

¹ В. Е. Буданов, канд. физ.-мат. наук,

² О. В. Буданов

¹ Н. Н. Суслов, канд. физ.-мат. наук.

¹ Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН Украины
г. Харьков,

e-mail: shuben@ipmach.kharkov.ua

² Радиоастрономический институт,

НАН Украины, г. Харьков,

e-mail: o.budanov@gmail.com

Ключові слова: *эффект Аронова–Бома, принцип виртуальной работы.*

УДК 537.81

КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭФФЕКТА АРОНОВА–БОМА

Побудовано класичноелектродинамічну теорію ефекту Аронова–Бома, в якій використано принцип віртуальної роботи для встановлення сили, що діє на точковий заряд. Знайдено значення поперечного імпульсу, що набуває електрон, який пролітає повз нескінченно довгий соленоїд, відрізняється за знаком від відомого імпульсу, розрахованого квантомеханічним методом. Обґрунтовується необхідність у нових коректно здійснених експериментах.

Введение

Побудительной причиной к проведению исследований, описываемых в настоящей работе, явилось желание построить классикоэлектродинамическую теорию эффекта Аронова–Бома (ЭАБ). Этот эффект подробно описан в учебнике [1]; он состоит в том, что заряженная частица (электрон), пролетая рядом с очень длинной и очень тонкой намагниченной нитью, испытывает силовое воздействие несмотря на то, что на траектории частицы ни электрического, ни магнитного полей нет. Тот факт, что вокруг намагниченной нити существует ненулевой векторный потенциал, оказался достаточным, чтобы в 1959 г. появилось квантомеханическое объяснение этого эффекта Ароновым и Бомом (в [2], однако даются ссылки на работы 1939 и 1949 гг. других авторов, где этот эффект был предсказан, а, по мнению Фейнмана, [1], теория ЭАБ «была известна с самого начала возникновения квантовой механики, с 1926 г.»). Существовало почти общепринятое мнение, что упомянутый факт не подвластен классическому объяснению – ведь в формуле Лоренца для силового воздействия на заряженную частицу участвуют только электрическое и магнитное поля в точке нахождения этой частицы.

Но ведь в арсенале аксиом классической физики имеется принцип виртуальной работы, являющийся одной из граней принципа сохранения энергии и утверждающий, что если в некоторой совокупности электрически заряженных объектов с изменением расположения какого-либо объекта изменяется энергия названной совокупности, то на этот объект действует сила, вычисляемая через градиент энергии в точке его расположения.

Идея такого подхода к ЭАБ была высказана в [3]. Но попытки описать ЭАБ на языке классической физики предпринимались и ранее. Так, в обзорной статье [4] автор упоминает о существовании «альтернативных объяснений сдвига интерференционных полос», называя Timothy H. Boyer в числе наиболее активных исследователей ЭАБ, использующих полуклассические методы. Тем не менее, автор [4] считает, что «эти объяснения носят качественный характер».

В настоящей работе ЭАБ рассматривается с чисто классических позиций.

Итак, с одной стороны, формула Лоренца для силы, действующей на точечный заряд в статическом электромагнитном поле предсказывает отсутствие силового воздействия на электрон, пролетающий вблизи бесконечно длинного соленоида в плоскости, перпендикулярной его оси. Но, с другой стороны, потенциальная энергия системы соленоид – заряд, как очевидно, различна в разных точках траектории заряда – потому принцип виртуальной работы неизбежно предсказывает силовое воздействие соленоида на электрон, такое, чтобы изменение кинетической энергии электрона компенсировало изменение потенциальной энергии системы, т. е. закон сохранения энергии выполнялся неукоснительно.

Таким образом, есть все основания предполагать, что **сила Лоренца – это еще не вся сила, действующая на пробный заряд, находящийся вблизи некоторой системы неускоряемых зарядов: всю силу необходимо подсчитывать из принципа виртуальной работы.**

