

<sup>1</sup> В. М. Мирсалимов,

д-р физ.-мат. наук

<sup>2</sup> А. Б. Мустафаев,

канд. физ.-мат. наук

<sup>1</sup> Азербайджанский технический университет,

г. Баку, e-mail: mir-vagif@mail.ru

<sup>2</sup> Институт математики и механики

НАН Азербайджана

г. Баку, e-mail: azer\_bm@list.ru

УДК 539.375

**ЗАКРЫТИЕ КРИВОЛИНЕЙНОЙ ТРЕЩИНЫ В ЛИСТОВОМ ЭЛЕМЕНТЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ**

*Розглядається зміна температурного поля поблизу кінців криволінійної тріщини в листовому елементі під впливом неоднорідно-гонапруженого поля. Розв'язання крайової задачі щодо рівноваги криволінійної тріщини з частково контактуючими берегами під впливом зовнішнього неоднорідного напруженого поля, наведеного термопружного поля напружень та зусиль на контактуючих поверхнях тріщини зводиться до задачі лінійного спряження аналітичних функцій. Прийнято, що на деякій частині контакту виникає зчеплення берегів, а на решті частини контакту можливе проковзування.*

**Ключові слова:** криволінійна тріщина в листовому елементі, неоднорідне напружене поле, температурне поле, контактні напруження, контактна зона, зона проковзування.

**Введение**

Воздействие температурного поля снижает [1] деформацию растягиваемого листового элемента конструкции в направлении, перпендикулярном трещине. По этой причине уменьшается коэффициент интенсивности напряжений возле вершины трещины. При некотором соотношении параметров листового элемента конструкции и теплового поля в листовом элементе вероятен случай появления зоны сжимающих напряжений. В этих зонах берега криволинейной трещины на некотором заранее неизвестном участке войдут соприкосновение и, соответственно, там возникнут контактные напряжения.

В реальных материалах из-за структурных и технологических факторов поверхности трещины имеют неровности и искривления. Опубликован ряд работ, посвященных исследованию деформированных тел с трещинами с учетом их частичного контакта [2–16].

Задачи с учетом частичного контакта берегов трещины представляют важный интерес при изучении разрушения композитных материалов, горных пород и др. Вопросы частичного контактирования берегов криволинейной трещины к настоящему времени мало изучены. В настоящей работе дается общая постановка задачи, в которой учитывается трение и сцепление берегов криволинейной трещины при действии внешних нагрузок и наведенного термоупругого поля. Контактные напряжения определяются в квадратурах, что удобно для практического применения в инженерных расчетах.

**Постановка задачи**

Пусть в изотропном и однородном листовом элементе, занимающем плоскость  $Oxy$ , имеется криволинейная трещина. Ось абсцис направим вдоль трещины, а ось ординат – перпендикулярно. На далеких расстояниях от трещины (на бесконечности) действуют напряжения, являющиеся полиномиальными функциями декартовых координат  $x$  и  $y$ . Берега криволинейной трещины свободны от внешних нагрузок. Для торможения распространения трещины на пути ее роста с помощью нагрева тепловым источником областей  $S_1$  и  $S_2$  до постоянной температуры  $T_0$  создаются зоны сжимающих напряжений (рис. 1).

Рассматриваем задачу механики разрушения о торможении криволинейной трещины при следующих допущениях: а) все термоупругие характеристики материала не зависят от температуры; б) материал листового элемента представляет собой однородное и изотропное тело.

Установлено, что при некоторых значениях параметров задачи коэффициенты интенсивности напряжений будут отрицательными. Это означает, что берега трещины входят контакт. Существование отрицательных коэффициентов интенсивности напряжений вблизи края трещины говорит о необходимости учета частичного контактирования берегов в некоторой области трещины. Будем считать, что в процессе деформирования берега криволинейной трещины возле вершин вступают в

контакт на участках  $(a, \lambda_2)$  и  $(\lambda_1, b)$  (рис. 1). Полагаем, что каждая площадка контакта состоит из участков сцепления берегов  $(a, c)$  и  $(d, b)$  и участков  $(c, \lambda_2)$  и  $(\lambda_1, d)$ , на которых имеет место проскальзывание. Обозначим через  $L_1$  – совокупность участков сцепления;  $L_2$  – совокупность участков проскальзывания;  $L_3$  – участок берегов криволинейной трещины, свободной от внешней нагрузки.

