

**Martynenko V.G., Ulianov Yu.N.** Modernization of an Experimental Installation and a Procedure for Investigating the Anisotropic Viscoelastic Properties of Composite Materials at Elevated Temperatures ..... 3–11

*The paper describes the process of modernizing the existing installation designed for performing long-term tests of steel and aluminum cylindrical specimens for high-temperature creep with the purpose of conducting the experimental studies of the anisotropic strength and viscoelastic characteristics of planar composite specimens at elevated temperatures. In view of the differences in the approaches to finding the mechanical properties of metals and composite materials, the modernization required that special methods be developed for its implementation. In order to achieve the objective set, a scheme for reconstructing the specimen holders in the experimental installation was proposed, as well as the method of fixing them, implementing uniaxial stress-stain state and enabling one to avoid stress concentration where the grippers are used. The specimens for the experiment were cut out in accordance with their optimal shape from one sheet of orthogonally reinforced composite material at different angles to the reinforcement direction, which allowed obtaining their anisotropic mechanical properties. The preparation of the specimens for conducting the experimental study was performed in accordance with international standards, which ensured the accuracy of obtaining the desired mechanical quantities. The developed, designed and built automatic temperature control block for the electric furnace allowed maintaining elevated temperature with a sufficiently small error during its long use, which was necessary for studying the mechanical properties of composite specimens, as well as regulating the heating temperature in a given range. When performing a series of experiments, an optimal temperature was chosen that was higher than the glass transition temperature of the composite material and lower than its phase transition temperature. Its observance made it possible to measure the viscoelastic properties of the composite with a high accuracy when the relaxation time reached half of the measuring period and guarantee a complete construction of creep curves. Conducting the experimental study of the instantaneous and long-term mechanical properties demonstrated the effectiveness of the improvements made for the experimental installation, as applied to the realization of such experiments. The developed procedure can be used for finding the anisotropic viscoelastic properties of the composite materials dependent on time and temperature, as well as setting the level of anisotropy of such properties for its subsequent consideration in the mathematical models of the mechanical behaviour of structural and installation elements made of composite materials.*

**Keywords:** anisotropic viscoelasticity, composite material, experimental investigation, elevated temperature, relaxation curve.

Описано процес модернізації існуючої установки, призначеної для проведення довготривалих випробувань сталевих та алюмінієвих циліндрических зразків на високотемпературну повзучість, під експериментальні дослідження анізотропних міцнісних та в'язкопружиних характеристик плоских композиційних зразків при підвищених температурах. Для реалізації даної мети була запропонована схема перебудови тримачів зразків в експериментальній машині, а також метод їх кріплення. Зразки для проведення експерименту були вирізані у відповідності до оптимальної їх форми з одного листа ортогонально армованого композиційного матеріалу під різними кутами до напрямків армування, що дозволило отримувати їхні анізотропні механічні властивості. Підготовка зразків до проведення експериментального дослідження була виконана у відповідності до міжнародних стандартів, що забезпечило точність отримання шукомих величин. Розроблений, спроектований та побудований блок автоматичного регулювання температурного режиму електропечі дозволив підтримувати підвищену температуру у порівняно вузькому діапазоні при довготривалій її роботі, що було необхідно для дослідження механічних властивостей композиційних зразків, а також регулювати температуру нагріву у заданому діапазоні. При виконанні серії експериментів була обрана оптимальна температура, що є вищою за температуру склування композиційного матеріалу та нижчою за його температуру фазового переходу. Її дотримання дозволило вимірювати в'язкопружинні властивості композиту із високою точністю при досягненні часу релаксації за половину періоду вимірювань та гарантувати повну побудову кривих повзучості. Проведення експериментального дослідження міттєвих та тривалих механічних властивостей продемонструвало ефективність вдоскональень, виконаних для експериментальної установки, для реалізації такого роду експериментів.

**Ключові слова:** анізотропна в'язкопружинність, композиційний матеріал, експериментальне дослідження, підвищена температура, крива релаксації.

#### References

1. Lubin, G. (Ed.) (1988). Spravochnik po kompozitsionnym materialam [Handbook of Composite Materials]. Moscow: Mashinostroyeniye (in Russian).

2. Karpinos, D.M. (1985). Kompozitsionnye materialy. Spravochnik [Composite Materials. Directory]. Kyiv: Naukova dumka (in Russian).
3. Kravchuk, A.S., Mayboroda, V.P. & Urzhumtsev, Yu.S. (1985). Mekhanika polimernykh i kompozitsionnykh materialov [Mechanics of Polymer and Composite Materials]. Moscow: Nauka (in Russian).
4. Kapitonov, A.M & Redkin, V.Ye. (2013). Fiziko-mekhanicheskie svoystva kompozitsionnykh materialov [Physico-Mechanical Properties of Composite Materials. Elastic Properties]. Krasnoyarsk: Siberian Federal University Publ. (in Russian).
5. Poberdrya, B.Ye. (1984). Mekhanika kompozitsionnykh materialov [Mechanics of Composite Materials]. Moscow: Moscow University Publ. (in Russian).
6. Ward, I. (1975). Mekhanicheskie svoystva tverdykh polimerov [Mechanical Properties of Solid Polymers]. Moscow: Khimiya (in Russian).
7. Shen, M. (1974). Vyazkouprugaya relaksatsiya v polimerakh [Viscoelastic Relaxation in Polymers]. Moscow: Mir (in Russian).
8. Christensen, R.M. (1974). Vvedenie v teoriyu vyazkouprugosti [Introduction to the Theory of Viscoelasticity]. Moscow: Mir (in Russian).
9. Adamov, A.A. & Matveenko, V.P. (2003). Metody prikladnoy vyazkouprugosti [Methods of Applied Viscoelasticity]. Ekaterinburg: UB RAS Publ. (in Russian).
10. Abot, J., Yasmin, A. & Jacobsen, A. (2004). In-Plane Mechanical, Thermal and Viscoelastic Properties of a Satin Fabric Carbon/Epoxy Composite. Compos. Sci. Technol., Vol. 64, pp. 263–268. doi: [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(03\)00279-3](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(03)00279-3)
11. Chan, A., Liu, X.L. & Chiu, W.K. (2006). Viscoelastic Interlaminar Shear Modulus of Fibre Reinforced Composites. Compos. Struct., Vol. 75, pp. 185–191. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2006.04.058>
12. Guojun, H. A Theoretical and Numerical Study of Crack Propagation Along a Bimaterial Interface with Applications to IC Packaging: a thesis ... doctor of philosophy in engineering (Doctor thesis). National University of Singapore. 2006.
13. Silva, P., Valente, T. & Azenha, M. (2017). Viscoelastic Response of an Epoxy Adhesive for Construction since Its Early Ages: Experiments and Modelling. Compos. Part B Eng., Vol. 116, pp. 266–277. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.10.047>
14. Seifert, O. E., Schumacher, S. C. & Hansen, A. C. (2003). Viscoelastic Properties of a Glass Fabric Composite at Elevated Temperatures: Experimental and Numerical Results. Compos. Part B. Eng., Vol. 34, pp. 571–586. doi: [https://doi.org/10.1016/S1359-8368\(03\)00078-7](https://doi.org/10.1016/S1359-8368(03)00078-7)
15. Ciambella, J., Paolone, A. & Vidoli, S. (2010). A Comparison of Nonlinear Integral-Based Viscoelastic Models Through Compression Tests on Filled Rubber. Mech. Mater., Vol. 42, pp. 932–944. doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2010.07.007>
16. Stanier, D.C., Patil, A.J. & Sriwong, C. (2014). The Reinforcement Effect of Exfoliated Graphene Oxide Nano-platelets on the Mechanical and Viscoelastic Properties of Natural Rubber. Compos. Sci. Technol., Vol. 95, pp. 59–66. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2014.02.007>
17. Shrotriya, P. & Sottos, N. (2004). Viscoelastic Response of Woven Composite Substrates. Compos. Sci. Technol., Vol. 65, pp. 621–634. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2004.09.002>
18. Park, S. J., Liechti, K. M. & Roy, S. (2004). Simplified Bulk Experiments and Hygrothermal Nonlinear Viscoelasticity. Mech. Time-Dependent Mater., Vol. 8, pp. 303–344. doi: <https://doi.org/10.1007/s11043-004-0942-3>
19. Tzeng, J. T., Emerson, R. P. & O'Brien, D. J. (2012). Viscoelasticity Analysis and Experimental Validation of Anisotropic Composite Overwrap Cylinders. Mech. Solids, Struct. Fluids, ASME, Vol. 8, pp. 1–8. doi: <https://doi.org/10.1115/IMECE2012-87818>
20. Kluev, V. (1982). Ispytatelnaya tekhnika: Spravochnik [Testing Equipment: Hanbook]. Moscow: Mashinostroyeniye (in Russian).
21. Sathishkumar, T., Satheeshkumar, S. & Naveen, J. (2014). Glass Fiber-Reinforced Polymer Composites – a Review. J. Reinf. Plast. Compos., Vol. 33, pp. 1258–1275. doi: <https://doi.org/10.1177/0731684414530790>
22. Stickel, J. M. & Nagarajan, M. (2012). Glass Fiber-reinforced Composites: From Formulation to Application. Int. J. Appl. Glas. Sci., Vol. 3, pp. 122–136. doi: <https://doi.org/10.1111/j.2041-1294.2012.00090.x>
23. Yaminini, S. & Young, R. J. (1980). The Mechanical Properties of Epoxy Resins. J. Mater. Sci., Vol. 15, pp. 1823–1831. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00550603>
24. Jordan, J. L. & Foley, J. L. (2008). Mechanical Properties of Epon 826/DEA Epoxy. Mech. Time-Dependent Mater., Vol. 12, pp. 249–272. doi: <https://doi.org/10.1007/s11043-008-9061-x>
25. Ou, Y., Zhu, D., Zhang, H., Huang, L., Yao, Y. & Li, G. (2016). Mechanical Characterization of the Tensile Properties of Glass Fiber and Its Reinforced Polymer (GFRP) Composite Under Varying Strain Rates and Temperatures. Polymers., Vol. 8, pp. 1–16. doi: <https://doi.org/10.3390/polym8050196>
26. Dogan, A. & Atas, C. (2016). Variation of the Mechanical Properties of E-Glass/Epoxy Composites Subjected to