© В. Е. Буданов, О. В. Буданов, Н. Н. Суслов, 2016

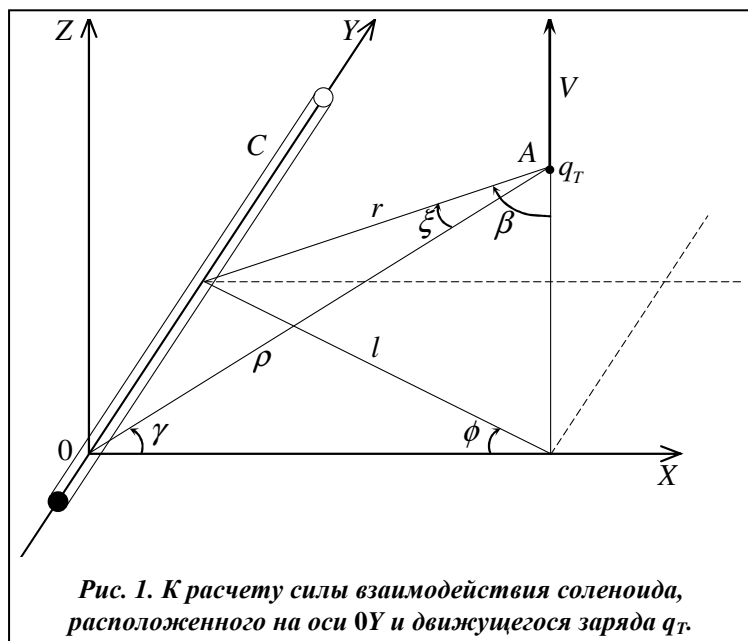


Рис. 1. К расчету силы взаимодействия соленоида, расположенного на оси OY и движущегося заряда q_T .

Заметим в качестве ответа на очевидный вопрос, что если два взаимодействующих объекта – неускоряемые точечные заряды, то принцип виртуальной работы дает тот же ответ, что и формула Лоренца.

Еще одно замечание. Может возникнуть вопрос, а почему поле в соленоиде оказывает силовое воздействие на движущийся вне соленоида (где поля нет) электрон? Ответ здесь точно такой же, как и на вопрос, а почему вообще взаимодействуют два заряженных точечных тела? Он следующий – по причине наличия зарядов на взаимодействующих телах и вследствие их соприкосновения – основания сказать что-либо более этого в рамках классической электродинамики отсутствуют так же, как и

основания не считать электромагнитные взаимодействия в классической физике дальнедействиями.

В том случае, когда электрическое \vec{E}_T и магнитное \vec{H}_T поля пробного точечного заряда так же как и поля другого заряженного объекта \vec{E}_c и \vec{H}_c , статические, отметим различие качества участия полей \vec{E}_c , \vec{H}_c и \vec{E}_T , \vec{H}_T в образовании силы, действующей на пробный заряд q_T . При лоренцевом подходе поля \vec{E}_T , \vec{H}_T – пассивны, силы задаются полями \vec{E}_c , \vec{H}_c , силы уже в них существуют, а пробный заряд лишь добавляет к ним множитель q_T .

При подходе, где используется принцип виртуальной работы, поля \vec{E}_c , \vec{H}_c и \vec{E}_T , \vec{H}_T совершенно равноправны в образовании сил взаимодействия; без полей пробного заряда в самих полях \vec{E}_c , \vec{H}_c сил еще нет.

Точечный заряд, пролетающий мимо длинного соленоида

Классикофизическое рассмотрение ЭАБ осуществим в приближении заданного поля в соленоиде. Это достигается тем, что в качестве модели соленоида служат вставленные один в другой два соосных тонкостенных соприкасающихся непроводящих круговых цилиндра, которые вращаются вокруг общей оси в противоположные стороны, будучи заряженными одинаковыми по абсолютной величине зарядами противоположного знака. Масса и жесткость цилиндров предполагаются такими, чтобы пролетающий мимо электрон не влиял на их вращение. Будем также считать, что изменение скорости заряда при его пролете рядом с соленоидом много меньше исходной скорости.

На рис. 1 изображена изложенная Фейнманом ситуация, в которой наблюдается ЭАБ – на этом рисунке, однако, отсутствует экран с двумя щелями, дифракция электронов на которых дает возможность количественных измерений при наблюдении ЭАБ.

Очень тонкий (по сравнению с расстоянием между щелями) и (для теоретического рассмотрения) бесконечно длинный соленоид поперечного сечения S расположен на оси OY; внутри него существует однородное магнитное поле $\vec{H}_c \{0, H_c, 0\}$. Вне соленоида $\vec{H}_c = 0$, а $\vec{E}_c = 0$ всюду.

