

Shubenko A. L., Holoshchapov V. N., Babak N. Yu. and Reshytko I. V. Method of calculation of unsteady formation of the liquid phase in rapidly expanding flows of supercooled steam in the stages of wet steam turbines.....

The problem of the unsteady nucleation of the liquid phase in rapidly expanding flows of supercooled steam in the turbomachinery flow path was raised and solved. In order to solve it, the Zel'dovich–Frenkel classical theory of condensation for the case of time-dependent external conditions was elaborated. To characterize the level of unsteadiness, an unsteadiness factor was introduced linking the relaxation time with the steady-state distribution and rate of change of the nucleation barrier. A numerical and analytical method of calculating the condensation was developed, which is implemented in the form of the application program package. The method accommodates consistently the unsteadiness of the condensation process. It is based on a universal system of equations, which enables calculating the steady-state and unsteady flows with condensation under an arbitrary value of the coefficient of condensation. This system is a generalization for the case of the unsteady nucleation of the known system of “moment equations”. The numerical model studies were conducted which showed high efficiency and accuracy of the method over a wide range of expansion rates. A comparison to the existing “steady-state” methods and reference numerical solution was performed. The agreement of the results can be said to be satisfactory.

Keywords: moisture, stage, mathematical model, method, supercooled steam, condensation.

Поставлена и решена задача о нестационарном зарождении жидкой фазы в быстрорасширяющихся потоках переохлажденного пара в проточной части турбомашин. Для ее решения развита классическая теория конденсации Зельдовича–Френкеля для случая зависимых от времени внешних условий. Для характеристики уровня нестационарности введен коэффициент нестационарности, связывающий время релаксации к стационарному распределению и скорость изменения барьера зарождения. Разработан численно-аналитический метод расчета конденсации, который реализован в виде пакета прикладных программ. Метод последовательно учитывает нестационарность процесса конденсации. В его основе лежит универсальная система уравнений, которая позволяет производить расчеты установившихся и нестационарных течений с конденсацией при произвольном значении коэффициента конденсации. Данная система является обобщением на случай нестационарного зарождения известной системы «моментных уравнений». Проведены численные исследования на модели, которые показали высокую эффективность и точность метода в широком диапазоне скоростей расширения. Выполнено сравнение с существующими «стационарными» методами и эталонным численным решением. Совпадение результатов можно считать удовлетворительным.

Ключевые слова: влажность, ступень, математическая модель, метод, переохлажденный пар, конденсация.

References

1. Baumann K. Some recent developments in large steam turbine practice. J. Inst. elect. Engrs., 1921, vol. 59, pp. 565–623.
2. Garmathy G. Grundlagen einer Theorie der Naßdampfturbine. Zürich, 1962. 196 p.
3. Kirillov I.I., Iablonik R.M. Osnovy teorii vlazhnoparovyh turbin [Basic theory of wet steam turbines]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1968. 264 p.
4. Deich M.E., Filippov G.A. Gazodinamika dvuhfaznyh sred [Gasdynamics of two-phase environment]. Moscow, Energiia Publ., 1968. 424 p.
5. Danmei Xie, Xinggang Yu, Wangfan Li. Numerical Simulation of Water Droplets Deposition on the Last-Stage Stationary Blade of Steam Turbine. Energy and Power Engineering, 2010, no.2, pp. 248-253.
6. B. Ismailov, K. Ismailov, A. Urmatova, T. Koysheeva. Mathematical Modelling, Dynamic and Mass-Transfer Calculation of Gas-Drop Mixture in the Mass-Transfer Apparatus Multistage Channels. Applied Mathematical Sciences., 2014, vol. 18, no.92, pp. 4561-4570.
7. Shubenko A.L., Koval'skii A. E. Kapleudarnaia eroziia lopatochnykh apparatov parovyh turbin. Prognozirovaniye i metody zashchity [Drops Shock erosion steam turbine blade system. Forecasting and methods of protection]. Vestnik NTU “KhPI”. Energeticheskie i teplotekhnicheskie processy i oborudovanie — Messenger of NTU “KhPI”. Power and thermal engineering processes and equipment, 2012, no.7, pp. 76–87.
8. Shubenko A.L., Strel'nikov I.S. Diskretnyi podhod k opisaniyu krupnodispersnoi vlagi pri opredelenii mehanicheskikh poter' v poslednei stupeni CND vlazhnoparovyh turbin [The discrete approach to describing the coarse water in determining the mechanical losses in the last stage of the LPC wet steam turbines].