## ABSTRACTS AND REFERENCES

---

- Hygrothermal Aging. J. Compos. Mater., Vol. 50, pp. 637–646. doi: <https://doi.org/10.1177/0021998315580451>
27. Ferry, J. D. (1980). Viscoelastic Properties of Polymers. John Wiley & Sons.
28. ASTM D618-13 (2013). Standard Practice for Conditioning Plastics for Testing. Am. Soc. Test. Mater. doi: <https://doi.org/10.1520/D0618>
29. ASTM D638-14 (2014). Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics. Am. Soc. Test. Mater. doi: <https://doi.org/10.1520/D0638-14>
30. ASTM D2990-17 (2017). Standard Test Methods for Tensile, Compressive, and Flexural Creep and Creep-Rupture of Plastics. Am. Soc. Test. Mater. doi: <https://doi.org/10.1520/D2990-17>
31. ASTM D3039/D3039M-17 (2017). Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials. Am. Soc. Test. Mater. doi: [https://doi.org/10.1520/D3039\\_D3039M-17](https://doi.org/10.1520/D3039_D3039M-17)

**Miroshnikov V.Yu.** First Basic Elasticity Theory Problem in a Half-Space with Several Parallel Round Cylindrical Cavities ..... 12–18

*When designing different kinds of structures and forecasting the strength of mine workings in rock and geotechnical mechanics, there occur problems in which it is necessary to know the stress-strain state of a half-space with cylindrical cavities and take into account the mutual influence of the cavities and the half-space boundaries. The article gives an analytical and numerical solution to the first main spatial problem of the theory of elasticity (stresses are specified on boundaries) for a homogeneous half-space with several circular cylindrical cavities parallel to each other and the boundary of the half-space. The specified stresses are assumed to rapidly decay to zero at great distances from the origin of coordinates, on the boundaries of the cavities at coordinates z and on the boundary of the half-space at coordinates z and x. To solve the problem, the generalized Fourier method is used in relation to a system of the Lame equations in the cylindrical coordinates associated with the cylinders, and the Cartesian coordinates related to the half-space. For transition between the basic solutions of the Lame equation, special formulas for transition between local cylindrical coordinate systems and between the Cartesian and cylindrical coordinate systems were used. Infinite systems of linear algebraic equations for which the problem is reduced is solved by the truncation method. As a result, displacements and stresses were found in an elastic body. As an example, a detailed numerical analysis of the stress-strain state for two parallel cylindrical cavities in a half-space at various values of the geometric parameters of the problem is given. The graphs given show a picture of the distribution of stresses in a body in the most interesting zones and illustrate the mutual influence of cylindrical cavities as well as the mutual influence of a half-space and cylindrical cavities, depending on the geometric parameters of the problem.*

**Keywords:** cylindrical cavities in a half-space, Lame equations, generalised Fourier method.

*Під час проектування різного роду конструкцій, прогнозування міцності гірських виробок в механіці гірських порід і геотехнічній механіці зустрічаються задачі, в яких необхідно знати напружено-деформований стан півпростору з циліндричними порожнинами та враховувати взаємний вплив порожнин та межі півпростору. В статті наведено аналітико-чисельний розв'язок першої основної просторової задачі теорії пружності (на межах задані напруження) для однорідного півпростору з декількома паралельними між собою і межею півпростору кругових циліндричних порожнин. Задані напруження вважаються такими, що швидко спадають до нуля на межах порожнин по координатах z, на межі півпростору по координатах z та x на далеких відстанях від початку координат. Для розв'язання задачі використано узагальнений метод Фур'є стосовно системи рівнянь Ламе в циліндричних координатах, пов'язаних із циліндрами, та декартових координатах, пов'язаних з півпростором. Для переходу між базисними розв'язками рівняння Ламе були використані особливі формули переходу між локальними циліндричними системами координат та між декартовою і циліндричними системами координат. Нескінчені системи лінійних алгебраїчних рівнянь, до яких зведено проблему, розв'язано методом зрізання. В результаті було знайдено переміщення та напруження в пружному тілі. Як приклад наведено докладний числовий аналіз напружено-деформованого стану для двох паралельних циліндричних порожнин у півпросторі за різних значень геометричних параметрів задачі. Наведені графіки дають картину розподілу напружень в тілі у найбільш цікавих зонах, уявлення про взаємний вплив циліндричних порожнин та взаємний вплив межі півпростору і циліндричних порожнин в залежності від геометричних параметрів задачі.*

**Ключові слова:** циліндричні порожнини в півпросторі, рівняння Ламе, узагальнений метод Фур'є.

### References

1. Podil'chuk, Yu.N. (1979). Prostranstvennye zadachi teorii uprugosti [Spatial Problems in the Theory of Elasticity]. Kyiv: Nauk. Dumka Publishers (in Russian).