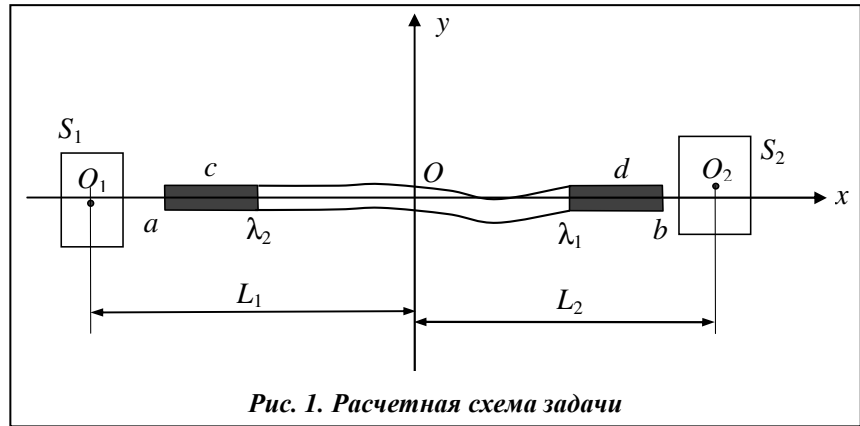


Рис. 1. Расчетная схема задачи

При нагружении листового элемента силовой и тепловой нагрузками в зонах, где берега трещины вошли в контакт, появляются нормальные  $p_y(x)$  и касательные  $p_{xy}(x)$  напряжения. Величины этих контактных напряжений заранее неизвестны и подлежат определению в процессе решения задачи.

Граничные условия на берегах криволинейной трещины для рассматриваемой задачи с напряжениями, являющимся полиномиальными функциями декартовых координат на бесконечности, имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_n &= 0; \quad \tau_{nt} = 0 \quad \text{на } y=f(x), \quad \lambda_2 \leq x \leq \lambda_1; \\ \sigma_n &= p_y; \quad \tau_{nt} = p_{xy} \quad y=f(x), \quad a \leq x \leq c \text{ и } d \leq x \leq b; \\ \sigma_n &= p_y; \quad \tau_{nt} = f \cdot p_y \quad y=f(x), \quad c < x < \lambda_2 \text{ и } \lambda_1 < x < d. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $f^*(x)$  – коэффициент трения.

Принято, что на участках проскальзывания имеют место силы сухого трения (закон трения принимается в форме Амонтона–Кулона).

Основные соотношения рассматриваемой задачи нужно дополнить уравнениями для перемещений раскрытия берегов трещины в зонах контакта

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} [(v^+ - v^-) + i(u^+ - u^-)] &= 0 \quad \text{на } L_1, \\ \frac{\partial}{\partial x} (v^+ - v^-) &= 0 \quad \text{на } L_2, \end{aligned} \tag{2}$$

где  $(u^+ - u^-)$  – касательная,  $(v^+ - v^-)$  – нормальная составляющие раскрытия берегов криволинейной трещины.

Размеры контактных зон (зоны сцепления и проскальзывания) заранее неизвестны и подлежат определению.

### Метод решения задачи

Используя принцип суперпозиции, напряженное состояние в листовом элементе конструкции, ослабленном одной криволинейной трещиной, представим в виде следующей суммы:

$$\sigma_x = \sigma_x^0 + \sigma_{x_0} + \sigma_{x_1}, \quad \sigma_y = \sigma_y^0 + \sigma_{y_0} + \sigma_{y_1}, \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}^0 + \tau_{xy_0} + \tau_{xy_1}, \tag{3}$$

где  $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$  – компоненты тензора напряжений в сплошном листовом элементе, когда на бесконечности действуют напряжения, являющиеся полиномиальными функциями декартовых координат  $x$  и  $y$ ;  $\sigma_{x_0}, \sigma_{y_0}, \tau_{xy_0}$  – решение задачи термоупругости для листового элемента без криволинейной трещины;  $\sigma_{x_1}, \sigma_{y_1}, \tau_{xy_1}$  – компоненты тензора напряжений в листовом элементе с криволинейной трещиной под действием нагрузок, приложенных только на поверхности криволинейной трещины. Эти поверхностные нагрузки определяют в процессе решения задачи.

Напомним, что для определения напряжений  $\sigma_{x_0}$ ,  $\sigma_{y_0}$ ,  $\tau_{xy_0}$  решаем задачу термоупругости для сплошного листового элемента [17]. Напряжения  $\sigma_{x_0}$ ,  $\sigma_{y_0}$ ,  $\tau_{xy_0}$  находятся по формулам (5) в [17]. Для определения напряжений  $\sigma_x^0$ ,  $\sigma_y^0$ ,  $\tau_{xy}^0$  имеем соотношения

$$\begin{aligned} \sigma_{x_0} + \sigma_{y_0} &= 4 \operatorname{Re} \Phi^0(z), & z &= x + iy, \\ \sigma_{y_0} - \sigma_{x_0} + 2i\tau_{xy_0} &= \Phi^0(z) + \Omega^0(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi^0(z)}, \\ \Phi^0(z) &= A_0 z^m + A_1 z^{m+1} + A_2 z^{m-2} + \dots + A_m, \\ \Omega^0(z) &= B_0 z^m + B_1 z^{m+1} + B_2 z^{m-2} + \dots + B_m. \end{aligned} \quad (4)$$

Эти функции (4) в зависимости от значений коэффициентов  $A_j$  и  $B_j$  ( $j = 0, 1, \dots, m$ ) определяют напряженное состояние в листовом элементе без трещины и теплового источника.