Полная энергия системы соленоид-заряд состоит из энергии собственных полей \vec{E}_c , \vec{H}_c , \vec{E}_T , \vec{H}_T , которые не зависят от взаимного расположения заряда и соленоида и изменяющейся части – энергии соприкосновения, плотность которой, как показано в [5] дается формулой

$$u = -\epsilon_0 c^2 H_c H_T \cos \Theta^H, \tag{1}$$

где Θ^H – угол между векторами \vec{H}_c и \vec{H}_T .

Точечный заряд q_T имеет скорость $\vec{V}(0,0,V)$ ($V < c$) и в рассматриваемый момент времени находится в точке $A(x, 0, z)$.

Как известно, $\vec{H}_T = \frac{\vec{V} \times \vec{E}_T}{c^2}$; $\vec{E}_T = \frac{\vec{r}}{r^3} \frac{q_T}{4\pi\epsilon_0}$ (при $V < c$), поэтому, с учетом (1) и того, что для

данного случая $\cos \Theta^H = -\cos \phi$, имеем энергию соприсутствия

$$U^H = \frac{Q}{2} \int \frac{\sin \beta \cdot \cos \phi}{r^2} dy, \tag{2}$$

где $Q = \frac{H_c S V q_T}{2\pi}$.

Из рис. 1 нетрудно определить

$$\cos \phi = \frac{x}{l}, \quad l = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad \sin \beta = \frac{l}{r}.$$

Подставляя эти выражения в (2), получаем

$$U^H = \frac{Qx}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}}. \tag{3}$$

Обозначив $\rho^2 = x^2 + z^2$ и $x = \rho \cos \gamma$, $y = \rho \operatorname{tg} \xi$, имеем $dy = \frac{\rho d\xi}{\cos^2 \xi}$, и тогда из (3) получаем энергию соприсутствия

$$U^H = \frac{Q \cos \gamma}{2\rho} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \xi d\xi = \frac{Qx}{x^2 + z^2} = \frac{Q \cos \gamma}{\rho}. \tag{4}$$

Сила, действующая на точечный заряд, $\vec{F} = -\operatorname{grad} U^H$.

Составляющие силы \vec{F}

$$\begin{aligned} F_x &= -\frac{\partial U^H}{\partial x} = Q \frac{x^2 - z^2}{(x^2 + z^2)^2} = Q \frac{\cos 2\gamma \cos^2 \gamma}{x^2} = \frac{Q \cos 2\gamma}{\rho^2}, \\ F_z &= -\frac{\partial U^H}{\partial z} = Q \frac{2xz}{(x^2 + z^2)^2} = Q \frac{2 \sin \gamma \cos^3 \gamma}{x^2} = \frac{Q \sin 2\gamma}{\rho^2}. \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь γ – угол между осью OX и радиусом-вектором $\vec{\rho}$, соединяющим начало координат с точечным зарядом (рис. 2).

На этом рисунке штриховыми линиями обозначены две возможные траектории движения электрона, пролетающего через одну из щелей экрана, обозначенного на рисунке зачерненными полосами.

Отметим, что $F_x(x) = F_x(-x)$ и $F_z(x) = -F_z(-x)$.

Из рис. 2 видно, что $z = x \operatorname{tg} \gamma$, следовательно, $dz = \frac{x d\gamma}{\cos^2 \gamma}$.

На отрезке dz своей траектории, летящий со скоростью V электрон получает поперечный импульс $dP_x = F_x \frac{dz}{V}$, т. е. $dP_x = \frac{Q \cos 2\gamma}{V x} d\gamma$.

Пролетев сектор $\gamma_1 < \gamma < \gamma_2$, заряд приобретает поперечный импульс

