системы уравнений IAPWS-IF97 [8] для промышленных расчетов. Для расчета метастабильных свойств пара в качестве исходных применяются уравнения состояния, полученные по более простой зависимости, используемой как вспомогательная при разработке Международного уравнения состояния IAPWS-95. Уравнение состояния для переохлажденного пара, так же как и для перегретого, представлено в виде зависимости удельной энергии Гиббса от температуры и давления, разделенной на идеально-газовую  $\gamma^0$  и реальную  $\gamma^r$  части

$$\frac{g(P, T)}{RT} = \gamma(\pi, r) = \gamma^0(\pi, r) + \gamma^r(\pi, r).$$

Зависимость для идеально-газовой части  $\gamma^0 = \ln \pi + \sum_{i=1}^9 n_i^0 \tau^{j_i^0}$  совпадает с уравнением для области перегретого пара за исключением того, что значения коэффициентов  $n_1^0$  и  $n_2^0$  несколько изменены для достижения лучшего согласования данных этих двух уравнений на линии насыщения

$$\begin{aligned} n_1^0 &= -0,96937268393049 \cdot 10^1, \\ n_2^0 &= 0,10087275970006 \cdot 10^2. \end{aligned}$$

Реальная часть имеет вид

$$\gamma^r = \sum_{i=1}^{13} n_i \pi^{l_i} (\tau - 0,5)^{j_i},$$

где  $\pi = P/P^*$  и  $\tau = T^*/T$  при  $P^* = 1$  МПа и  $T^* = 540$  К.

Уравнение применимо для области метастабильного пара от верхней пограничной кривой до линии 5%-й влажности пара в равновесной  $h, S$ -диаграмме при давлениях до 10 МПа [9].

Алгоритм определения величины переохлаждения пара в межвенцовых зазорах включает следующую последовательность вычислений:

- по начальному давлению  $p_0$  и энтальпии  $h_0$  находятся термодинамические параметры ( $S_0, T_0, v_0$ ) пара перед ступенью, как правило, в области насыщенного или перегретого пара;
- по давлению  $P_1$  и энтальпии  $h_1$  находятся аналогичные параметры в зазоре между направляющим аппаратом (НА) и рабочей лопаткой (РЛ);
- в расчетах принимается допущение, что в процессе расширения пара от давления  $P_0$  до  $P_1$  потери равномерно распределены на данном перепаде давлений;
- далее ведется пошаговый расчет термодинамических параметров пара в процессе расширения с шагом по давлению  $dp = 10$  Па, учитывая на каждом шаге прирост энтропии на величину  $dS$  вследствие потерь энергии

$$ds = (S_1 - S_0) / [(P_0 - P_1) / dp].$$

Величина переохлаждения пара определяется по количеству тепла, не выделившегося в поток из-за отсутствия конденсации в данной области

$$Q_i = r_m(1 - x_i),$$

где  $r_m$  – теплота фазового перехода, в расчетной точке для метастабильного состояния пара.

Для определения  $r_m$  воспользуемся зависимостью, приведенной в [10]

$$r_m = h_s'' - h_m' - C_{pm}'' \Delta T,$$

где  $h_s''$  – энтальпия пара на линии насыщения;  $h_m'$  – энтальпия воды при температуре, равной термодинамической температуре переохлажденного пара;  $C_{pm}''$  – средняя теплоемкость пара в интервале температур  $T_s$  и  $T_m$  при давлении  $P_i$ . Так как теплоемкость воды в интересующей нас области практически не зависит от давления [10], значение энтальпии  $h_m'$  принимается равным энтальпии  $h_s'$ , которая определяется по табличным данным термодинамических свойств воды и водяного пара [9] для температуры насыщения, равной температуре переохлажденного пара.