Граничные условия задачи (1) механики разрушения для напряжений на берегах криволинейной трещины с учетом соотношения (3) запишем в виде

$$\begin{aligned} \sigma_{n_1} &= -(\sigma_{y_0} + \sigma_y^0), & \tau_{n_1} &= -(\tau_{xy_0} + \tau_{xy}^0) & \text{на } L_3, \\ \sigma_{n_1} &= p_y - (\sigma_{y_0} + \sigma_y^0), & \tau_{n_1} &= p_{xy} - (\tau_{xy_0} + \tau_{xy}^0) & \text{на } L_1, \\ \sigma_{n_1} &= p_y - (\sigma_{y_0} + \sigma_y^0), & \tau_{n_1} &= fp_y - (\tau_{xy_0} + \tau_{xy}^0) & \text{на } L_2. \end{aligned}$$

Трещина, имеющаяся в листовом элементе конструкции, считается близкой к прямолинейной форме, допускаются лишь малые отклонения контура трещины от прямой  $y = 0$ . Уравнение контура трещины принято в виде  $y = f(x)$ ,  $a \leq x \leq b$ .

Рассмотрим некоторую произвольную реализацию искривленной поверхности берегов трещины.

Компоненты тензора напряжений  $\sigma_{x_1}$ ,  $\sigma_{y_1}$ ,  $\tau_{xy_1}$ , составляющие вектора перемещений, контактные напряжения ищем в виде разложений по малому параметру  $\varepsilon$

$$\begin{aligned} \sigma_{x_1} &= \sigma_x^{(0)} + \varepsilon \sigma_x^{(1)} + \dots; & \sigma_{y_1} &= \sigma_y^{(0)} + \varepsilon \sigma_y^{(1)} + \dots; & \tau_{xy_1} &= \tau_{xy}^{(0)} + \varepsilon \tau_{xy}^{(1)} + \dots; \\ u_1 &= u_1^{(0)} + \varepsilon u_1^{(1)} + \dots; & v_1 &= v_1^{(0)} + \varepsilon v_1^{(1)} + \dots; \\ p_y &= p_y^{(0)} + \varepsilon p_y^{(1)} + \dots; & p_{xy} &= p_{xy}^{(0)} + \varepsilon p_{xy}^{(1)} + \dots \end{aligned}$$

Используя процедуру метода возмущений, находим граничные условия при  $y = 0$ ,  $a \leq x \leq b$  в нулевом приближении

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(0)} &= -(\sigma_{y_0} + \sigma_y^0), & \tau_{xy}^{(0)} &= -(\tau_{xy_0} + \tau_{xy}^0) & \text{при } y = 0, \lambda_2^0 \leq x \leq \lambda_1^0, \\ \sigma_y^{(0)} &= p_y^{(0)} - (\sigma_{y_0} + \sigma_y^0), & \tau_{xy}^{(0)} &= p_{xy}^{(0)} - (\tau_{xy_0} + \tau_{xy}^0) & \text{при } y = 0, a \leq x \leq c^0 \text{ и } d^0 \leq x \leq b, \\ \sigma_y^{(0)} &= p_y^{(0)} - (\sigma_{y_0} + \sigma_y^0), & \tau_{xy}^{(0)} &= fp_{xy}^{(0)} - (\tau_{xy_0} + \tau_{xy}^0) & \text{при } y = 0, c^0 < x < \lambda_2^0 \text{ и } \lambda_1^0 < x < d^0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь учтено, что

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_1^0 + \varepsilon \lambda_1^1 + \dots; & \lambda_2 &= \lambda_2^0 + \varepsilon \lambda_2^1 + \dots; \\ c &= c^0 + \varepsilon c^1 + \dots; & d &= d^0 + \varepsilon d^1 + \dots \end{aligned}$$

в первом приближении

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(1)} &= N, & \sigma_{xy}^{(1)} &= T_t & \text{при } y = 0, \lambda_2^1 \leq x \leq \lambda_1^1, \\ \sigma_y^{(1)} &= p_y^{(1)} + N, & \tau_{xy}^{(1)} &= T_t + p_{xy}^{(1)} & \text{при } y = 0, a \leq x \leq c^1 \text{ и } d^1 \leq x \leq b, \\ \sigma_y^{(1)} &= p_y^{(1)} + N, & \tau_{xy}^{(1)} &= fp_{xy}^{(1)} + T_t & \text{при } y = 0, c^1 < x < \lambda_2^1 \text{ и } \lambda_1^1 < x < d^1. \end{aligned} \quad (6)$$

Функции  $N$  и  $T_t$  находятся формулами (11) в [17].