2. Grinchenko, V. T. and Ulitko, A. F. (1985). Prostranstvennye zadachi teorii uprugosti i plastichnosti. Ravnovesie uprugikh tel kanonicheskoy formy [Spatial Problems in the Theory of Elasticity and Plasticity. Equilibrium of Elastic Bodies of Canonical Form]. Kyiv: Nauk. Dumka Publishers (in Russian).
3. Ulitko, A. F. (1979). Metod sobstvennykh vektornykh funktsiy v prostranstvennykh zadachakh teorii uprugosti [Method of Vector Eigen Functions in Spatial Problems in the Theory of Elasticity]. Kyiv: Nauk. Dumka Publishers (in Russian).
4. Ufland, Ya.S. (1967). Integralnye preobrazovaniya v zadachakh teorii uprugosti [Integral Transforms in the Problems in the Theory of Elasticity]. Leningrad: Nauka Publishers (in Russian).
5. Huz', A. N., Chernyshenko, I. S. and Shnerenko, K. I. (1970). Sfericheskie dnishcha, oslablennye otverstiyami [Spherical Bottoms Weakened by Holes]. Kyiv: Nauk. Dumka Publishers (in Russian).
6. Huz', A. N. and Golovchan, V. T. (1972). Difraktsiya uprugikh voln v mnogosvyaznykh telakh [Diffraction of Elastic Waves in Multiply-Connected Bodies]. Kyiv: Nauk. Dumka Publishers (in Russian).
7. Nikolayev, O. G. (1997). Uzahalnenyi metod Furie v prostorovykh zadachakh teorii pruzhnosti dlia kanonichnykh bahatozviazkovykh til [The Generalised Fourier Method for Spatial Problems in the Theory of Elasticity for Canonical Multiply-Connected Bodies] (Author's Abstract. Diss. Doc. Phys.-Math. Sci.), Dnipropetrovsk. Ukraine (in Ukrainian).
8. Nikolayev, A. G. and Protsenko, V. S. (2011). Obobshchennyy metod Fourier v prostranstvennykh zadachakh teorii uprugosti [The Generalised Fourier Method for Spatial Problems in the Theory of Elasticity]. Kharkiv. N.Ye. Zhukovskii National Aerospace University 'KhAI' (in Russian).
9. Miroshnikov, V.Yu. (2017). Persha osnovna zadacha teorii pruzhnosti v prostori z N paralelnymy kruhovymi tsylindrychnymi porozhnynamy. Problemy Mashynostroyenia [The First Basic Problem in the Theory of Elasticity in Space with N Parallel Round Cylindrical Cavities. Mechanical Engineering Problems]. Vol. 20, No. 4. pp. 45–52 (in Ukrainian).
10. Miroshnikov, V. Yu. (2017). On Computation of the Stress-Strain State of a Space Weakened by a System of Parallel Circular Cylindrical Cavities with Different Edge Conditions. Science and Practice: A New Level of Integration in the Modern World. 4<sup>th</sup> Intern. Conf. Proc. Scope Academic House. Sheffield, (pp. 77–83), UK.
11. Shcherbakova, Yu. A., Shekhvatova, Ye. M. (2015). Sravnitelnyy analiz NDS mnogosvyaznykh transversalno-izotropnykh tel s razlichnymi uprugimi kharakteristikami [Comparative Analysis of the Stress-Strain State of Multiply-Connected Transverse-Isotropic Bodies with Different Elastic Characteristics]. Visnyk Zaporizhskoho Natsional'noho Universytetu [Bull. of Zaporizhia National University]. Zaporizhia. Issue 2, pp. 253–261 (in Russian).
12. Nikolayev, A. G., Shcherbakova, Yu. A. (2009). Apparat i prilozheniya obobshchennogo metoda Fure dlya transversalno-izotropnykh tel, ogranicennykh ploskostyu i paraboloidom vrashcheniy. Mat. metodi ta fiz.-mekh. polya. [Apparatus and Applications of the Generalised Fourier Method for Transverse-Isotropic Bodies Bounded by a Plane and a Paraboloid of Revolution. [Math. Methods and Phys.-Mech. of a Field], Vol. 52, No. 3, pp. 160–169 (in Russian).
13. Nikolayev, A. G., Shcherbakova, Yu. A. (2010). Obosnovanie metoda Fure v osesimmetrichnykh zadachakh teorii uprugosti dlya transversalno-izotropnykh tel, ogranicennykh poverkhnostyu paraboloida. Otkrytie informatsionnye i kompyuternye integrirovannye tekhnologii [Substantiation of the Fourier Method in Asymmetrical Problems in the Theory of Elasticity for Transverse-Isotropic Bodies Bounded by a Paraboloid Surface. Open Informational and Computer-Aided Integrated Technologies]: Proc. Kharkiv. N.Ye. Zhukovskii National Aerospace University 'KhAI', Issue 48, pp. 180–190 (in Russian).
14. Nikolayev, A. G., Shcherbakova, A. Yu, and Yukhno, A. I. (2006). Deystvie sosredotochennoy sily na transversalno-izotropnoe poluprostranstvo s paraboloidalnym vklyucheniem. Voprosy proektirovaniya i proizvodstva konstruktsiy letatelnykh apparatov [Action of a Lumped Force on a Transverse-Isotropic Half-Space with a Paraboloid Containment. Design and Production of Aircraft Constructions]. Proc. N.Ye. Zhukovskii National Aerospace University 'KhAI'. Kharkiv. NAKU, Issue 2 (45), pp. 47–51 (in Russian).
15. Nikolayev, A. G., Orlov, Ye. M. (2012). Reshenie pervoy osesimmetrichnoy termouprugoy kraevoy zadachi dlya transversalno-izotropnogo poluprostranstva so sferoidalnoy polostyu. Problemi obchisllyuvalnoi mehaniki i mitsnosti konstruktsiy [Solution of the first Axisymmetric Thermal Elasticity Boundary Value Problem for a Transverse-Isotropic Half-Space with a Spheroidal Cavity. Computational Mechanics and Strength of Constructions]. Dnipro. O. Honchara Dnipropetrovsk National University, Issue 20, pp. 253–259 (in Russian).
16. Protsenko, V. S., Ukrainets, N. A. (2015). Primenenie obobshchennogo metoda Fourier k resheniyu pervoy osnovnoy zadachi teorii uprugosti v poluprostranstve s tsilindrcheskoy polostyu. Visnyk Zaporizhskoho Natsional'noho Universytetu [Application of the Generalised Fourier Method to Solving the First Basic Problem in the Theory of Elasticity in a Half-Space with a Cylindrical Cavity. Bull. of Zaporizhia National University]. Zaporizhia, Issue 2, pp. 193–202 (in Russian).

## ABSTRACTS AND REFERENCES

---

Tretiak O. V. Mathematical Simulation of Thermal Condition of a Brush Contact Device in a Three-Dimensional Setting .....	19–24
---	-------

A detailed review of the existing design of brush contact devices for 200 MW to 600 MW turbo-generators is performed. The peculiarities of brush contact devices working in tandem with turbo-generators of various firms are considered. The main causes of damage are indicated and the ways of development and improvement of the existing design are indicated. An analysis of the methods of calculating heat releases in a brush contact device caused by heat releases of different nature was performed. The most optimal variant of estimation of the influence of a contact spot and quality of brushes on the value of heat releases is specified. The possibility of performing a three-dimensional computation, using the results of the analytical computation together with the CFD method, is shown. For the first time, a computation was performed and an improved method was developed for determining the thermal state of a brush contact device for high and medium-power turbo-generators. It is shown that the temperature values obtained as a result of simulating the thermal state of a brush contact device in the SolidWorks Flow Simulation environment meet the requirements for newly designed electric machines. As criteria for the convergence of the solution, the following values for volume were chosen: minimum, average, and maximum static pressure, average mass flow rate; average heat flux on the indicated surfaces. The calculation was performed until the convergence criterion was reached and at least three purges of the computation area were executed. The calculated error does not exceed the measuring error, which makes it possible to evaluate the operability of a brush contact device at the design stages, and the values obtained do not exceed the maximum permissible temperatures in accordance with the requirements of the normative and technical documentation.

**Keywords:** brush contact device, thermal state, three-dimensional setting.

Проведено детальний огляд існуючих конструкцій щітковоконтактних пристріїв для турбогенераторів від 200 МВт до 600 МВт. Розглянуто особливості апаратів щіткотримачів, що працюють разом з турбогенераторами різних фірм. Вказано основні причини пошкоджень та шляхи розвитку і вдосконалення існуючих конструкцій. Проведено аналіз методів розрахунку тепловидіlenь, що визначаються явищами різної природи. Встановлено найбільший оптимальний варіант оцінки впливу контакту та якості щіток на величину теплових видіlenь. Представлена можливість здійснення тривимірного розрахунку з використанням результатів аналітичного обчислення разом з методом CFD. Вперше було виконано обчислення та розроблено вдосконалений метод визначення теплового стану апаратів щіткотримачів для високо- та середньо-потужніх турбогенераторів. Показано, що значення температури, отримані в результаті імітації теплового стану контактного пристроя, для щітки в середовищі моделювання потоку SolidWorks відповідають вимогам нових електрических машин. В якості критеріїв збіжності потоку були обрані наступні величини для об'єму: мінімальне, середнє та максимальне значення статичного тиску, середня масова витрати; середній тепловий потік на зазначеных поверхнях. Розрахунок виконувався до досягнення критерію збіжності та виконання більш ніж трьох продувок обчислення. Розрахункова похибка не перевищує похибки вимірювання, що дає змогу оцінити працездатність апарату щіткотримачів на етапах проектування, а отримані значення температур не перевищують максимально допустимих відповідно до вимог нормативно-технічної документації.

**Ключові слова:** апарат щіткотримача, тепловий стан, тривимірне моделювання.

### References

1. Khutoretskiy, G. M., Tokov, M. I. & Tolvinskaya, Ye. V. (1987). Proektirovanie turbogeneratorov. [Turbogenerators Designing]. Leningrad: Energoatomizdat Leningr. Dep. (in Russian).
2. Alekseev, A. Ye. (1958). Konstruktsiya elektricheskikh mashin. [Electrical Machines Design]. Moscow: State En-ergetical Publishing House (in Russian).
3. Danilevich, Ya. B. & Kasharskiy, E. G. (1963). Dobavochnye poteri v elektricheskikh mashinakh [Additional Losses in Electrical Machines]. Moscow: State En-ergetical Publishing House (in Russian).
4. TU 16-ILEA.685211.037TU-88 [ES 16-ILEA.685211.037ES-88] (in Russian).
5. Samorodov, Yu. N. (2005). Defekty i neispravnosti generatorov [Defects and Faults of Generators]. Moscow: NTF 'Energoprogress' (in Russian).
6. Ilin, A. V., Plokhov, I. V., Kozyreva O. I. & Andrusich A. V. (2014). Trekhmernoe modelirovaniye nestatsionarnogo temperaturnogo polya v mikrokontakte [Three-Dimensional Modeling of Non-Stationary Temperature Field in Micro-Contact]. Bulletin of Pskov SU. Ser. Economical and Technical Sciences, Vol. 2, No. 5, pp. 208–214 (in Russian).
7. Morozov, A. G. (1977). Raschet elektricheskikh mashin postoyannogo toka: ucheb posobie dlya vtuzov [Calculation of Direct Current Electrical Machines / Educational Aid for Technical Colleges]. Pub 2-nd, Updated and Revised. Moscow, 'Higher School' (in Russian).