- Vestnik NTU “KhPI”. Energeticheskie i teplotekhnicheskie processy i oborudovanie — Messenger of NTU “KhPI”. Power and thermal engineering processes and equipment, 2014, no.3, pp. 21-28.
9. Shubenko A.L., Goloshchapov V.N., Strel'nikov I.S, Reshit'ko I.V. Vliianie krupnodispersnoi vlazi na rabochie processy vlazhnoparovykh stupenei turbin [Effect of coarse particle moisture on work process of the wet steam stages of turbines]. Energy saving. Power engineering. Energy audit, 2014, no.11(130), pp. 28-39.
 10. Rusanov A.V., Ershov S.V. Matematicheskoe modelirovanie nestatsionarnykh gazodinamicheskikh processov v protochnykh chastiah turbomashin [Mathematical modeling of unsteady gas dynamic processes in the setting of turbomachines]. Kharkov, Institute of Problems of Mechanical Engineering National Academy of Science of Ukraine Publ., 2008. 275 p.
 11. Tarelin A.A., Skliarov V.P. Parovye turbiny: elektrofizicheskie iavleniia i neravnovesnye processy [Steam turbines: electrical phenomena and nonequilibrium processes]. Saint-Petersburg, Energoteh Publ., 2012. 292 p.
 12. Zel'dovich Ia.B. K teorii obrazovaniia novoi fazy. Kavitaciia [The theory of the formation of a new phase. Cavitation]. Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki –The Journal of Experimental and Theoretical Physics, 1942, part 12, no.11-12, pp. 525-534.
 13. Frenkel' Ia.I. Kineticheskaiia teoriia zhidkostej [Kinetic Theory of Liquids]. Leningrad, Nauka Publ., 1975. 598 p.
 14. Shubenko A.L., Shneidman V.A. Nestacionarnoe neizotermicheskoe zarozhdenie zhidkoi sredy pri kondensacii [Non-stationary and non-isothermal nucleation of the liquid medium during condensation]. Doklady AN USSR. Fiziko-matematicheskie i tehnicheckie nauki [Reports of Academy of Sciences of Ukraine. Physical and mathematical and engineering sciences], 1988, no.1, pp. 69-72.
 15. Shubenko A.L. Modelirovanie processa zarozhdeniia novoi fazy pri rasshirenii pereohlazhdennogo para v protochnoi chasti turbomashin [Modeling of nucleation of a new phase in the expansion of supercooled steam in the flow of the turbomachinery]. Izvestiia AN SSSR. Energetika i transport – News of Academy of Sciences of USSR. Energy and transport, 1990, part 36, no. 6, pp. 90-97.
 16. Saltanov G.A. Neravnovesnye i nestacionarnye processy v gazodinamike odnofaznykh i dvufaznykh sred [Non-equilibrium and non-stationary processes in gas and dynamics of single-phase and two-phase media]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 286 p.
 17. Shubenko A.L. Matematicheskoe modelirovanie processov techeniia vlazhnogo para i ochenka ih vozdeistviia na harakteristiki protochnykh chastei turbin: dissertaciya na soiskanie uchenoi stepeni doktora tehnicheckikh nauk [Mathematical modeling of flow of wet steam and assess their impact on the characteristics of flow of turbines parts: the dissertation for the degree of Doctor of Technical Sciences]. Kharkov, 1994. 265 p.
 18. Barschdorff D., Hausmann G., Ludwig A.. Flow and Drop Size Investigations of Wet Steam and Sub- and Supersonic Velocity with the Theory of Homogeneous Condensation. Proc. 3-rd. Sci. Conf. Steam Turbines of Great output. Gdansk, 1974, no.70-72, pp. 241-257.

Aero- and Hydromechanics in Power Machines

Boiko A. V., Govorushchenko Yu. N., Barannik V. S. and Khamidulin A. R. Influence of the meridional shape of the nozzle cascade on the NOZZLE cascade flow structure.....

It is known, that last stages of the powerful steam turbine, working in zone of specific volume significant changing, has different blade height of the TE and LE. The wrapping of this cascade are accompanied by additional losses at shroud section of cascade. Numerical methods were used to investigate the effect of meridional shape influence on the secondary flows. The geometrical parameters of nozzle cascade were taken from second stage powerful steam turbine with opening angle about 45°. To simplify the research constant height shape of nozzle profile was accepted. The boundary conditions as inlet total pressure, inlet total temperature and outlet static pressure were assigned. Formulation of the optimization task requires a series of additional studies. For this, in addition to the origin nozzle two variants of nozzle cascade with different meridional shroud shape were made. The results of research shown the significant influence of the meridional shape of the inlet cascade part on the secondary flow. Moreover, the improvement of efficiency in additional variant was observed. For future optimization task this variant as initial was accepted. The meridional shape was created with using cubic Bezier curve. The coordinates of reference points for Bezier curve form changing were used. The optimal variant search was occurred with using experiment planning theory method and LP τ sequence. As the result of the optimization a new shroud meridional shape with the losses decrease of 7.5% (in relative values) compared to the original de-

sign was obtained. For a detailed analysis of the obtained results the height distribution of losses and streamline visualization in nozzle cascade were listed. It is proved, that optimization of the shroud meridional shape using CFD and experiment planning theory method allows to increasing efficiency of the isolated turbine cascade.

Keywords: last stages of steam turbine, opening angle, meridional shape, secondary flows, CFD, experiment planning theory methods, optimization task.