Дополнительные соотношения (2) для перемещений принимают вид в нулевом приближении

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (v_1^{(0)+} - v_1^{(0)-} + i(u_1^{(0)+} - u_1^{(0)-})) &= 0 \quad \text{при } y=0, a \leq x \leq c^0 \text{ и } d^0 \leq x \leq b, \\ \frac{\partial}{\partial x} (v_1^{(0)+} - v_1^{(0)-}) &= 0 \quad \text{при } y=0, c^0 < x < \lambda_2^0 \text{ и } \lambda_1^0 < x < d^0. \end{aligned} \quad (7)$$

в первом приближении

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (v_1^{(1)+} - v_1^{(1)-} + i(u_1^{(1)+} - u_1^{(1)-})) &= 0 \quad \text{при } y=0, a \leq x \leq c^1 \text{ и } d^1 \leq x \leq b, \\ \frac{\partial}{\partial x} (v_1^{(1)+} - v_1^{(1)-}) &= 0, \quad \text{при } y=0, c^1 < x < \lambda_2^1 \text{ и } \lambda_1^1 < x < d^1. \end{aligned}$$

Компоненты тензора напряжений  $\sigma_x^{(0)}$ ,  $\sigma_y^{(0)}$ ,  $\tau_{xy}^{(0)}$  и вектора перемещений  $u_1^{(0)}$ ,  $v_1^{(0)}$  выразим через две кусочно-аналитические функции комплексного переменного  $z = x + iy$   $\Phi_0(z)$  и  $\Omega_0(z)$  согласно соотношениям

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(0)} - i\tau_{xy}^{(0)} &= \Phi_0(z) + \Omega_0(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi_0'(z)}, \\ 2\mu \frac{\partial}{\partial x} (u_1^{(0)} + iv_1^{(0)}) &= \kappa\Phi_0(z) - \Omega_0(\bar{z}) - (z - \bar{z})\overline{\Phi_0'(z)}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$  для плоского напряженного состояния;  $\kappa = 3 - 4\nu$  для плоской деформации;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $\mu$  – модуль сдвига материала.

На основании граничных условий (5) нулевого приближения придем [18] к задаче линейного сопряжения относительно неизвестных  $\Phi_0(z)$  и  $\Omega_0(z)$

$$\begin{aligned} [\Phi_0(t) + \Omega_0(t)]^+ + [\Phi_0(t) + \Omega_0(t)]^- &= 2f_0(t) \\ [\Phi_0(t) - \Omega_0(t)]^+ - [\Phi_0(t) - \Omega_0(t)]^- &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь

$$f_0(t) = \begin{cases} -(\sigma_{y_0} - i\tau_{xy_0}) - (\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) & \text{при } y=0 \quad \lambda_2^0 \leq x \leq \lambda_1^0 \\ p_y^{(0)} - ip_{xy}^{(0)} - (\sigma_{y_0} - i\tau_{xy_0}) - (\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) & \text{при } y=0, a \leq x \leq c^0 \text{ и } d^0 \leq x \leq b \\ (1+if)p_y^{(0)} - (\sigma_{y_0} - i\tau_{xy_0}) - (\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) & \text{при } y=0, c^0 \leq x \leq \lambda_2^0 \text{ и } \lambda_1^0 \leq x \leq d^0. \end{cases}$$

Решение задачи линейного сопряжения (9) в классе всюду ограниченных функций имеет вид

$$\Phi_0(z) = \Omega_0(z) = \frac{\sqrt{(z-a)(z-b)}}{2\pi i} \int_a^b \frac{f_0(t)dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)(t-z)}}. \quad (10)$$

При  $z \rightarrow \infty$   $X(z) = \sqrt{(z-a)(z-b)} = z + O(1/z)$ . Корень под знаком интеграла представляет собой значение ветви соответствующей функции, выделяемой приведенным условием на верхнем берегу трещины в нулевом приближении. Для определения неизвестных параметров  $\lambda_1^0$  и  $\lambda_2^0$  имеем два условия разрешимости граничной задачи в классе всюду ограниченных функций [18]

$$\int_a^b \frac{f_0(t)}{X^+(t)} dt = 0, \quad \int_a^b \frac{tf_0(t)}{X^+(t)} dt = 0. \quad (11)$$