8. Bak, O. (1961). Proektirovaniye i raschet ventilyatorov Gosudarstvennoe nauchno-tehnicheskoe izdatelstvo literatury po gornomu delu [Designing and Calculation of Fans]. Moscow: State Scientific-Technical Publishing of Literature on Mining Engineering (in Russian).
9. Aliamovskiy, A. A. (2010). Inzhenernye raschety v SolidWorks Simulation [Engineering Calculations in Solid-Works Simulation]. Moscow: DMK Press. (in Russian).

**Hasanov Sh. G.** Modeling Crack Initiation in a Composite Under Bending ..... 25–31

*It is known that multi-component structures are more reliable and durable than homogeneous ones. At the design stage of new structures from composite materials, it is necessary to take into account the cases when cracks may appear in the material. The purpose of this paper is to construct a computational model for a binder-inclusion composite body, which makes it possible to calculate the limiting external bending loads at which cracking occurs in a composite. A thin plate of elastic isotropic medium (matrix) and inclusions (fibers) from other elastic material, distributed in the plate under bending, is considered. A mathematical description of a crack initiation model in a binder composite under bending is carried out. The theory of analytic functions and the method of power series are used. The determination of the unknown parameters characterizing an initial crack reduces to solving a singular integral equation. A closed system of nonlinear algebraic equations is constructed, whose solution helps to predict cracks in a composite under bending, depending on the geometric and mechanical characteristics of both the binder and the inclusions. The criterion of crack initiation in a composite under the influence of bending loads is formulated. The size of the limiting minimum pre-fracture zone, at which crack initiation occurs is recommended to be considered as a design characteristic of a binder material.*

**Keywords:** binder, inclusion, composite plate, bending, pre-fracture zone, crack formation.

Відомо, що багатокомпонентні структури більш надійні та довговічні, ніж однорідні. На етапі проектування нових конструкцій з композиційних матеріалів необхідно враховувати випадки, коли у матеріалах можуть з'явитися тріщини. Метою цього дослідження є побудова розрахункової моделі для композитного тіла, що включає зв'язування, ще змогу розрахувати граничні зонні згинальні навантаження, за яких відбувається розтріскування в композиті. Розглянуто тонку пластину із пружного ізотропного середовища (матриці) та розподілених в ній включенів (волокон) з іншого пружного матеріалу в плиті під час згинання. Проведено математичний опис моделі зародження тріщини у зв'язувальному композиті під час згинання. Використовується теорія аналітических функцій та метод степеневих рядів. Визначення невідомих параметрів, що характеризують зародкову тріщину, зводиться до розв'язання сингулярного інтегрального рівняння. Побудовано замкнуту систему нелінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язок якої дозволяє прогнозувати тріщиноутворення в композиті під час згинання залежно від геометрических та механіческих характеристик з'єднувального та включенів. Сформульовано критерій зародження тріщини в композиті під впливом згинних навантажень. Розмір обмежувальної мінімальної зони попередньої фракції, за якої відбувається зародження тріщини, рекомендується розглядати як конструктивну характеристику з'єднувального матеріалу.

**Ключові слова:** зв'язувальне, включення, пластина з композитного матеріалу, згинання, зони передруйнування, тріщиноутворення.

#### References

1. Greco F., Leonetti L., Lonetti P. A. (2013). Two-Scale Failure Analysis of Composite Materials in Presence of Fiber/Matrix Crack Initiation and Propagation. Composite Structures. Vol. 95. pp. 582–597.
2. Brighenti R., Carpinteri A., Spagnoli A., Scorza D. (2013). Continuous and Lattice Models to Describe Crack Paths in Brittle–Matrix Composites with Random and Unidirectional Fibres. Eng. Fracture Mech. Vol. 108. pp. 170–182.
3. Mirsalimov V. M., Hasanov F. F. (2014). Interaction Between Periodic System of Rigid Inclusions and Rectilinear Cohesive Cracks in an Isotropic Medium Under Transverse Shear. Acta Polytechnica Hungarica. Vol. 11(5). pp. 161–176.
4. Hasanov F. F. (2014). Razrushenie kompozita, armirovannogo odnonapravlyennymi voloknami. Mekhanika kompozit. materialov [Fracture of a Composite Reinforced by Unidirectional Fibers]. Mech. Composite Materials. Vol. 50. pp. 593–602 (in Russian).
5. Mirsalimov V. M., Hasanov F. F. (2014). Vzaimodeystvie periodicheskoy sistemy inorodnykh uprugikh vklyucheni, poverkhnost kotorykh ravnomerno pokryta odnorodnoy tsilindricheskoy plenkoj, i dvukh sistem pryamolineynykh treshchin s kontsevymi zonami. Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin [Interaction of a Periodic System of Foreign Elastic Inclusions Whose Surface is Uniformly Covered with a Homogeneous Cylindrical Film and Two Systems of Straight Line Cracks with End Zones]. J Machinery Manufacture and Reliability. Vol. 43. pp. 408–415 (in Russian).