Для начального приближения величину переохлаждения  $\Delta T$  определяем способом, аналогичным приведенному в [11], приняв энтальпию переохлажденного пара равной равновесной  $h_p$

$$\Delta T = T_s(P_i) - T_m(h_p).$$

Известно, что в общем случае теплота  $Q_m$ , выделяющаяся в процессе конденсации переохлажденного пара, расходуется:

- на нагрев пара до температуры, близкой к температуре насыщения для данного давления

$$q_{п} = \Delta T C_p'' x;$$

– на увеличение объема пара при переходе в равновесное состояние

$$q_v = P_i(v_p - v_m),$$

где  $v_p$  и  $v_m$  – объем пара в равновесном и метастабильном состоянии;

– собственно на образование капель и рост их температуры

$$q_k = \Delta T C_p'(1 - x).$$

Таким образом, теплоту, выделяющуюся при конденсации пара, можно записать

$$Q_m = q_{п} - q_v - q_k.$$

Так как мы рассматриваем процесс расширения с полным переохлаждением, величину  $\Delta T$  можно определить

$$\Delta T = \frac{Q_m - q_v - q_k}{C_{pm}''}.$$

Действительное значение  $\Delta T$  находится в итеративном процессе путем последовательного уточнения величины переохлаждения на каждом расчетном шаге, до момента совпадения последних значений с заданной точностью.

Для сравнения двух методик проведен термодинамический расчет параметров пара в метастабильном состоянии с теми же исходными данными, что и в первом случае, по 4 центральным сечениям, которые являются представительными с точки зрения аэродинамической равномерности потока в НА и РЛ 3-й ступени ЦНД.

Результаты расчета величины переохлаждения пара в зазорах при неравновесном расширении потока в данных сечениях 3-й ступени ЦНД турбины К-325-24,5 приведены в таблице.

*Результаты расчета переохлаждения пара в 3-й ступени ЦНД*

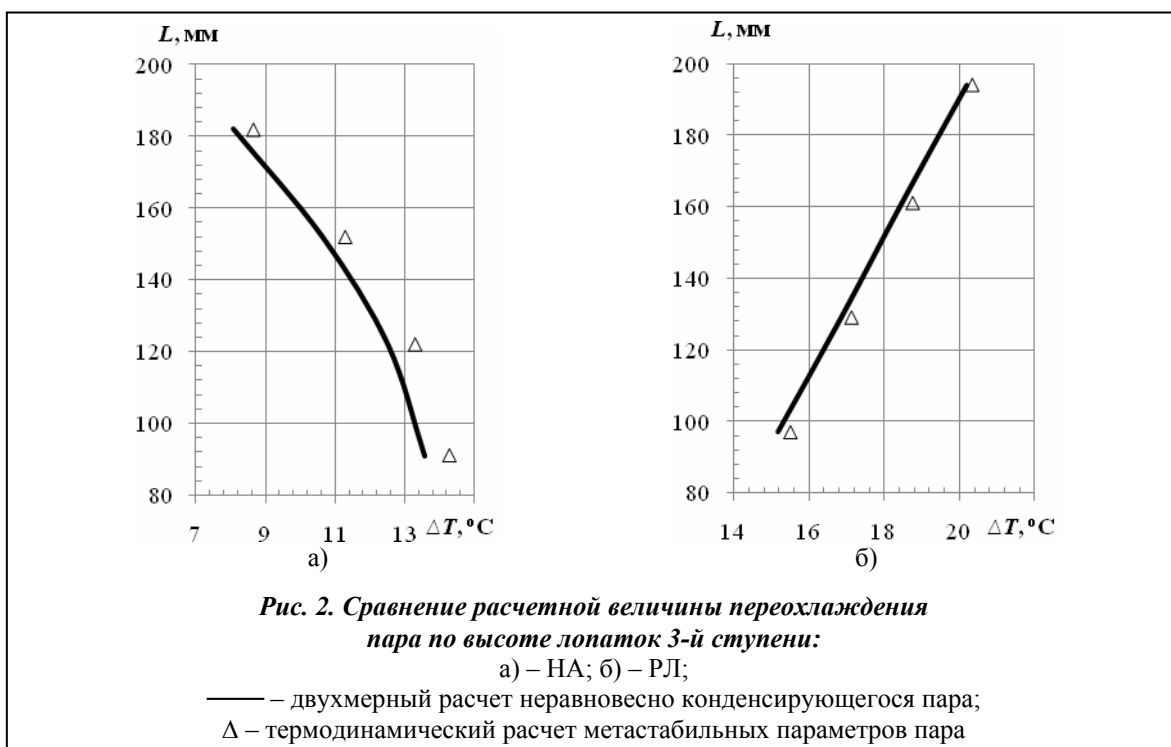
№ сечения	НА			РЛ		
	L, мм	P, кПа	$\Delta T$ , °C	L, мм	P, кПа	$\Delta T$ , °C
4	91	34,96	14,28	97	31,94	15,5
5	122	36,32	13,29	129	31,88	17,13
6	152	37,92	11,28	161	31,50	18,76
7	182	39,77	8,64	194	30,69	20,35