Известно, что последние ступени мощных паровых турбин, работающие в области интенсивного изменения удельного объема, имеют разную высоту лопатки по входной и выходной кромкам. Обтекание таких решеток связано с дополнительными потерями у периферийной части решетки. Для исследования влияния формы меридионального обвода на вторичные течения использовались численные методы. Геометрические параметры направляющей решетки соответствуют второй ступени мощной паровой турбины с углом раскрытия приблизительно 45°. Для упрощения исследования профиль направляющей лопатки был принят постоянным по высоте. За граничные условия приняты полное давление и полная температура на входе и статическое давление на выходе из решетки. Постановка задачи оптимизации требует серии дополнительных исследований. Для этого, помимо исходной решетки, к рассмотрению приняты еще два типа решеток с различными формами меридиональных обводов у периферийной области. Результаты расчетов показали существенное влияние формы меридионального обвода на вторичные течения. Кроме того, наблюдается повышение эффективности дополнительного варианта по сравнению с исходным. В дальнейшем данный вариант был принят как исходный для проведения задачи оптимизации. Построение формы меридионального обвода осуществлялось с помощью кривой Безье. Изменение формы кривой Безье проводилось путем варьирования координат опорных точек. Поиск оптимального решения выполнен с использованием теории планирования эксперимента и ЛПТ-поиска. В результате оптимизации получена решетка с формой меридионального обвода у периферийной части, потери которой на 7,5% в относительных величинах ниже исходного варианта. Для более детального анализа полученных результатов приведены распределение потерь по высоте направляющей решетки и линии тока в межлопаточном канале. Доказано, что оптимизация формы меридионального обвода у периферийной части решетки с использованием CFD и теории планирования эксперимента позволяет повысить эффективность изолированной турбинной решетки.

Ключевые слова: последние ступени паровой турбины, угол раскрытия, форма меридионального обвода, вторичные течения, метод теории планирования эксперимента, оптимизационная задача.

References

1. Kirillov, I. I. (1972) Teorija turbomashin (Theory of turbomachines). Leningrad. Machine construction.
2. Topunov, A. M., and B. A. Tihomirov (1979) Upravlenie potokom v teplykh turbinah (Flow control in heat turbines). Leningrad. Machine construction.
3. Bojko, A. V., Ju. N. Govorushhenko and M. V. Burlaka (2012) Primenenie vychislitel'noj ajerodinamiki k optimizacii lopatok turbomashi (Application of computational fluid dynamics to optimization of turbomachine blades). Kharkov: NTU "KhPI".
4. Boiko, A.V., A.P. Usatyj and V.S.Barannik (2013) Povyshenie tochnosti formal'noj makromodeli pri planirovanii jeksperimenta (Increasing of the Formal Metamodel Accuracy using Experiment Planning Theory). Power and thermal engineering processes and equipment.No. 5, Kharkov: NTU "KhPI".

Karpik A. A., Yakovlev V. A. and Vorobyov Y. S. The analysis of gas-dynamic structure of stream in grates of profiles of axial compressor of turbo-engine.....

The numerical simulation of a three-dimensional viscous flow in cascade of the axial compressor of low pressure of the gas-turbine engine is presented. Gas-dynamic calculation of a flow in the first compressor stage in non-stationary three-dimensional statement in program complex F is carried out. The two-equation differential $k-\omega$ SST Menter's turbulence model is used. The calculation is carried out on a differential H-grid with quantity of cells more than 1,3 million in one blade channel. Distribution of speeds and pressure fields is as a result received, the main reasons nonuniformity of parameters are defined, adverse areas of a flow in the blade channel are revealed, the assessment of parameters of a flow in the grid profiles is carried out. The gas-dynamic structure of a flow has changeable character on blade height from a root to the periphery. It can be the reason of the alternating strain causing bending and torsion vibration at action of a non-stationary flow.

Keywords: compressor, shoulder-blade vehicle, airfoil cascade, viscous flow, numerical simulation, unstationarity.

Выполнено численное моделирование трехмерного вязкого течения в решетках осевого компрессора низкого давления газотурбинного двигателя. Проведен газодинамический расчет течения в первой ступени компрессора в нестационарной трехмерной постановке с помощью программного комплекса F. В качестве модели турбулентности использована дифференциальная двухпараметрическая $k-\omega$ SST модель Ментера. Расчет выполнен на разностной H -сетке с количеством ячеек более 1,3 млн в одном межлопаточном канале. В результате получено распределение полей скоростей и давлений, установлены основные причины неравномерности распределения параметров, выявлены неблагоприятные области течения в межлопаточном канале, проведена оценка параметров потока в решетках профилей. Газодинамическая структура потока имеет изменчивый характер по высоте лопатки от корня к периферии. Это может являться причиной возникновения переменных усилий, вызывающих изгибные и крутильные колебания, при действии нестационарного потока.

Ключевые слова: осевой компрессор, лопаточный аппарат, решетка профилей, вязкий поток, численное моделирование, нестационарность.