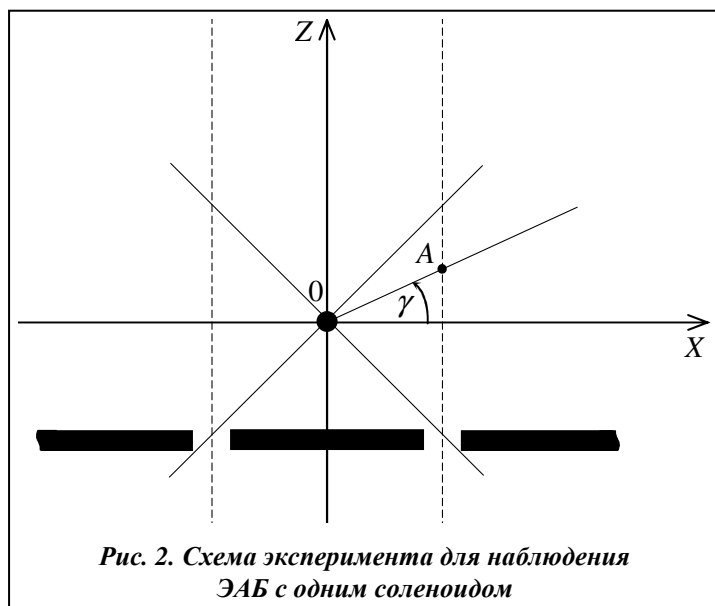


Рис. 2. Схема эксперимента для наблюдения ЭАБ с одним соленоидом

$$P_x(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{Q}{V_x} \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \cos 2\gamma d\gamma = \tag{6}$$

$$= \frac{Q}{2V_x} (\sin 2\gamma_2 - \sin 2\gamma_1).$$

В отсутствие экрана $\gamma_1 = -\pi/2$, $\gamma_2 = \pi/2$, следовательно, $P_x(-\pi/2, \pi/2) = 0$.

Заметим, что и добавка к продольному импульсу $P_z(-\pi/2, \pi/2) = 0$.

А вот если считать, что собственное поле точечного заряда до тех пор, пока он не пролетит сквозь одну из щелей, не принимает участия в образовании энергии соприсутствия (4), приобретаемый зарядом поперечный импульс (6) может быть ненулевым. Как очевидно, его максимальное значение достигается при $\gamma_1 = -\pi/4$ (по условию эксперимента по наблюдению ЭАБ

$\gamma_2 = \pi/2$)

$$P_x^{\max} = \frac{Q}{Va} = \frac{qH_c S}{2\pi a}, \tag{7}$$

здесь $a = 2|x|$ – расстояние между щелями экрана.

Кстати будет заметить, что рассмотрение ситуации с ЭАБ в той инерциальной системе отсчета, в которой электрон покоится, а соленоид движется (при этом внутри соленоида в соответствии с релятивистскими формулами преобразования полей магнитное поле порождает электрическое поле), приводит к точно такому же (с точностью до V^2/c^2) значению поперечного импульса P_x^{\max} .

Для того чтобы провести количественное сравнение импульса (7) с тем его значением, которое получается из квантовомеханической теории (к ней не прибегая), воспользуемся результатами мысленного эксперимента, которые приводит Фейнман в [1]. Там он показал, что квантовомеханический подход дает то же значение поперечного импульса, что и классикомеханический, если ситуацию