В полученные соотношения (10) и (11) входят искомые контактные напряжения  $p_y^{(0)}(x)$  и  $p_{xy}^{(0)}(x)$ . Для вывода интегральных уравнений относительно неизвестных функций  $p_y^{(0)}(x)$  и  $p_{xy}^{(0)}(x)$  используем вторую формулу в (8) и граничные значения аналитических функций  $\Phi_0(z)$  и  $\Omega_0(z)$ . В результате получим на отрезке  $a \leq x \leq b$  следующее соотношение:

$$\Phi_0^+(x) - \Phi_0^-(x) = \frac{2\mu}{1 + \kappa} \frac{\partial}{\partial x} [u_1^{(0)+} - u_1^{(0)-} + i(v_1^{(0)+} - v_1^{(0)-})]. \quad (12)$$

С помощью формулы Сохоцкого–Племеля [19] и учитывая формулы (10), находим

$$\Phi_0^+(x) - \Phi_0^-(x) = -\frac{i\sqrt{(x-a)(b-x)}}{\pi} \int_a^b \frac{f_0(t)dt}{\sqrt{(t-a)(b-t)(t-x)}}. \quad (13)$$

Сравнивая два последних соотношения (12) и (13) и учитывая дополнительное соотношение (7), после некоторых преобразований получаем два сингулярных интегральных уравнения относительно неизвестных функций  $p_y^{(0)}(x)$  и  $p_{xy}^{(0)}(x)$

$$\int_{L_1^0+L_2^0} \frac{p_y^{(0)}(t)dt}{X_1^+(t)(t-x)} - \int_a^b \frac{f_y^0(t)dt}{X_1^+(t)(t-x)} = 0, \quad (14)$$

$$\int_{L_1^0} \frac{p_{xy}^{(0)}(t)dt}{X_1^+(t)(t-x)} + \int_{L_2^0} \frac{fp_y^{(0)}(t)dt}{X_1^+(t)(t-x)} - \int_a^b \frac{f_{xy}^0(t)dt}{X_1^+(t)(t-x)} = 0. \quad (15)$$

Здесь  $L_1^0 = [a, c^0] + [d^0, b]$ ;  $L_2^0 = [c^0, \lambda_2^0] + [\lambda_1^0, d^0]$ ;  $X_1^+(t) = \sqrt{(t-a)(b-t)}$ ;  $f_y^0(t) = \text{Re } f_0(t)$ ;  $f_{xy}^0(t) = \text{Im } f_0(t)$ .

Решение сингулярных интегральных уравнений (14) и (15) можно получить путем решения соответствующей задачи Римана [19]. Решая интегральное уравнение (14) с учетом ограниченности контактных напряжений на концах площадок контакта, получим формулу для вычисления нормальных напряжений  $p_y^{(0)}(x)$

$$p_y^{(0)}(x) = \frac{X_1^+(x)X_2^+(x)}{\pi^2} \int_{L_1^0+L_2^0} \frac{f_y^*(\tau)d\tau}{X_2^+(\tau)(\tau-x)}, \quad (16)$$

где  $X_2^+(x) = \sqrt{(x-a)(\lambda_1^0-x)(x-\lambda_2^0)(b-x)}$ ;  $f_y^*(\tau) = -\int_a^b \frac{(\sigma_{y0} + \sigma_y^0)dt}{X_1^+(t)(t-\tau)}$ .

Аналогично, решая сингулярное интегральное уравнение (15), получаем формулу для касательных контактных напряжений на участке сцепления берегов трещины в нулевом приближении

$$p_{xy}^{(0)}(x) = \frac{X_1^+(x)X_3^+(x)}{\pi^2} \int_{L_1^0} \frac{f_{xy}^*(\tau)d\tau}{X_3^+(\tau)(\tau-x)}, \quad (17)$$

где  $X_3^+(x) = \sqrt{(x-a)(c^0-x)(x-d^0)(b-x)}$ ;  $f_{xy}^*(x) = \int_{L_2^0} \frac{fp_y^{(0)}(t)}{X_1^+(t)(t-x)} dt - \int_a^b \frac{\tau_{xy0} + \tau_{xy}^0}{X_1^+(t)(t-x)} dt$ .

Для определения неизвестных параметров  $c^0$  и  $d^0$  в нулевом приближении имеем следующие уравнения:

$$\int_{L_1^0} \frac{t^{k-1} f_{xy}^*(t)dt}{X_3^+(t)} = 0, \quad k = 1, 2. \quad (18)$$

Необходимые интегралы, содержащие функции  $X^+(t)$ ,  $X_1^+(t)$ ,  $X_2^+(t)$  и  $X_3^+(t)$ , вычисляли приемом, предложенным акад. Н. И. Мухелишвили [18].