References

1. Yershov S., Rusanov A. (2005) Problems of numerical simulation of three-dimensional viscous flows in axial and centrifugal compressors. Bulletin of Sumy State University . №1 (73). - P.25- 34.
2. Yershov S. (2012) Development of the software for the calculation of three-dimensional viscous gas. Aerospace technics and technology. №5 (92). – P. 89-94
3. Yershov S., Yakovlev V., Derevyanko A., Grizun M., Kozyrets D. (2011) Development of Application Package for Computation of Three-Dimensional Flow of Viscous Compressible Gas through Turbomachinery Blade Rows. Power and Heat Engineering Processes and Equipment. Bulletin of National Technical University «KhPI». №5. – P.25–32.
4. Menter F. R. (1994) Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA J. №8 (32). – P. 1598–1605.
5. Yershov S. (1994) The quasi-monotonous ENO scheme of increased accuracy for integrating Euler and Navier-Stokes equations. Math. Modelling. №11 (6). – P.58–64.

Davidenko A. K. Solving a Direct Problem in Order to Predict Flow Conditions in Hydraulic Passages

The present paper deals with a flow pattern along the outlet of a centrifugal pump impeller at a vaneless diffuser. The results obtained from a numerical experiment using the method of hydrodynamic singularities are compared with those previously reported for a numerical experiment using the finite element method and with the results of a physical experiment. The impeller parameters considered are as follows: specific speed factor - 100, number of blades – 7, outlet diameter – 500 mm. The characteristics of such impeller were studied in 1970 in VNIIAEN by Timshyn A.I, Cand. Eng. Sc., using an air test bench at rotational speed $n = 2200$ rpm. The numerical flow calculations were performed using the method of hydrodynamic singularities on the basis of a model of potential three-dimensional flow of an ideal fluid. For the hydrodynamic singularities a vortex frame was taken, so that the system of the latter defines the entire flow surface from the inlet section up to the outlet section. The results for dimensionless meridional velocities at the impeller outlet obtained from the numerical experiment using the hydrodynamic element method are both qualitatively and quantitatively consistent with the finite element method and the physical experiment. Generally, the method of hydrodynamic singularities enables adequate simulation of a flow macro-pattern in hydraulic components of hydraulic machines being less resource-demanding in the general case as compared to the finite element method.

Keywords: impeller, centrifugal pump, method of hydrodynamic singularities, flow pattern, meridional flow.

В работе исследуется структура потока на выходе из рабочего колеса центробежного насоса в безлопаточный диффузор. Результаты численного эксперимента, полученные с использованием метода гидродинамических особенностей сравниваются с результатами, полученными ранее при помощи метода конечных элементов, и с результатами физического эксперимента. Параметры рабочего колеса: коэффициент быстроходности – 100, число лопастей – 7, наружный диаметр – 500 мм. Данное колесо было исследовано в 1970 г. во «ВНИИАЭН» А. И. Тимшиным на аэростенде при частоте вращения $n = 2200$ об/мин. Численный расчет потока выполнен методом гидродинамических особенностей на основе модели потенциального трехмерного течения идеальной жидкости. В качестве гидродинамических особенностей принята вихревая рамка, системой которых определяется вся поверхность течения

жидкости от входного сечения до выходного. Результаты безразмерных меридианных скоростей на выходе из рабочего колеса, полученные численным экспериментом методом гидродинамических элементов, качественно и количественно согласуются с методом конечных элементов и физическим экспериментом. В целом метод гидродинамических особенностей позволяет удовлетворительно моделировать макроструктуру потока в элементах проточной части гидравлических машин и в общем случае менее ресурсоемкий по сравнению с методом конечных элементов.

Ключевые слова: рабочее колесо, центробежный насос, метод гидродинамических особенностей, структура потока, меридианный поток.

References

1. Yelin A.V. (2006) Testirovaniye paketa CFX-5 na primerakh techeniya vozdukha v elementakh protochnykh chastey nasosov spetsializatsii OAO "VNIIAEN". Chast 2. Modelirovaniye techeniya vozdukha v rabochem kolese tsentrobezhnogo nasosa / Yelin A.V., Kochevskiy A.N., Lugovaya S.O., Shcheliayev A.E. // Nasosy&Oborudovaniye. № 2 (37). – P. 18–21.
2. Kostornoy S.D. (2002) Metodologicheskiye aspekty postroyeniya modeli turbulentsnosti pri chislenom reshenii uravneniy Reynoldsa/ S.D. Kostornoy, A.K. Davidenko, A.S. Kostornoy // Trudy 10-y mezhdu-narodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii "Gervikon". – Sumy, V.2. – P. 229-240.
3. Davidenko A.K. (2003) Algoritmy pobudovy zamknytykh modeley turbulentsnosti pry vidryvnomu obtikan-ni til / A.K. Davidenko, A.S. Kostornoy, V.I. Pugach // Visnyk Sumskoho natsionalnoho ahrarnoho univer-sytetu. – Sumy, № 10. – P. 29-33.
4. Kostornoy S.D. (2012) Vybor modeli techeniya zhidkosti pri proektirovanii lopastnoy gidravlicheskoy mashyny/ S.D. Kostornoy, N.S. Martynova // Visnyk Sumskoho derzhavnoho universytetu. – Sumy. № 2. – P. 18-28.

Kostornoy A. S. Computer-aided Design of Centrifugal Pump Hydraulics.....