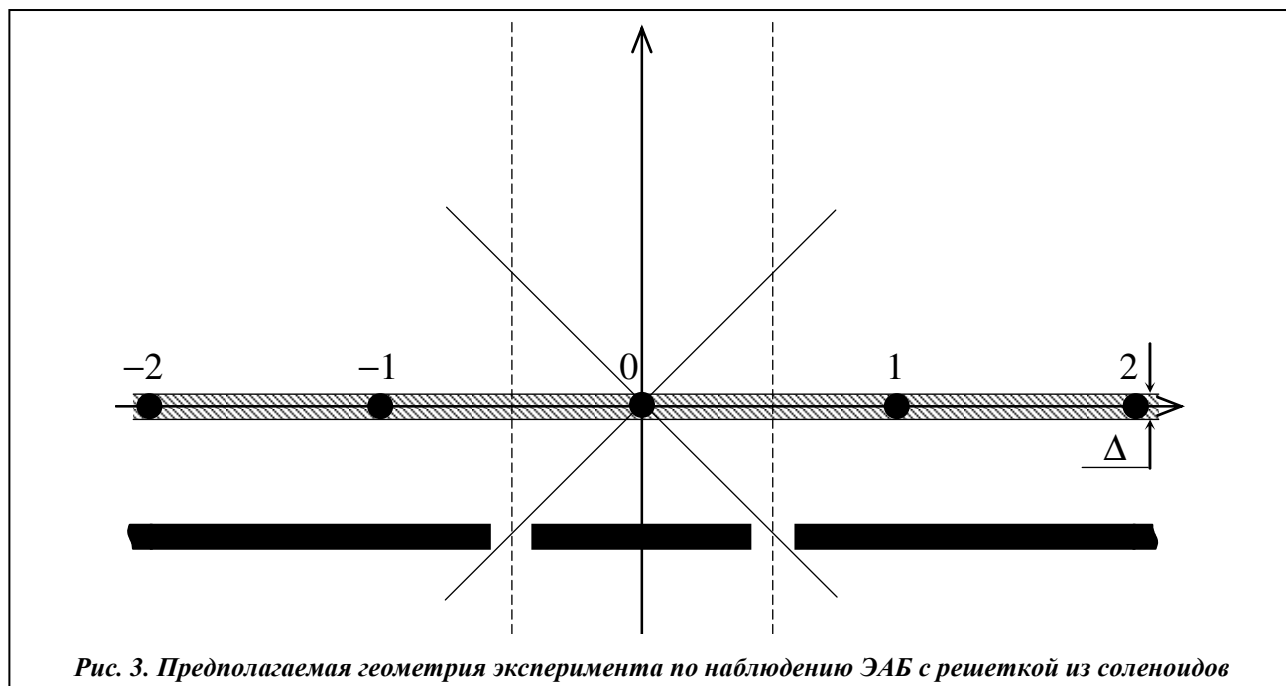


Рис. 3. Предполагаемая геометрия эксперимента по наблюдению ЭАБ с решеткой из соленоидов

изменить следующим образом. Вместо тонкой намагниченной нити необходимо над всем экраном разместить тонкую полоску толщиной Δ (заштрихована на рис. 3) магнитного поля такой напряженности $\vec{H}^K \{0, H^K, 0\}$, чтобы произведение $H^K a \Delta$ было равно $H_c S$ из (7).

Тогда $\vec{F}^K = q(\vec{V} \times \vec{H}^K)$ и

$$P_x^K = -F_x^K \frac{\Delta}{V} = -q \frac{H^K a \Delta}{a}. \quad (8)$$

Произведение $H^K a \Delta$ в (8), как и $H_c S$ в (7), означает поток вектора магнитного поля над экраном в пространстве между щелями.

На первый взгляд ситуация со сравнением (7) и (8) кажется проигрышной для (7): мало того, что по абсолютной величине значение поперечного импульса P_x^K в 2π раз превосходит P_x^{\max} , так еще и знак P_x^{\max} получился противоположным знаку P_x^K . Однако проанализируем сложившийся дисбаланс.

Во-первых, P_x^K из (8) – это поперечный импульс, сообщаемый точечному заряду при пересечении ним тонкого слоя магнитного поля, расположенного над всем экраном, а P_x^{\max} из (7) получился от воздействия лишь одного тонкого цилиндра, расположенного над экраном посередине между щелями.

Поэтому геометрически ситуации, имевшие место при выводе (7) и (8), будут более адекватны друг другу, если, к примеру, при выводе (7) рассматривать не один цилиндр с потоком вектора $H_c S$, а решетку из таких цилиндров с периодом a – рис. 3. Тогда электрон, пролетевший, скажем, через левую щель, получит от цилиндра с номером 0 импульс (7), но столько же он получит и от цилиндра с номером -1 ; почти столько же – от цилиндров с номерами -2 и 1 . Продолжив этот учет, мы обнаружим уже не столь разительное отличие модулей импульсов, посчитанных с помощью (7) и (8).

Во-вторых, для физики, как естественной науки, истиной в последней инстанции являются результаты корректно поставленных экспериментов – таких экспериментов для ЭАБ до сих пор поставить не удалось. Трудности изготовления и размещения сверхминиатюрных элементов конструкции экспериментального прибора, обладающих размерами, адекватными тем, что присутствовали в теории, до сих пор не вполне преодолены.

Вот мнения некоторых исследователей по поводу корректности поставленных экспериментов по наблюдению ЭАБ.

В [1] Фейнман не высказывался на эту тему.

Автор [6] констатирует: «сами Аронов и Бом признают, что ни один из экспериментов не является еще вполне чистым». Тем не менее, анализируя эксперименты Чемберса, Фейнберг заключает: «Следовательно, опыт нельзя считать доказательным. Однако сомневаться в положительном результате трудно». Непонятна логическая связь между этими следующими одна за другой фразами.