## ABSTRACTS AND REFERENCES

---

6. Hao W., Yao X., Ma Y., Yuan Y. (2015). Experimental Study on Interaction Between Matrix Crack and Fiber Bundles Using Optical Caustic Method. Eng. Fracture Mech. Vol. 134. pp. 354–367.
7. Hasanov F. F. (2014). Modelirovanie zarozhdeniya treshchiny sdviga v volokne kompozita, armirovannogo odnonapravlennymi voloknami. Problemy mashinostroeniya. [Modelling of Crack Nucleation in the Fibre of Composite Reinforced with Unidirectional Fibres Under Shear]. J. Mech. Eng. Vol. 17 (2). pp. 17–25 (in Russian).
8. Hasanov F. F. (2014). Zarozhdenie treshchiny v kompozite, armirovannom odnonapravlennymi ortotropnymi voloknami pri prodolnom sdvige. Mekhanika mashin, mekhanizmov i materialov [Nucleation of the Crack in a Composite with Reinforced Unidirectional Orthotropic Fibers at Longitudinal Shear]. Mech. Machines, Mechanisms and Materials. Vol. 2. pp. 45–50 (in Russian).
9. Kayumov R. A., Lukankin S. A., Paymushin V. N., Kholmogorov S. A. (2015). Identifikatsiya mekhanicheskikh kharakteristik armirovannykh voloknami kompozitov. Uch. zap. Kazan. un-ta. Ser. Fiz.-mat. nauki [Identification of Mechanical Properties of Fiber-Reinforced Composites]. Proc. Kazan University. Physics and Mathematics Series. Vol. 157 (4). pp. 112–132 (in Russian).
10. Mirsalimov V. M., Hasanov F. F. (2015). Vzaimodeystvie periodicheskoy sistemy inorodnykh vklyucheniy i kogezionnykh treshchin pri prodolnom sdvige. Stroit. mekhanika inzh. konstruktii i sooruzhenii [Interaction of Periodic System Heterogeneous Inclusions and Cohesive Cracks Under Longitudinal Shear]. Structural Mech. Eng. Constructions and Buildings. Vol. (2). pp. 18–28 (in Russian).
11. Polilov A. N. (2014). Mekhanizmy umensheniya kontsentratsii napryazheniy v voloknistykh kompozitakh. Prikl. mekhanika i tekhn. fizika [Mechanisms of Stress Concentration Reduction in Fiber Composites]. J Appl. Mech. and Techn. Physics. Vol. 55. pp. 154–163 (in Russian).
12. Mirsalimov V. M., Askarov V. A. (2016). Minimizatsiya parametrov razrusheniya v kompozite pri izgibe. Mekhanika kompozit. materialov [Minimization of Fracture Parameters of a Composite at Bending]. Mech. Composite Materials. Vol. 51. pp. 737–744 (in Russian).
13. Mokhtari A., Ouali M. O., Tala-Ighil N. (2015). Damage Modelling in Thermoplastic Composites Reinforced with Natural Fibres Under Compressive Loading. Int J Damage Mech. Vol. 24. pp. 1239–1260.
14. Mirsalimov V. M., Askarov V. A. (2016). Minimizatsiya koefitsientov intensivnosti napryazheniy dlya kompozita, armirovannogo odnonapravlennymi voloknami pri izgibe. Vestn. Chuvash. ped. un-ta im. I. Ya. Yakovleva. Ser.: Mekhanika predel'nogo sostoyaniya. [Minimization of Stress Intensity Factors for Composite Reinforced by Unidirectional Fibers at Bending]. Vestnik I. Yakovlev Chuvach State Pedagogical University. Series: Mechanics of a limit state. Vol. 3. pp. 105–116 (in Russian).
15. Mirsalimov V. M., Hasanov F. F. (2015). Nucleation of Cracks in an Isotropic Medium with Periodic System of Rigid Inclusions Under Transverse Shear. Acta Mechanica. Vol. 226. pp. 385–395.
16. Krumish Ya., Zesers A. (2015). Eksperimentalnoe issledovanie razrusheniya betona, armirovannogo gibridnymi voloknami. Mekhanika kompozit. materialov [Experimental Investigation of the Fracture of Hybrid-Fiber-Reinforced Concrete]. Mech. Composite Materials. Vol. 51(1). pp. 25–32 (in Russian).
17. Tang C. (2015). A Study of Crack-Fiber Interaction in Fiber-Reinforced Composites Using Optical Caustic Method. Polymer Eng. and Sci. Vol. 55. pp. 852–857.
18. Takeda T., Narita F. (2017). Fracture Behavior and Crack Sensing Capability of Bonded Carbon Fiber Composite Joints with Carbon Nanotube-Based Polymer Adhesive Layer Under Mode I Loading. Composites Sci. and Technology. Vol. 146. pp. 26–33.
19. Ju J. W., Wu Y. (2016). Stochastic Micromechanical Damage Modeling of Progressive Fiber Breakage for Longitudinal Fiber-Reinforced Composites. Int J. Damage Mech. Vol. 25. pp. 203–227.
20. Babaei R., Farrokhabadi A. A. (2017). Computational Continuum Damage Mechanics Model for Predicting Transverse Cracking and Splitting Evolution in Open Hole Cross-Ply Composite Laminates. Fatigue & Fracture Eng. Materials & Structures. Vol. 40 (3). pp. 375–390.
21. Bakhshian H., Afrouzian A., Ahmadi H., Taghvimehr M. (2017). Progressive Failure Analysis of Fiber-Reinforced Laminated Composites Containing a Hole. Int J. Damage Mech.; <https://doi.org/10.1177/1056789517715088>.
22. Cameselle-Molares A., Sarfaraz R., Shahverdi M., Keller T., Vassilopoulos A. P. (2017). Fracture Mechanics-Based Progressive Damage Modelling of Adhesively Bonded Fibre-Reinforced Polymer Joints. Fatigue & Fracture Eng. Materials & Structures. Vol. 40. pp. 2183–2193.
23. Mirsalimov V. M. (1987). Neodnomernye uprugoplasticheskie zadachi [Non-One-Dimensional Elastoplastic Problems]. Moscow: Nauka (in Russian).
24. Panasyuk V. V. (1991). Mekhanika kvazikhrupkogo razrusheniya materialov [Mechanics of Quasibrittle Fracture of Materials]. Kiev: Naukova Dumka (in Russian).
25. Rusinko A., Rusinko K. (2011). Plasticity and Creep of Metals. Berlin; Springer.
26. Muskhelishvili N. I. (1977). Nekotorye osnovnye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti [Some Basic Problem of Mathematical Theory of Elasticity]. Amsterdam: Kluwer Academic (in Russian).

27. Panasyuk V. V., Savruk M. P. and Datsyshyn A. P. (1976). Raspredelenie napryazheniy okolo treshchin v plastinakh i obolochkakh [The Stress Distribution Around Cracks in Plates and Shells]. Kiev: Naukova Dumka (in Russian).
28. Savruk M. P. (1981). Dvumernye zadachi uprugosti dlya tel s treshchinami [Two-Dimensional Problem of Elasticity for Bodies with Cracks]. Kiev: Naukova Dumka (in Russian).

**Loveikin V. S., Pochka K. I., Romasevych Yu. O.** Modeling Roller Forming Unit Dynamic Analysis with Energy Balanced Drive Dissipative Properties Taken into Account ..... 32–44

*In order to increase the reliability and durability of a roller forming unit with an energy-balanced drive, loads in the unit structure elements and drive are calculated, dependencies for identifying efforts in the connecting rods, necessary for setting the forming trolleys in reciprocating movement, and normal reactions of the forming trolley guide rails to the guide rollers depending on the rotation angle of the cranks are obtained. For researching into loads, a two-mass dynamic model of a roller forming unit is used, in which the load and inertia characteristics of the drive motor and each of the forming trolleys as well as rigidity of the drive and its dissipation are considered. Function of change of the required moment for ensuring the process of compacting products from building mixtures, taking into account drive dissipation, is defined. By the average value of the resistance moment for one crank rotation cycle, the rated power is chosen, on which the electric motor, clutches and reducer are chosen. Using Lagrange's equation of the second kind differential equations of movement are worked out for a roller forming unit with an energy-balanced drive presented by a two-mass dynamic model. As a result of the numerical experiment for a roller forming unit with an energy-balanced drive, the value of the drive rigidity (reduced to the crank rotation axis) at which the minimum loads in the drive clutches are observed, is determined. Dependence of the drive clutch torque from the dissipation coefficient value is determined. The recommended dissipation coefficient value for a roller forming unit with an energy-balanced drive is determined.*

**Keywords:** roll forming unit, drive, force, moment, rigidity, dissipation.

З метою підвищення надійності та довговічності роликової формувальної установки з енергетично врівноваженим привідним механізмом розраховано навантаження в елементах її конструкції та приводу, отримано залежності для визначення зусилля в шатунах, яке необхідне для приведення в зворотно-поступальний рух формувальних віzkів, та нормальних реакцій напрямних руху формувальних віzkів на напрямні ролики в залежності від кута повороту кривошипів. Для дослідження навантажень використано двомасову динамічну модель роликової формувальної установки, в якій враховано силові та інерційні характеристики привідного двигуна і кожного з формувальних віzkів, жорсткість привідного механізму та його дисипація. Визначено функцію зміни необхідного крутного моменту на привідному валу кривошипів для забезпечення процесу ущільнення виробів з будівельних сумішей із урахуванням дисипації привідного механізму. За середнім значенням моменту сил опору за цикл повороту кривошипів визначено номінальну розрахункову потужність, за якою вибрано електродвигун, підібрано з'єднувальні муфти та редуктор. Використовуючи рівняння Лагранжа другого роду, для роликової формувальної установки з енергетично врівноваженим приводом, представленої двомасовою динамічною моделлю, складено диференціальні рівняння руху. В результаті числового експерименту для роликової формувальної установки з енергетично врівноваженим привідним механізмом визначено значення жорсткості привідного механізму, зведеного до осі обертання кривошипів, за якого спостерігаються мінімальні навантаження у муфтах привідного механізму. Встановлено залежність моменту у муфті приводу від величини коефіцієнта дисипації. Визначено рекомендовану величину коефіцієнта дисипації для роликової формувальної установки з енергетично врівноваженим приводним механізмом.

**Ключові слова:** роликова формувальна установка, приводний механізм, зусилля, момент, жорсткість, дисипація.

#### References

1. Harnets V. M. (1991). Prohresyvni betonoformuiuchi ahrehaty i kompleksy. [Progressive Concrete the Forming Units and Complexes]. Kyiv: Budivelnyk. (in Ukrainian).
2. Harnets V. M., Zaichenko S. V., Chovniuk Yu. V., Shalenko V. O., Prykhodko Ya. S. (2015). Concrete the Forming Units. Constructive and Functional to the Scheme, Principle of Action, Theory Basis]. Kyiv: Interservis. (in Ukrainian).
3. Kuzin V. N. (1981). Technology of Roller Formation of Flat Articles from Fine-Grained Concrete: Extended abstract of candidate thesis / Moscow construction institute Moscow, USSR (in Russian).
4. Ryushin V. T. (1986). Issledovanie rabochego protsessa i razrabotka metodiki rascheta mashin rolikovogo formovaniya betonnykh smesey [Research of Working Process and Development of a Method of Calculation of Machines of Roller Formation of Concrete Mixes]: Unpublished candidate thesis / Kyiv construction institute. Kyiv, USSR (in Russian).