The present paper deals with a new theoretical approach to design of centrifugal pump hydraulics. The task of designing an impeller blade for a given rate of flow and rotational speed on the basis of hypothesis of infinitely large number of infinitely thin blades as a rule is limited to solving a certain inverse axially symmetric problem which defines a surface form for a flow averaged over circumferential coordinate and in time. Fluid models of a potential or an equal velocity meridional flow normally used for profiling an impeller blade fail to account for the condition of perpendicularity of stream lines with respect to vortex lines, while it is essential and sufficient for normal sections in a fluid flow. The condition of perpendicularity of a velocity vector with respect to a vorticity vector (quasi-potential flow) does not contribute to the generation of secondary flows, while any other does. Therefore a special place among problems that are solved by approximate methods may be given to those which allow to divide the flow field of a viscous fluid in two distinctive domains, namely, the outer domain where viscous effects are insignificant and the flow may thus be approximately considered as quasi-potential, and the boundary layer in which the flow is of a vortex-type but the condition of perpendicularity for the velocity and vorticity vectors is satisfied.

Keywords: hydraulics, centrifugal pump, inverse design problem, equal velocity flow, quasi-potential flow, viscosity, ideal fluid.

Рассматривается новый теоретический подход к проектированию проточной части центробежных насосов. Задачу построения лопасти рабочего колеса на заданные параметры расхода и числа оборотов в соответствии с гипотезой бесконечно большого числа бесконечно тонких лопастей обычно сводят к решению некоторой обратной осесимметричной задачи, в которой определяется форма поверхности тока потока, осредненного по окружной координате и времени. Модели жидкости потенциального или равноскоростного меридионального потоков, обычно применяемые для профилирования лопасти рабочего колеса, не учитывают условие выполнения перпендикулярности линий тока вихревыми линиям, которое является необходимым и достаточным для того, чтобы в потоке жидкости существовали нормальные сечения. Условие перпендикулярности вектора скорости вектору вихря скорости (квазипотенциальный поток) не способствует развитию вторичных течений, а любое другое ему способствует. Поэтому особое место в числе задач, решаемых приближенными методами, могут занимать те, в которых можно разделить поле течения вязкой жидкости на две характерные области: внешнюю, где влияние вязкости мало и поток можно приближенно считать квазипотенциальным и пограничный слой, в котором течение вихревое, но также выполняется условие перпендикулярности вектора скорости и вихря.

Ключевые слова: проточная часть, центробежный насос, обратная задача проектирования, равноскоростной поток, квазипотенциальное течение, вязкость, идеальная жидкость.

References

1. Elsgolts L.E. (1965) *Differentsialniye uravneniya i variatsionnoye ischisleniye* / L.E. Elsgolts. – М.: Nauka, – 424p.
2. Etinger I.E. (1978) *Gidrodinamika gidravlicheskih turbin* / I.E. Etinger, B.S. Raikhman. – L.: Mashinostroyeniye, – 280p.
3. Kostornoy, S.D. (2014) Model techeniya, uchityvayushaya osobennosti granichnykh usloviy realnoy zhidkosti / S.D. Kostornoy // *Visn. NTU “KhPI”*. № 14(988). – P.33–38.
4. Kostornoy S.D. (2013) Vybor tolshchiny lopasti rabocheho koleasa pri proektirovanii lopastnoy gidravlicheskoy mashiny / S.D. Kostornoy, N.S. Martynova // *Visnyk Sumskoho derzhavnoho universytetu*. – Sumy, – № 1. – P. 40-49
5. Kostornoy S.D. (1968.) Postroyeniye lopasti radialno-osevoy turbiny/ S.D. Kostornoy // *Gidravlicheskiye mashiny*. – № 2. – P.116-122.

Lugova S. O., Rudenko A. A., Matveyeva A. S. and Brizhik D. S. Estimation of Magnitudes of a Static and Dynamic Axial Thrust Acting on the Impeller by Applying the Mathematical Model Approach to a Flow through Hydraulic Passages of the Hydromachine with Account for a Flow through Auxiliary Channels.....

More stringent reliability requirements placed upon pump operation call for a more accurate prediction of integral characteristics of a machine at the design stage, including estimation of hydrodynamic forces. The existing analytical techniques for estimation of the magnitudes of the axial thrust acting on the pump impeller are based on the assumptions that fail to account for an actual flow pattern in sidewall gaps and for geometry of the sidewall gaps, static pressure distribution at the impeller outlet, and for unsteady processes which occur both during operation close to the optimum flow rate and during off-design operation of the pump. At present, the method which implies numerical modeling of a flow through hydraulic passages of the hydromachine is gaining ever greater importance for investigation of features of a flow pattern under different operational duties, and also for estimation of any integral characteristics including axial thrust. The present paper gives an overview of joint researches done by specialists of VNIIAEN JSC and masters of Applied Fluid Mechanics Chair of Sumy State University with regard to estimation of magnitudes of steady and unsteady components of the axial thrust for pumps of various construction types. The flow through hydraulic passages was modeled by employing a numerical solution to a system of Reynolds equations and the continuity equation. The standard $k-\epsilon$ turbulence model was used to close the system of equations. The modeling was performed both under steady and unsteady conditions for a viscous incompressible medium. As a result of the investigation, magnitudes of steady and unsteady components of the axial thrust were estimated for a double-entry impeller under the following duties: optimum flow rate and $0.5Q_{opt}$ as well as for a mixed-flow impeller with balance holes on its rear shroud. The paper provides results of comparison of axial thrust magnitudes which were obtained numerically and analytically.