После нахождения компонент напряжений в нулевом приближении по полученным соотношениям находим функции  $N$  и  $T_t$ . Последовательность решения контактной задачи (6) в первом приближении аналогично решению контактной задачи нулевого приближения. Как и в нулевом приближении, для определения двух кусочно-аналитических функций  $\Phi_1(z)$  и  $\Omega_1(z)$  приходим к задаче линейного сопряжения, решение которой в классе всюду ограниченных функций имеет вид

$$\Phi_1(z) = \Omega_1(z) = \frac{\sqrt{(z-a)(z-b)}}{2\pi i} \int_a^b \frac{f_1(t)dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)(t-z)}}, \quad (19)$$

где  $f_1(t) = \begin{cases} (N - iT_t) & \text{при } y = 0, \lambda_2^1 \leq x \leq \lambda_1^1 \\ p_y^{(1)} - ip_{xy}^{(1)} + (N - iT_t) & \text{при } y = 0, a \leq x \leq c^1 \text{ и } d^1 \leq x \leq b \\ (1 + if) p_y^{(1)} + (N - iT_t) & \text{при } y = 0, c^1 \leq x \leq \lambda_2^1 \text{ и } \lambda_1^1 \leq x \leq d^1. \end{cases}$

Для нахождения неизвестных параметров  $\lambda_1^1$  и  $\lambda_2^1$  имеем два условия разрешимости граничной задачи первого приближения в классе всюду ограниченных функций

$$\int_a^b \frac{f_1(t)dt}{X^+(t)} = 0, \quad \int_a^b \frac{tf_1(t)}{X^+(t)} dt = 0. \quad (20)$$

В полученные соотношения (19) и (20) первого приближения входят неизвестные контактные напряжения  $p_y^{(1)}(x)$  и  $p_{xy}^{(1)}(x)$ . Повторяя, аналогично нулевому приближению, ход вывода интегральных уравнений относительно неизвестных функций  $p_y^{(1)}(x)$  и  $p_{xy}^{(1)}(x)$ , получим два сингулярных интегральных уравнения относительно неизвестных контактных напряжений  $p_y^{(1)}(x)$  и  $p_{xy}^{(1)}(x)$

$$\int_{L_1^1+L_2^1} \frac{p_y^{(1)}(t)dt}{X_1^+(t)(t-x)} + \int_a^b \frac{N(t)dt}{X_1^+(t)(t-x)} = 0, \quad (21)$$

$$\int_{L_1^1} \frac{p_{xy}^{(1)}(t)dt}{X_1^+(t)(t-x)} + \int_{L_2^1} \frac{fp_y^{(1)}(t)dt}{X_1^+(t)(t-x)} + \int_a^b \frac{T_t(t)dt}{X_1^+(t)(t-x)} = 0. \quad (22)$$

Здесь  $L_1^1 = [a, c^1] + [d^1, b]$ ,  $L_2^1 = [c^1, \lambda_2^1] + [\lambda_1^1, d^1]$ .

Решение сингулярных интегральных уравнений (21) и (22), как в нулевом приближении, можно получить путем решения соответствующей задачи Римана [19].

Решая сингулярные интегральные уравнения (21) и (22) с учетом ограниченности контактных напряжений на концах площадок контакта, находим формулы для вычислений нормальных  $p_y^{(1)}(x)$  и касательных  $p_{xy}^{(1)}(x)$  контактных напряжений

$$p_y^{(1)}(x) = \frac{X_1^+(x)X_2^+(x)}{\pi^2} \int_{L_1^1+L_2^1} \frac{f_y^1(t)dt}{X_2^+(\tau)(\tau-x)}, \quad p_{xy}^{(1)}(x) = \frac{X_1^+(x)X_3^+(x)}{\pi^2} \int_{L_1^1} \frac{f_{xy}^1(\tau)d\tau}{X_3^+(\tau)(\tau-x)}. \quad (23)$$

Здесь  $X_2^+(x) = \sqrt{(x-a)(\lambda_1^1-x)(x-\lambda_2^1)(b-x)}$ ;  $X_3^+(x) = \sqrt{(x-a)(c^1-x)(x-d^1)(b-x)}$ ;

$$f_y^1(\tau) = \int_a^b \frac{N(t)dt}{X_1^+(t)(t-\tau)}; \quad f_{xy}^1(\tau) = \int_{L_2^1} \frac{fp_y^{(1)}(t)dt}{X_1^+(t)(t-\tau)} + \int_a^b \frac{T_t(t)dt}{X_1^+(t)(t-\tau)}.$$

Для нахождения неизвестных величин  $c^1$  и  $d^1$  в первом приближении имеем уравнения

$$\int_{L_1^1} \frac{t^{k-1}T_t(t)}{X_3^+(t)} dt = 0, \quad k = 1, 2. \quad (24)$$

Окончательно, для контактных напряжений имеем

$$\begin{aligned} p_y(x) &= p_y^{(0)}(x) + \varepsilon p_y^{(1)}(x) && \text{на } L_1 + L_2, \\ p_{xy}(x) &= p_{xy}^{(0)}(x) + \varepsilon p_{xy}^{(1)}(x) && \text{на } L_1, \\ p_{xy}(x) &= fp_y(x) && \text{на } L_2. \end{aligned}$$