## ABSTRACTS AND REFERENCES

---

5. Loveikin V. S. & Pochka K. I. (2004). Dynamichnyi analiz rolykovoi formovochnoi ustanovky z rekuperatsiynym pryvodom. [The Dynamic Analysis of Roller Forming Installation with the Recuperative Drive]. Dynamics, durability and reliability of farm vehicles: Works of the first Intern. sci. and techn. conf. (DSR AM-I). (Ternopil, October 2004) Ternopil. pp. 507–514 (in Ukrainian).
6. Loveikin V. S. & Pochka K. I. (2007). Rezultaty eksperimentalnykh doslidzen rezhymiv rukhu rolykovoi formovalnoi ustanovky z rekuperatsiynym pryvodom. [Results of Pilot Studies of the Modes of the Movement of Roller Forming Installation with the Recuperative drive]. The bulletin of the Kharkov nat. university of agriculture of P. Vasilenko. Vol. 1. No. 59. pp. 465–474 (in Ukrainian).
7. Nazarenko I. I., Smirnov V. M., Pelevin L. Ye., Fomin A. V., Sviderskyi A. T., Kosteniuk O. O., Ruchynskyi M. M., Diedov O. P., Harkavenko O. M., Martyniuk I. Yu. (2013). Osnovy teorii rukhu zemleryinykh i ushchilnivalnykh mashyn budindustrii z kerovanymy u chasi optymalnymy parametramy [Fundamentals of the Theory of the Movement of the Digging and Condensing Machines of the Construction Industry with the Optimum Parameters Operated in Time]. Kyiv: MP Lesia (in Ukrainian).
8. Zaichenko S., Shalenko V., Shevchuk N. & Vapnichna V. (2017). Development of a Geomechanic Complex for Geotechnical Monitoring Contour Mine Groove. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Vol. 3/9 (87). pp. 19–25. DOI: 10.155/1729-4061.2017.102067.
9. Harnets V. M., Chovniuk Yu. V., Zaichenko S. V., Shalenko V. O., Prykhodko Ya. S. (2014). Teoriia i praktyka stvorennia betonoformuvalnykh ahrehativ [Theory and Practice of Creation of Units of Formation of Concrete]. Mining, construction, road and meliorative machines. No. 83. pp. 49–54 (in Ukrainian).
10. Harnets V. M., Zaichenko S. V., Prykhodko Ya. S., Shalenko V. O. (2012). Rozrobka naukovo-praktychnykh rekommendatsii po stvoreniiu betonoformuvalnykh ahrehativ (BFA). [Development of Scientific and Practical Recommendations About Creation of Units of Formation of Concrete]. Mining, construction, road and meliorative machines. No. 79. pp. 46–52 (in Ukrainian).
11. Zaichenko S. V., Shevchuk S. P., Harnets V. M. (2012). Enerhetychnyi analiz protsesu rolykovoho ushchilnennia. Enerhetyka: Ekonomika, tekhnolohiia, ekolohiia. [Power Analysis of Process of Roller Consolidation]. Power: Economy, technology, ecology. No. 1 (30). pp. 77–83 (in Ukrainian).
12. Zaichenko S. V., Shevchuk S. P., Harnets V. M. (2012). Tryvymirne modeliuvannia protsesu rolykovoho ushchilnennia stovburnoho kriplennia. [Three-Dimensional Modeling of Process of Roller Consolidation of Column Fastening]. Mining, construction, road and meliorative machines. No. 79. pp. 40–45 (in Ukrainian).
13. Prykhodko Ya. S., Harnets V. M. (2012). Vzaiemouzghodzhenist robity mekhanizmiv pry rolyko-ekstruziinomu formuvanni bahatopustotnykh vyrobiv. [Interconsistency of Operation of Mechanisms at Roller and Extrusive Formation of Multihollow Products]. Branch mechanical engineering, construction. No. 1 (31). pp. 305–310 (in Ukrainian).
14. Loveikin V. S., Pochka K. I. (2007). Vyznachennia optymalnoho znachennia kuta zmishchennia kryvoshypiv rolykovoi formovalnoi ustanovky z rekuperatsiynym pryvodom. [Determination of Optimum Value of a Corner of Shift of Cranks of Roller Forming Installation with the Recuperative Drive]. Automation of productions in mechanical engineering and instrument making. National University 'Lviv Polyequipment'. No. 41. pp. 127–134 (in Ukrainian).
15. Loveikin V. S., Pochka K. I. (2008). Vyznachennia navantazhen v elementakh rolykovykh formovalnykh ustavok. [Definition of Loadings in Elements of Roller Forming Installations]. Collection of scientific works of Ukrainian state academy of railway transport. No. 88. pp. 15–20 (in Ukrainian).
16. Loveikin V. S., Pochka K.I (2007). Vyznachennia navantazhen v elementakh rolykovoi formovalnoi ustanovky. [Definition of Loadings in Elements of Roller Forming Installation]. Theory and practice of construction. No. 3. pp. 19–23 (in Ukrainian).
17. Loveikin V. S., Pochka K. I. (2012). Doslidzhennia dynamichnykh navantazhen v elementakh rolykovykh formovalnykh ustavok. [Research of Dynamic Loadings in Elements of Roller Forming Installations]. Formation of Modern Science — 2012: Materials VIII of the intern. sci. and pract. conf. Section 18. Technical science. Formation of information technologies, (Praha, 2012). Praha. pp. 20–25 (in Ukrainian).
18. Loveikin V. S., Pochka K. I. (2015). Doslidzhennia navantazhen v elementakh rolykovoi formovalnoi ustanovky z vrvnovazhenym pryvodom. Avtomatyzatsiia vyrob. protsesiv u mashynobud. ta pryladobud. [Research of Loadings in Elements of Roller Forming Installation with the Balanced Drive]. Automation of productions in mechanical engineering and instrument making. National University 'Lviv Polyequipment'. No. 49. pp. 73–79 (in Ukrainian).
19. Loveykin V. S., Pochka K. I. (2016). Analiz dinamicheskogo uravnoveshivaniya privodov mashin rolikovogo formovaniya. [Analysis of Dynamic Equilibration of Drives of Machines of Roller Formation]. MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture. Lublin-Rzeszow. Vol. 18. No 3. pp. 41–52 (in Russian).
20. Ustanovka dlia formuvannia vyrobiv z betonnykh sumishei [Installation for Formation of Products from Concrete Mixes]: pat. 50032 UA, IPC B28B 13/00. Publ. 25.05.2010 (in Ukrainian).

21. Loveykin V. S., Pochka K. I. (2014). Obgruntuvannya parametiv energetichno vrivnovazhenogo privodu rolikovoї formuvalnoї ustanovki. [Justification by the Parameter of Energetically Balanced Drive of Roller Forming Installation]. Technology of construction. No. 32. pp. 25–32 (in Ukrainian).
22. Loveykin V. S., Pochka K. I. (2010). Obhruntuvannia parametiv enerhetichno vrivnovazhenoho pryvodu rolykovoї formuvalnoї ustanovky. [The Analysis of Unevenness of the Movement of Roller Forming Installation with Energetically Balanced Drive]. Vibrations in the equipment and technologies. No 4 (60). pp. 20–29 (in Ukrainian).
23. Loveikin V. S., Kovbasa V. P., Pochka K. I. (2010). Dynamichnyi analiz rolykovoї formuvalnoї ustanovky z enerhetichno vrivnovazhenym pryvodom. [The Dynamic Analysis of Roller Forming Installation with Energetically Balanced Drive]. Scientific bulletin of the National university of bioresources and environmental management of Ukraine. Series of the technician and power engineering specialist of agro-industrial complex. Issue 144. Pt. 5. pp. 338–344 (in Ukrainian).
24. Orlov I. N. (1986). (Ed.). Elektrotehnicheskiy spravochnik. V 3 t. T. 2. Elektrotehnicheskie izde-liya i ustroystva [Electrotechnical Reference Book. Vol. 2. Electrotechnical Products and Devices. Moscow: Jenergoatomizdat (in Russian).
25. Sheynblit A. Ye. (1991). Kursovoe proektirovanie detaley mashin: Course Design of Details of Machines: Manual for Technical Schools. Moscow: Vysshaja shkola (in Russian).
26. Degtyarev Yu. I. (1980). Metody optimizatsii. Optimization Methods. Moscow: Sov. radio (in Russian).
27. Rekleytis G., Reyvindran A., Regsdel K. (1986). Optimizatsiya v tekhnike. Optimization in the Equipment. In 2 books. Book 1. Translation from English. M.: Mir (in Russian).