Сравнение результатов двух описанных в данной статье расчетов по величине переохлаждения пара в 4 центральных сечениях по высоте НА и РЛ 3-й ступени приведены на рис. 2.

Как видно из графиков, изменение степени переохлаждения пара по высоте ступени, полученные двумя различными способами, хорошо согласуются между собой, разница между ними составляет  $0,17 \div 0,76$  °C. Несколько большие по величине результаты инженерной методики можно объяснить принципиальным учетом в ней геометрических особенностей расширения в косом срезе при выходе потока из лопаточного аппарата.

### **Выводы**

Выполнено сравнение двух расчетных способов определения параметров пара в метастабильном состоянии. Подход, основанный на решении задачи двухмерного расчета неравновесно расширяющегося потока влажного пара, является физически более строгим и обладает большей расчетной функциональностью. Наряду с этим данный расчет требует значительных затрат машинного времени и поэтому мало приспособлен для комплексного использования с другими расчетными программами. Упрощенная инженерная методика оп-



ределения метастабильных параметров пара, базирующаяся на вычислении термодинамических свойств воды и водяного пара, на основе общепринятой системы уравнений состояния показала хорошее совпадение по результатам (см. рис. 2) с более сложным расчетом. Программа, реализующая данную методику, характеризуется малым временем счета и хорошо подходит для многократного обращения к ней в процессе расчета потерь от неравновесности расширения пара по струйкам тока в последних ступенях ЦНД современных мощных паровых турбин.

### Литература

1. Кириллов И. И. Основы теории влажнопаровых турбин / И. И. Кириллов, Р. И. Яблоник. – Л.: Машиностроение, 1969.– 264 с.
2. Дейч М. Е. Газодинамика двухфазных сред / М. Е. Дейч, Г. А. Филиппов. – М.: Энергия, 1968. – 424 с.
3. Тарелин А. А. Математическое моделирование процессов, происходящих при неравновесном расширении влажного пара / А. А. Тарелин, В. П. Складоров, А. С. Ковалев // Пробл. машиностроения. – 2008. – Т. 11, № 1. – С. 3–7.
4. Салтанов Г. А. Сверхзвуковые двухфазные течения / Под ред. М. Е. Дейча, В. Ф. Степанчука. – Минск: Высш. шк., 1972. – 480 с.
5. Самойлович Г. С. Газодинамика / Г. С. Самойлович. – М.: Машиностроение, 1990.– 384 с.
6. Салтанов Г. А. Неравновесные и нестационарные процессы в газодинамике однофазных и двухфазных сред / Г. А. Салтанов. – М.: Наука, 1979. – 286 с.
7. Индурский М. С. Метод расчета осесимметричного потока в ЦНД паровых турбин / М. С. Индурский, Ю. В. Резников // Теплоэнергетика. – 1977. – № 10. – С. 17–20.
8. Александров А. А. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара / А. А. Александров, Б. А. Григорьев : Справочник. Рек. Гос. службой стандартных справочных данных. ГСССД Р-776-98. – М.: Моск. энерг. ин-т, 1999. – 168 с.
9. Александров А. А. Теплофизические свойства рабочих веществ теплоэнергетики / А. А. Александров, К. А. Орлов, В. Ф. Очков. – М.: Моск. энерг. ин-т, 2009. – 224 с.
10. Складоров В. П. Определение термодинамических параметров переохлажденного пара при неравновесном расширении в паровых турбинах / В. П. Складоров // Интеграції та енергозбереження. – 2007. – № 4. – С. 11–16.

11. *Garmathy G.* Grundlagen einer Theorie der Nabdampfurbine /G. Garmathy. – Mitteilungen. – 1962. – № 6. – 284 p.

Поступила в редакцию  
10.06.11