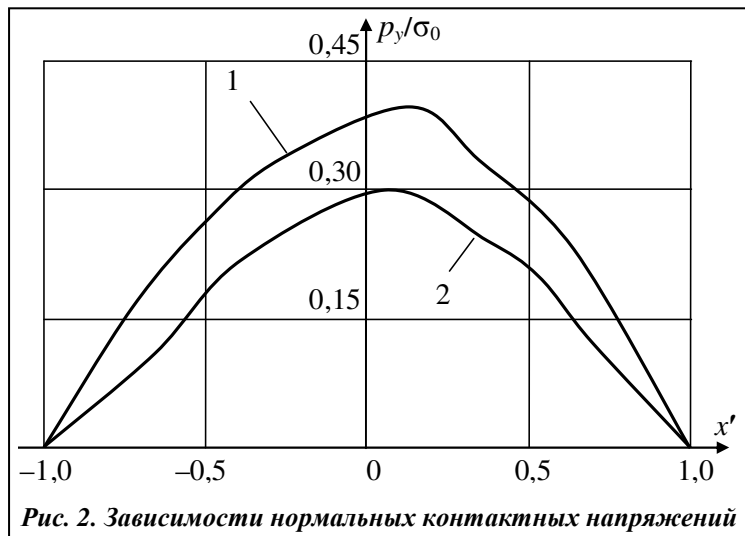


Рис. 2. Зависимости нормальных контактных напряжений

в протяженном объекте (конструкция) любого по величине и распределению теплового и термоупругого поля создает эффективные возможности изменения направления и торможения распространения трещины.

На рис. 2 представлены графики распределения нормальных контактных напряжений вдоль левой контактной зоны.

При расчетах были использованы безразмерные координаты  $x = \frac{a + \lambda_2}{2} + \frac{\lambda_1 - a}{2} x'$ . При этом приняты следующие параметры:  $f_* = 0,25$ ;  $\nu = 0,3$ ;  $t_* = \frac{4a_*t}{L_1^2}$ ;  $\frac{C_1}{L_1} = 0,4$ ;  $\frac{C_2}{L_2} = 0,3$ ;  $L_1 = L_2$ ;  $\frac{b-a}{R_0} = 0,05$ ;  $\frac{b-a}{R_0} = 0,02$  (кривые 1, 2 соответственно). Здесь  $R_0$  – характерный линейный размер листового элемента;  $\sigma_0$  – силовой фактор внешнего нагружения.

### Выводы

Предложена эффективная схема расчета контактных напряжений и напряженно-деформированного состояния листового элемента с частично закрытой криволинейной трещиной под действием внешнего неоднородного напряженного поля.

### Литература

1. Финкель, В. М. Физические основы торможения разрушения / В. М. Финкель. – М.: Металлургия, 1977. – 360 с.
2. Fan, H. Contact zone in an interfacial Zener–Stroh crack / H. Fan, Y. M. Sun, Z. M. Xiao // *Mechanics of Materials*. – 1998. – Vol. 30. – P. 151–159.
3. Kovtunenکو, V. A. Nonconvex problem for crack with nonpenetration / V. A. Kovtunenکو // *Z. Angew. Math. Mech.* – 2005. – Bd. 85. – S. 242–251.
4. Мирсалимов, В. М. Моделирование закрытия трещины со связями между берегами во втулке контактной пары / В. М. Мирсалимов // *Механика твердого тела*. – 2009. – № 2. – С. 78–92.
5. Мир-Салим-заде, М. В. Моделирование частичного закрытия трещин в перфорированной изотропной среде, усиленной регулярной системой стрингеров / М. В. Мир-Салим-заде // *Прикл. механика и техн. физика*. – 2010. – Т. 51, № 2. – С. 148–159.
6. Гасанов, Ш. Г. Когезионная трещина с частично контактирующими берегами в сечении дорожного покрытия / Ш. Г. Гасанов // *Механика машин, механизмов и материалов*. – 2012. – № 2 (19). – С. 58–64.
7. Мирсалимов, В. М. Моделирование частичного закрытия трещиновидной полости со связями между берегами в изотропной среде / В. М. Мирсалимов, Б. Э. Рустамов // *Прикл. механика и техн. физика*. – 2013. – Т. 54, № 6. – С. 181–190.
8. Мирсалимов, В. М. Точное решение контактной задачи о частичном взаимодействии берегов щели переменной ширины при действии температурного поля / В. М. Мирсалимов, А. Б. Мустафаев // *Пробл. машиностроения*. – 2014. – Т. 17, № 3. – С. 33–37.