Keywords: impeller, axial thrust, numerical investigation.

Повышение требований надежности работы насосов ставит задачу более точной оценки на стадии проектирования машины ее интегральных характеристик, включая и оценку гидродинамических сил. Существующие аналитические методики для оценки величины осевой силы, действующей на рабочее колесо насоса, основаны на допущениях, которые не позволяют учесть реальную структуру течения в боковых пазухах и геометрию пазух, распределение статического давления на выходе из рабочего колеса, нестационарные процессы, которые имеют место при работе насоса как на режимах, близких к оптимальному, так и на нерасчетных режимах. В настоящее время все большее значение приобретает метод численного моделирования течения в проточной части гидромашин при изучении особенностей структуры течения для различных режимов ее работы, а также для оценки любых интегральных характеристик, в том числе и осевой силы. В данной работе выполнен обзор совместных исследований, проведенными специалистами ОАО «ВНИИАЭН» и магистрами кафедры прикладной гидроаэромеханики Сумского государственного университета по оценке величины стационарной и нестационарной составляющих осевой силы для насосов различного конструктивного исполнения. Моделирование течения в проточной части выполнялось путем численного решения системы уравнений Рейнольдса и уравнения неразрывности. Для замыкания системы уравнений использовалась стандартная $k-\epsilon$ -модель турбулентности. Моделирование выполнялось в стационарной и нестационарной постановках для вязкой не-

сжимаемой среды. В результате исследований выполнена оценка величины стационарной и нестационарной составляющих осевой силы для рабочего колеса двустороннего входа для режимов: оптимального и $0,5Q_{opt}$, а также для рабочего колеса диагональной ступени с разгрузочными отверстиями на основном диске. Приведены результаты сравнения величин осевой силы, полученных численно и с использованием аналитических методик.

Ключевые слова: рабочее колесо, осевая сила, численное исследование.

References

1. Lomakin A.A. (1966) Tsentrobezniye i oseviye nasosy / Lomakin A.A. – М.: Mashinostroyeniye. – 361 p.
2. Gulich J.F. (2010) Centrifugal Pumps. – Springer. – 964 p.
3. Marjan Gantar, Dr. Dusan Florjancic, Dr. Brane Sirok (2001): Hydraulic Axial Thrust in Multistage Pump. Proceedings of ASME FEDSM'01, vol. 124, pp. 336-341.
4. Stefania Della Gatta, Simone Salvadori, Paolol Adami, Laura Bertolazzi (2006): Study for Assessment of Axial Thrust Balance in Centrifugal Multistage Pumps. Proceedings of Conference on Modeling Fluid Flow CMFF'06, Budapest, Hungary, September 6-9.
5. Simone Salvadori, Stefania Della Gatta, Paolol Adami, Laura Bertolazzi: Development of CFD Procedure for the Axial Thrust Evaluation in Multi-stage Centrifugal Pumps. <http://www.weiroilandgas.com/Default.aspx> (Digital resource).

Heat Transfer in Engineering Constructions

Vakulenko A. N., Kobzar K. A., Tretjak A. V., Gakal P. G., Partala A. A., Ovsianynkova E. A. and Morozinsky M. I. Recognition of emergency situations of large hydrogenerators and turbogenerators by multi factors analysis of complicated stressed states of units and component parts.....

The analysis of possible causes of emergency situations emerge of Hydrogenerators (Hydrogenerators-Motors) at different operation modes is carried out. Mechanical calculation of complicated stressed state of one of the construction elements of Hydrogenerator-motor is made in details. The values of stress, temperature and movement in the calculated unit namely inter-pole jumper are shown. The method of using of neuron networks to simulate emergency situations of Hydrogenerators, providing search for optimal solutions to prevent failure is grounded. Detailed algorithm of the expert system to ensure trouble-free operation of Hydrogenerators in real time is indicated. The resolve of the task shall be the analysis of changes in specific parameters of generator units in the process of defects emerge and the creation of the knowledge base that stores data about basic design parameters in the origin, development and ultimately damage of the units. It's appropriate to perform analysis using algorithms that can determine the cause-consequence relationships change the basic parameters of the design. Taking in to consideration multi-factors task is the most appropriate algorithm based on the use of neuron networks. Networks shall let determine the service life of the units in real time, based on modes of generator signals transmitted from the temperature detectors, data on vibration condition.

Key words: hydrogenerator, rotor, heat state, damage, complicated stressed state.