В [2] и [4] эксперименты Тономуры названы «убедительными», но физические условия в этих экспериментах значительно отличаются от тех, при которых по изложенной Фейнманом схеме вычислялся импульс (7).

Так что с учетом высказанных оценок экспериментам по ЭАБ различие в знаках импульсов (7) и (8) уже не кажется уничижающим приговором для (7), но и (8) уже не представляется безупречным. По крайней мере, до получения результатов корректно поставленных экспериментов хотя бы с тремя соленоидами, о которых речь шла выше. И если обнаружится влияние соленоидов с номерами -1 и $+1$ на траекторию электрона (по квантовой теории, эти соленоиды не влияют на электрон), то этим будет поколеблена не только монополия квантовой механики на объяснение ЭАБ. Упомянутым экспериментом будет добавлено убедительности, если будет обеспечена возможность независимого изменения направления и величины магнитного поля в соленоидах.

Заключение

Вопреки словам Фейнмана [1] о том, что вслед за теоретическим предсказанием ЭАБ «кое-кто счел нужным поставить опыт и убедиться, что все это действительно так», проблему ЭАБ, однако, нельзя считать решенной: «литература, посвященная ЭАБ, насчитывает тысячи наименований» [4]. Одной из главных причин этого, по мнению автора [4], является некорректность поставленных экспериментов; постоянно предлагаются (но не осуществляются) все новые эксперименты, которые «могут, на наш взгляд, устранить упомянутые сомнения в существовании ЭАБ» [4]. Подчеркнем, что осуществленные эксперименты не могут пока даже «устранить сомнения в существовании ЭАБ».

Как и в [2], [6], не прекращаются дискуссии о природе ЭАБ и векторного потенциала; усложняются геометрии объектов, в которых локализованы поля и совершенствуются методы расчета взаимодействия волновых функций заряженных частиц с упомянутыми объектами; множатся попытки доказательства несуществования ЭАБ.

В настоящей работе сделана попытка описать ЭАБ исключительно на основе классических законов, два из которых были приведены в соответствие с принципом сохранения энергии. Отличие в знаках смещения интерференционных полос, предсказываемое квантовой и классической теориями, может быть устранено, если установленный в [5] факт отрицательности энергии магнитостатического поля повлечет за собой изменение знака в квантовой теории ЭАБ. Но в любом случае истинное смещение интерференционной картины может быть установлено только экспериментально. И если при этом будут узаконены предсказания построенной здесь классической теории ЭАБ, то этим будет подтвержден приоритет принципа виртуальной работы для определения действующей на пробный заряд силы по сравнению с формулой Лоренца.

В заключение отметим, что предварительные результаты по затронутой здесь тематике опубликованы в [7].

Литература

1. *Фейнман, Р.* Фейнмановские лекции по физике: В 10-ти т. / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – М.: Мир, 1965. – Т. 6. – 343 с.
2. *Чирков, А. Г.* О природе эффекта Ааронова-Бома / А. Г. Чирков, А. Н. Агеев // Журн. техн. физики. – 2001. – Т. 71, вып. 2. – С. 16–22.
3. *Буданов, В. Е.* Об одной эквивалентной формулировке оснований электродинамики Фарадея–Максвелла. – Харьков, 1992. – 47 с. (Препр. / НАН Украины. Ин-т пробл. машиностроения, № 362).
4. *Афанасьев, Г. Н.* Старые и новые проблемы в теории эффекта Ааронова–Бома // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – 1990. – Т. 21, вып. 1. – С. 172–250.
5. *Буданов, В. Е.,* Об энергии магнитостатического поля / В. Е. Буданов, О. В. Буданов, Н. Н. Суслов // Пробл. машиностроения. – 2016. – Т. 19, № 2. – С. 37–43.
6. *Фейнберг, Е. Л.* Об «особой роли» электромагнитных потенциалов в квантовой механике // Усп. физ. наук. – 1962. – Т. LXXVIII, вып. 1 – С. 53–64.
7. *Буданов, В. Е.* Принцип виртуальной работы в теории эффекта Аронова–Бома / В. Е. Буданов, О. В. Буданов – Харьков. – 2011. – 24 с. – (Препринт / НАН Украины. Ин-т пробл. машиностроения им. А. Н. Подгорного, № 404).

Поступила в редакцию 06.08.16