9. *Elastic-plastic analysis of interaction between an interface and crack in bi-materials* / M. Belhouari, A. Amiri, A. Mehidí, K. Madani, B. Bel Abbes Bachir // *Int. J. Damage Mech.* – 2014. – Vol. 23. – P. 299–326.
10. *Мустафаев, А. Б.* Взаимодействие берегов щели переменной ширины при изгибе полосы (балки) под воздействием температурного поля / А. Б. Мустафаев // *Механика машин, механизмов и материалов.* – 2014. – № 3 (28). – С. 30–36.
11. *Мирсалимов, В. М.* Решение задачи о частичном контактировании берегов щели переменной ширины под действием температурного поля / В. М. Мирсалимов, А. Б. Мустафаев // *Физ.-хим. механика материалов.* – 2015. – Т. 51, № 1. – С. 86–92.
12. *Mirsalimov, V. M.* A contact problem on partial interaction of faces of a variable thickness slot under the influence of temperature field / V. M. Mirsalimov, A. B. Mustafayev // *Mechanika.* – 2015. – Vol. 21. – P. 19–22.
13. *Мир-Салим-заде, М. В.* Периодическая контактная задача для стрингерной пластины / М. В. Мир-Салим-заде // *Тяжелое машиностроение.* – 2015. – № 6. – С. 37–42.
14. *Мир-Салим-заде, М. В.* Закрытие щели, исходящей из контура кругового отверстия в стрингерной пластине / М. В. Мир-Салим-заде // *Вестн. Чуваш. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния.* – 2016. – № 1 (27). – С. 78–89.
15. *Mirsalimov, V. M.* Simulation of partial closure of a variable width slot with interfacial bonds in end zones in an isotropic medium / V. M. Mirsalimov // *Int. J. Damage Mech.* – 2016. – Vol. 25. – P. 266–279.
16. *Мир-Салим-заде, М. В.* Частичный контакт берегов щели переменной ширины в подкрепленной стрингерами пластине / М. В. Мир-Салим-заде // *Физ.-хим. механика материалов.* – 2016. – Т. 52, № 3. – С. 29–34.
17. *Mirsalimov, V. M.* Inhibition of a curvilinear bridged crack by induced thermoelastic stress field / V. M. Mirsalimov, A. B. Mustafayev // *J. Thermal Stresses.* – 2016. – Vol. 39. – P. 1301–1319.
18. *Мусхелишвили, Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н. И. Мусхелишвили – М.: Наука, 1966. – 707 с.
19. *Гахов, Ф. Д.* Краевые задачи / Ф. Д. Гахов. – М.: Наука, 1977. – 640 с.

Поступила в редакцию 01.11.16

<sup>1</sup> **М. Г. Шульженко**, д-р техн. наук

<sup>1</sup> **П. П. Гонтаровський**, канд. техн. наук

<sup>1</sup> **Н. Г. Гармаш**, канд. техн. наук

<sup>1</sup> **А. О. Глядя**

<sup>2</sup> **В. Л. Швецов**, канд. техн. наук

<sup>2</sup> **М. М. Гришин**, канд. техн. наук

<sup>2</sup> **О. М. Губський**

<sup>1</sup> Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, м. Харків, e-mail: shulzh@ipmach.kharkov.ua, garm\_n@mail.ru

<sup>2</sup> Публічне акціонерне товариство «Турбоатом», м. Харків, e-mail: shvetsov@turboatom.com.ua

**Ключові слова:** сейсмостійкість, турбоагрегат, фундамент, основа, акселерограма, стрижневий елемент, коливання.

## Вступ

Швидкий розвиток світової енергетики супроводжується будівництвом електростанцій у різних географічних зонах, у тому числі і в сейсмонебезпечних [1]. У зв'язку з цим висувуються вимоги до сейсмостійкості енергетичного обладнання – збереження його міцності, герметичності та працездатності при сейсмічних діях [2, 3]. При можливих землетрусах у системі турбоагрегат-фундамент-основа (ТФО) може відбуватися часткове руйнування фундаменту; вихід із ладу підшипників, кон-

УДК 539.3

## СЕЙСМОСТІЙКІСТЬ ТУРБОАГРЕГАТУ К-540-23,5/50

*Розглядається сейсмостійкість турбоагрегату К-540-23,5/50 з фундаментом із використанням створеної розрахункової методики оцінки коливань системи турбоагрегат-фундамент-основа. Розрахункова модель динамічної системи складається зі стрижнів і зосереджених мас з їх моментами інерції, що з'єднуються між собою жорстко або лінійними чи нелінійними пружно-демпферними елементами. Сейсмічне навантаження описується з використанням акселерограм реальних землетрусів. Наводяться результати для розрахункових схем різного рівня складності. Визначаються максимальні значення переміщень та навантажень найбільш відповідальних елементів системи.*

© М. Г. Шульженко, П. П. Гонтаровський, Н. Г. Гармаш, А. О. Глядя, В. Л. Швецов, М. М. Гришин, О. М. Губський, 2016