Проведён анализ возможных причин возникновения аварийных ситуаций для гидрогенераторов (гидрогенераторов-двигателей) при различных режимах работы. Детально выполнен механический расчёт сложноподвижного состояния одного из элементов конструкции гидрогенератора-двигателя. Показаны величины напряжений, температур и перемещений в расчётном узле – межполюсная перемычка. Обоснован метод использования нейронных сетей для моделирования аварийных ситуаций гидрогенераторов, обеспечивающий поиск оптимального решения для предотвращения отказа. Подробно изложены алгоритм экспертной системы по обеспечению безаварийной работы гидрогенераторов в режиме реального времени. Вторым шагом решения задачи должен стать анализ изменения характерных параметров узлов генераторов в процессе появления дефектов и создание базы знаний, хранящей данные об изменении основных параметров конструкции в процессе зарождения, развития и конечном повреждении узлов. Анализ целесообразно выполнять с использованием алгоритмов, которые позволяют определить причинно следственные связи изменения основных параметров конструкции. Использование байесовской сети даст возможность определять ресурс работы узлов в реальном времени, основываясь на режимах работы генератора, сигналах, передаваемых с датчиков температур, данных о вибрационном состоянии.

Ключевые слова: гидрогенератор, ротор, тепловое состояние, повреждения, сложноподвиженное состояние.

References

1. Alekseev A.E. Konstrukcija jelektricheskikh mashin / A.E. Alekseev. – M.-L.: Gosjenergoizdat, 1958. – 427 s.
2. Ja.B. Danilevich, Je.G. Kasharskij Dobavochnye poteri v jelektricheskikh mashinah/Gosudarstvennoe jenergeticheskoe izdanie/Moskva/1963 g./214 s.
3. Kasharskij Je.G. Poteri i nagrev v massivnyh rotorah sinhronnyh mashin / Je.G. Kasharskij, N.B. Chemodanova, A.S. Shapiro. – L.: Nauka, 1968. – 200 s.
4. Syromjatnikov I. A. Rezhimy raboty sinhronnyh generatorov / I. A. Syromjatnikov. – M.-L.: Gosjenergoizdat, 1952. – 198 s.
5. IEEE 522-1992. Guide for Testing Turn-to-Turn Insulation on Form Wound Stator Coils for Alternating Current Rotating Electrical Machines. – Instead of IEEE 522-1977; approved 04.01.1993. – American National Standards Institute, 1993. – 19 r. – www.docin.com/p-391407879.html.
6. Nailen R.L. Are Those New Motor Maintenance Tests Really That Great? / R.L. Nailen // Electrical Apparatus Magazine, January, 2000. – R. 31-35.
7. Battiti, R., "First and second order methods for learning: Between steepest descent and Newton's method," Neural Computation, vol. 4, no. 2, pp. 141-166, 1992.
8. Caudill, M., Neural Networks Primer, San Francisco, CA: Miller Freeman Publications, 1989.
9. Caudill, M., and C. Butler, Understanding Neural Networks: Computer Explorations, Vols. 1 and 2, Cambridge, MA: the MGG Press, 1992.

Dynamics and Strength of Machines

Rovniy K. and Zelenskaya O. Comprehensive research of stress–strain state of full – scale spiral case of francis turbine PO400–B–450 as not concreted

The subject of research of this paper is the analysis of the stress-strain state of a stay ring/spiral case system of Francis turbine PO400-B-450 as not concreted and comparison between the results obtained and experimental data. The set of studies conducted allowed detecting of the fields of displacements and stress intensity as well as more accurate defining of the principal stresses distribution and zones of maximum stress localization. The comparison results showed that the method used ensured a good agreement with the data of field research, this allowing a qualitative evaluation of the stress-strain state of epy stay ring/spiral case assembly.

Keywords: finite element method, stay ring/spiral case system, hydroturbine, stress–strain state, experimental research.

Предметом исследования в данной работе является анализ напряженно-деформированного состояния системы статор – спиральная камера гидротурбины PO400–B–450 в необетонированном состоянии и сравнение полученных результатов с экспериментальными данными. Проведенный комплекс исследований позволил выявить поля перемещений и интенсивности напряжений, уточнить распределение главных напряжений и зоны локализации максимальных напряжений. Экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния системы статор – спиральная камера с несущей оболочкой позволили получить реальную картину распределения напряжений и деформаций в исследуемой конструкции. В качестве измерительной аппаратуры применялась тензостанция типа Т–5. Тензодатчики на оболочке спиральной камеры располагались на наружной и внутренней поверхностях оболочки в меридиональном и тангенциальном направлениях. Эти направления совпадают с направлением главных напряжений, что было установлено на основании испытаний модели несущей металлической спиральной камеры. На участках, где предполагался более высокий уровень напряжений, тензодатчики устанавливались с меньшим шагом. Результаты сравнительного анализа показали, что применяемый метод дает хорошие совпадения с данными натурного исследования, что позволяет качественно оценивать напряженно-деформированное состояние узла статор – спиральная камера.

Ключевые слова: метод конечных элементов, система статор – спиральная камера, гидротурбина, напряженно-деформированное состояние, экспериментальное исследование.