**Applied Mathematics**

**Stoyan Y.G., Chugay A.M.** Packing Convex Homothetic Polytopes into a Cuboid ..... 45–59

*This paper deals with the optimization problem of packing a given set of homothetical arbitrarily oriented convex polytopes without their overlapping in a linear parallelepiped of minimal volume. Phi-functions are proposed to be used as a constructive means of the mathematical modeling of a given problem. On the basis of the phi-function a mathematical model of the problem is constructed for two convex non-oriented polytopes, and its main properties which influence the choice of the strategy for solving the problem are examined. The obtained mathematical model presents the problem in the form of a classical problem of nonlinear programming, which makes it possible to use modern solvers for searching for a solution. Effective methods for finding valid starting points and locally optimal solutions based on homothetic transformations are proposed. To search for local extrema of the formulated optimization problems, a special method of decomposition has been developed, which allows us to significantly reduce computational costs due to a considerable reduction in the number of inequalities. The key idea of the optimization procedure allows us to generate subsets of the domain of admissible solutions at each stage of searching for a local extremum. Parallel computations were used to search for local extrema, which made it possible to reduce time expenditures. Numerical examples are given. The methods proposed in the work can be used for solving the problem of packaging convex polytopes.*

**Keywords:** packing, homothetic polytopes, rotations, optimization, phi-functions.

У роботі розглядається оптимізаційна задача упакування заданого набору гомотетичних довільно орієнтованих опуклих багатогранників без їх взаємного перетинання у прямому паралелепіпеді мінімального об'єму. Як конструктивні засоби математичного моделювання поставленої задачі пропонується використовувати метод Ф-функції. На основі Ф-функції для двох опуклих неорієнтованих багатогранників будеється математична модель задачі та досліджуються її основні властивості, які впливають на вибір стратегії розв'язання поставленої задачі. Отримана математична модель подає задачу у вигляді класичної задачі нелінійного програмування, що дозволяє використовувати для пошуку розв'язку сучасні солвери. Пропонуються ефективні методи пошуку припустимих початкових точок і локально оптимальних розв'язків, що ґрунтуються на гомотетичних перетвореннях. Для пошуку локальних екстремумів сформульованих оптимізаційних задач розроблено спеціальний метод декомпозиції, який дозволяє значно зменшити обчислювальні витрати за рахунок значного зменшення кількості нерівностей. Ключова ідея процедури оптимізації дозволяє генерувати підмножини області припустимих розв'язків на кожному етапі пошуку локального екстремуму. Для пошуку локальних екстремумів використовувались паралельні обчислення, що дозволило скоротити часові витрати. Наведено числові приклади. Запропоновані в роботі методи можуть бути використані для розв'язання задачі упакування неопуклих багатогранників.

**Ключові слова:** пакування, гомотетичні багатогранники, обертання, оптимізація, Ф-функції.

**References**

1. Petrov, M. S., Gaidukov, V. V., Kadushnikov, R. M. (2004). Numerical Method for Modeling the Microstructure of Granular Materials Powder Metallurgy and Metal Ceramics, No. 43 (7–8), pp. 330–335.
2. Wang, Y., Lin, C. L., Miller, J. D. (2016). 3D Image Segmentation for Analysis of Multi-Size Particles in a Packed Particle Bed. Powder Technology, No. 301, pp. 160–168.
3. Verkhoturov, M., Petunin, A., Verkhoturova, G., Danilov, K., Kurennov, D. (2016). The 3D Object Packing Problem into a Parallelepiped Container Based on Discrete-Logical Representation. IFAC-PapersOnLine, No. 49(12), pp. 1–5.
4. Karabulut, K. A., İnceoğlu, M. (2004). Hybrid Genetic Algorithm for Packing in 3D with Deepest Bottom Left with Fill Method. Advances in Inform. Systems, No. 3261, pp. 441–450.
5. Cao, P., Fan, Z., Gao, R., Tang, J. (2016). Complex Housing: Modeling and Optimization Using an Improved Multi-Objective Simulated Annealing Algorithm. Proc. ASME, No. 60563, V02BT03A034.
6. Guangqiang, L. A., Fengqiang, Z., Rubo, Z., Du, Jialu, Chen, G., Yiran, Z. (2016). Parallel Particle Bee Colony Algorithm Approach to Layout Optimization. J. Computational and Theoretical Nanoscience, No. 13(7), pp. 4151–4157.
7. Torczon, V., Trosset, M. (1998). From Evolutionary Operation to Parallel Direct Search: Pattern Search Algorithms for Numerical Optimization. Computing Sci. and Statistics, No. 29, pp. 396–401.
8. Birgin, E. G., Lobato, R. D., Martinez, J. M. (2016). Packing Ellipsoids by Nonlinear Optimization. J. Global Optimization, No. 65, pp. 709–743.
9. Stoyan, Y., Pankratov, A., Romanova, T. (2016). Quasi-Phi-Functions and Optimal Packing of Ellipses. J. Global Optimization, No. 65 (2), pp. 283–307.
10. Fasano, G. A. (2013). Global Optimization Point of View to Handle Non-Standard Object Packing Problems. J. Global Optimization, No. 55(2), pp. 279–299.
11. Egeblad, J., Nielsen, B. K., Brazil, M. (2009). Translational Packing of Arbitrary Polytopes. Computational Geometry: Theory and Appl., No. 42(4), pp. 269–288.
12. Liu, X., Liu, J., Cao, A., Yao, Z. (2015). HAPE3D – a New Constructive Algorithm for the 3D Irregular Packing Problem. Frontiers of Information Techn. & Electronic Eng., No. 16(5), pp. 380–390.
13. Youn-Kyoung, Joung, Sang, Do Noh (2014). Intelligent 3D Packing Using a Grouping Algorithm for Automotive Container Engineering. J. Computational Design and Eng., No. 1(2), pp. 140–151.
14. Kallrath, J. (2016). Packing Ellipsoids into Volume-Minimizing Rectangular Boxes. J. Global Optimization, No. 67 (1–2), pp. 151–185.
15. Stoyan, Y. G., Chugay, A. M. (2014). Packing Different Cuboids with Rotations and Spheres into a Cuboid. Advances in Decision Sci. Available at <https://www.hindawi.com/journals/ads/2014/571743>.
16. Stoyan, Y. G., Semkin, V. V., Chugay, A. M. (2016). Modeling Close Packing of 3D Objects. Cybernetics and Systems Analysis, No. 52(2), pp. 296–304.
17. Pankratov, O., Romanova T., Stoyan Y., Chuhai, A. (2016). Optimization of Packing Polyhedra in Spherical and Cylindrical Containers. Eastern European J. Enterprise Techn., Vol. 1, No. 4(79), pp. 39–47.
18. Stoyan, Y., Yaskov, G. (2014). Packing Unequal Circles into a Strip of Minimal Length with a Jump Algorithm. Optimization Letters, No. 8(3), pp. 949–970.
19. Stoyan, Y. G., Chugay, A.M. (2016). Mathematical Modeling of the Interaction of Non-Oriented Convex Polytopes. Cybernetic Systems Analysis, 2012, No. 48, pp. 837–845.

**Sheludko G.A., Ugrimov S.V.** Adaptive Piecewise Linear Approximation of Difficult-to-Compute Functions ..... 60–67

*The solution of many theoretical and applied problems requires that some functional dependencies be substituted into others, which are more convenient for the implementation of a specific mathematical problem. At the same time, information about the character of the original function can be insufficient, and the function itself can be considered to be difficult to compute. The accuracy of such an approximation depends on the methods used, the character of the original function, as well as the number and choice of grid points. The easiest way of building such an approximation is doing it on a uniform grid of points, which does not always provide an acceptable result. The purpose of this paper is to develop effective adaptive methods of approximating functions for the problems aimed at searching for the lengths of curves and calculating integrals under conditions of limited information about the character of the original function and the presence of its derivatives. An adaptive approach to the approximation of a wide class of one-dimensional functions is proposed in the paper. For this approximation a piecewise linear approximation with a simple mechanism of exponential adaptive feedback step process control is used. The possibilities of this approach are considered, using the problems of calculating the lengths of curves and values of definite integrals. The specifics of the application of the suggested ap-*

proach are detailed for each case. The approach does not require an initial allocation of grid points. The method ensures the required accuracy in automatic mode. The result is realized in a single pass without any preliminary transformations. The reliability of the obtained results is confirmed by solving the known test examples. The results of calculating a number of definite integrals with different nature of integrand are presented. The calculation results by the proposed method are compared with the data obtained by the usual trapezoid method. A high efficiency of the proposed approach is established. The proposed method opens the way for creating effective means for solving numerical integration and differentiation problems, as well as integral and differential equations and so on.

**Keywords:** approximation, interpolation, piecewise linear approximation, difficult-to-compute function, efficiency index.

Розв'язання багатьох теоретичних і прикладних задач вимагає одні функціональні залежності замінити іншими, більш зручними для реалізації конкретної математичної задачі. При цьому інформація про характер вихідної функції може бути недостатньою, а сама функція належати до важкообчислювальних. Точність такої апроксимації залежить від застосовуваних методів, характеру вихідної функції, а також від кількості й вибору вузлів сітки. Простіше всього така апроксимація будеться на рівномірній сітці вузлів, що не завжди забезпечує прийнятний результат. Метою статті є розробка ефективних адаптивних методів апроксимації функцій для задач пошуку довжин кривих й обчислення інтегралів в умовах обмеженої інформації про характер самої функції й наявності її похідних. У роботі пропонується адаптивний підхід до апроксимації широкого класу одновимірних функцій. Для апроксимації використовується кусково-лінійне наближення із простим механізмом експонентного адаптивного керування кроковим процесом зі зворотним зв'язком. Можливості такого підходу розглянуті на задачах обчислення довжини кривих і значень визначених інтегралів. Для кожного випадку докладно викладені особливості застосування розробленого підходу. Він не вимагає завдання початкового розподілу вузлів. Метод забезпечує необхідну точність в автоматичному режимі. Результат реалізується за один прохід без будь-яких попередніх перетворень. Вірогідність отриманих результатів підтверджується розв'язанням відомих тестових прикладів. Наведено дані розрахунку ряду визначених інтегралів з різним характером підінтегральної функції. Результати розрахунку запропонованім методом порівнюються з даними, отриманими звичайним методом трапецій. Установлено високу ефективність запропонованого підходу. Запропонований метод відкриває шлях до створення ефективних засобів для розв'язання задач чисельного інтегрування та диференціювання, для розв'язання інтегральних і диференціальних рівнянь і т.п.

**Ключові слова:** апроксимація, інтерполяція, кусково-лінійне наближення, важкообчислювана функція, індекс ефективності.

#### References

1. Ostrovskiy, A. M. (1966). Solutions of Equations and Systems of Equations, 2nd ed. New York: Academic Press.
2. Krylov, A. N. (1954). Lektsii o priblizhennykh vychisleniyakh [Lectures on Approximate Calculations]. Moscow: Gostekhizdat (in Russian).
3. Weierstrass, K. (1885). Über die analytische Darstellbarkeit sogenannter willkürlicher Funktionen einer reelen Veränderlichn. Sitzungsberichte der Berliner Akademie der Wissenschaften, pp. 633–639.
4. Mhaskar, H. N., Pai, D. V. (2000). Fundamentals of Approximation Theory. New Delhi: Narosa Publishing House.
5. Trefethen, L. N. (2013). Approximation Theory and Approximation Practice. Oxford: Oxford University.
6. Richardson, L. F. (1911). The Approximate Arithmetical Solution by Finite Differences of Physical Problems Involving Differential Equations, with an Application to the Stresses in a Masonry Dam. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Ser. A, Vol. 210, pp. 307–357.
7. Runge, C. (1901). Über empirische funktionen und die interpolation zwischen äquidistanten en ordinaten. Zeitschrift für Mathematik und Physik, Vol. 46, pp. 224–243.
8. Chebyshev, P. L. (1881). O funktsiyakh, malo uklonyayushchikhsya ot nulya pri nekotorykh velichinakh peremennyykh. Sobranie sochinenyi, [On Functions Deviating Least from Zero at Some Values of Variables. Col.works]. Vol. 3, pp. 108–127 (in Russian).
9. Faber, G. (1914) Über die interpolatiorische darstellung stetiger funktionen. Deutsche Mathematiker-Vereinigung Jahresbeucht, Vol. 23, pp. 192–210.
10. Marcinkiewicz, J. (1939). Sur interpolation d'operations. Comptes rendus de l'Académie des Sciences, Vol. 208, pp. 1272–1273.
11. Bernshteyn, S. N. (1937). O mnogochlenakh ortogonalnykh v konechnom intervalle [On Orthogonal Polynomials in a Finite Interval]. Kharkov: Gos. nauch.-tekhn. izd-vo Ukrains (in Russian).
12. Ahlberg, J. H., Nilson, E. N., Walsh, J. L. (1967). The Theory of Splines and Their Applications. New York and London: Academic Press.

## ABSTRACTS AND REFERENCES

---

13. Popov, B. A., Tesler, G. S. (1984). Priblizhenie funktsiy splaynami [Approximation of Functions by Splines] Kiev: Nauk. dumka (in Russian).
14. Rvachev, V. L., Rvachev, V. A. (1975). Atomarnye funktsii v matematicheskoy fizike. Matematizatsiya znanii i nauch.-tekhn. Progress [Atomic Functions in Mathematical Physics. Knowledge Mathematization, and Scientific and Technical Progress]. Kiev: Nauk. dumka, pp. 188–199 (in Russian).
15. Ryabenkiy, V. S. (1974). Lokalnye formuly gladkogo vospolneniya i gladkoy interpolatsii po ikh znacheniyam v uzlakh neravnomernoy pryamougolnoy setki [Local Formulae for Smooth Replacement and Interpolation by Their Values in Non-Uniform Rectangular Grid Nodes]. Moscow: In-t problem matematiki Akademii nauk SSSR, 1974. 42 p. (Preprint. Akademiya nauk SSSR. In-t problem matematiki; 21) (in Russian).
16. Bos, L., De Marchi, S., Hormann, K., Klein, G. (2012). On the Lebesgue Constant of Barycentric Rational Interpolation at Equidistant Nodes. *Numerische Mathematik*, Vol. 121, Iss. 3, pp. 461–471.
17. Bellman, R. E. (2016). Adaptive Control Processes. A Guided Tour. Princeton Legacy Library.
18. Bahvalov, N. S. (1966). Ob algoritmakh vybora shaga integrirovaniya. *Vychisl. metody i programmirovaniye* [On Algorithms for Selecting Integration Steps. Computational Methods and Programming], Iss. 5, pp. 3–8 (in Russian).
19. Pukk, R. A. (1970). Algoritm integrirovaniya, uchityvayushchiy stepen gladkosti funktsiy. *Izv. AN ESSR. Fizika. Matematika* [Integration Algorithm Taking into Account Degree of Function Smoothness. Proceedings of AS of ESSR. Physics. Mathematics], Vol. 19, No. 3, pp. 368–370 (in Russian).
20. Sheludko, G. A. Adaptivnoe integrirovaniye. AN Ukrainskogo In-t problem mashinostroeniya. [Adaptive Integration. AS of USSR. IMEP]. Kharkov, 1973. 12 p. Dep. VINITI 26.07.73, No. 7753 (in Russian).
21. Sheludko, H.A., Ugrimov, S. V. (1997). Adaptivnye resheniya nekotorykh zadach vychislitelnoy matematiki. Akademiya nauk Ukrainskoi. In-t problem mashinostroeniya. [Adaptive Solutions to Some Problems of Computational Mathematics . AS of USSR. IMEP]. Kharkov (in Russian).
22. Gander, W., Gautschi, W. (2000). Adaptive Quadrature – Revisited. *BIT Numerical Mathematics*, Vol. 40. Iss. 1, pp. 84–101.
23. Forsythe, G.E., Malcolm, M.A., Moler, C.B. (1977). Computer Methods for Mathematical Computations. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
24. Mathews, J., Fink, K. (2004). Numerical Methods Using Matlab. 4nd ed. New Jersey: Prentice-Hall.
25. Sheludko, H.A., Ugrimov, S. V. (2011). Adaptivnaya gibridizatsiya [Adaptive Hybridisation]. Kharkov: Miskdruk (in Russian).
26. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables (1972). Edited by M. Abramowitz and I. A. Stegun. 9th ed. New York: Dover Publication.

---

Оригінал-макет підготовлено в редакції журналу «Проблеми машинобудування»  
Комп’ютерна верстка Т. В. Протасова  
Редактор Н. В. Сівчова

Підп. до друку 15.03.18. Формат 60×84 1/8. Гарнітура «Таймс».  
Бум. офс. Усл. п. л. 10. Тираж 150 прим.  
Ціна договірна. Заказ №

Видання підготовлено до друку й надруковано  
в типографії ОП «Технологічний Центр»  
Україна, 61045, м. Харків, вул. Шатилова Дача, 4  
Тел. (057)750-89-90  
Свідоцтво: ДК № 4452 от 10.12.2012