References

1. Lisichkin. S.E. (2003). Sovershenstvovanie shem armirovaniya massivnyh turbinnnyh blokov so spiral'nymi kamerami razlichnoj konstrukcii Gidrotehnicheskoe stroitel'stvo, 2, 7–11.
2. Fridman. L.I. (1969). Ob opredelenii osnovnyh konstruktivnyh razmerov spiral'nyh kamer vysokonapornnyh radial'no–osevyh gidroturbin Gidravlicheskie mashiny 3, 102 – 105.

3. Kantor, B.Ja. Andrijushhenko S.A. (2002). Analiz naprjazhenno–deformirovannogo sostojanija uzla "spiral'naja kamera – stator" gidroturbiny Vestnik NTU "HPI" 12, 93–99.
4. Vorob'ev, N.P, Pupko T.E. (1967). Jeksperimental'noe issledovanie modeli metallicheskoj nesushhej spiral'noj kamery dlja gidroturbin Ingurskoj GES Jenergeticheskoe mashinostroenie, 1, 39 – 42.
5. Veremeenko, I.S. Kantor B.Ja., Medvedovskaja T.F., Rzhhevskaja I.E., Andrijushhenko S.A. (2006). Issledovanie naprjazhenno–deformirovannogo sostojanija i optimizacija jelementov konstrukcii protochnogo trakta gidroturbin // Aviacionno–kosmicheskaja tehnika i tehnologija 8,104–109.
6. Veremeenko, I. S., Vorob'ev Ju. S, Romanenko V. N., Kanilo S. P., Iosevich I. I. Metod rascheta NDS uzla stator–spiral'naja kamera gidroturbin Sovershenstvovanie turboustanovok metodami matematicheskogo i fizicheskogo modelirovanija IPMash NAN Ukrainy, 498–501
7. Vorob'ev, Ju. S. Romanenko V. N., Romanenko L. G. (2004). Analiz prochnosti jelementov sistemy stator korpus turbomashin. Vibracii v tehnici ta tehnologijah 6,45–48.
8. Vorob'ev, Ju. S. Romanenko V. N., Romanenko L. G. (2007). Analiz lokalizacii naprjazhenij v sisteme stator–spiral'naja kamera. Problemy prochnosti. 1, 132–137.
9. Rovniy, K. N. (2015). Issledovanie vozmozhnosti ispol'zovanija sushhestvujushhego uzla stator–spiral'naja kamera turbiny RO230/821 dlja uslovij jekspluatacii nasos–turbiny ORO230–V–221. Visnik NTU «HPI», 15, 146 – 150.
10. Aljamovskij, A. A. Sobachkin A. A., Odincov E. V., Haritonovich A. I., Ponomarev N. B. (2005). Solid-Works. Komp'juternoe modelirovanie v inzhenernoj praktike BHV–Peterburg,– 780 s.

Shulzhenko M. G., Gontarovskiy P. P., Garmash N. G. and Melezhhik I. I. Assessment of crack evolution under multi-mode cyclic loading based on material scattered damage analysis

Engineering method for cracks kinetic calculation of plane and axisymmetric objects under multimode cyclic load is proposed. Concept of scattered damage accumulation is used. Elastic thermostress state for all loading regimes near crack is determined by finite element method for multiple fixed crack lengths. Stress distribution for the current length rising crack is determined by quadratic interpolation. Elastoplastic deformation swings are assessed by generalized Neuber's principle. Material damage is considered by analyzing smooth samples low cycle fatigue curves using the hypothesis of damage linear summation. Material damage is determined at points located on the way of a crack. These points located at the same sufficiently small distances (0,1÷0,2 mm). Crack jumps to the next point upon reaching the damage critical value of crack peak. Evolution of cracks in the plate and cylinder for various types of steels loaded with varying intensity zero-to-tension cycle with different temperatures is studied. The results are compared with data obtained by brittle fracture mechanics based on the equations of Paris'. Good agreement of the results shows the possibility of using the proposed approach for the assessment of fracture toughness of plane and axisymmetric structural elements.

Keywords: crack evolution, plate and cylinder, cyclic loading, scattered damage, Neuber's principle.

Предлагается инженерная методика расчета кинетики трещин в плоских и осесимметричных объектах при многорежимном циклическом нагружении с применением концепции накопления рассеянных повреждений в материале. Упругое термонапряженное состояние для всех режимов нагружения на пути развития трещины определяется методом конечных элементов для нескольких фиксированных длин трещины; распределение напряжений для текущих длин подрастающей трещины – с помощью квадратичной интерполяции, что существенно снижает вычислительные затраты; размахи упругопластических деформаций – с помощью обобщенного принципа Нейбера; поврежденность материала – по кривым малоциклового усталости гладких образцов с использованием гипотезы линейного суммирования повреждений. Поврежденность материала определяется в точках, расположенных на пути продвижения трещины, расположенных на одинаковом достаточно малом расстоянии (0,1÷0,2 мм). При достижении повреждаемости в вершине трещины критического значения трещина скачкообразно подрастает до следующей точки. Рассмотрены примеры развития трещин в пластине и цилиндре из различных сталей, нагруженных отнулевым циклом различной интенсивности при различных температурах. Результаты сравниваются с данными, полученными методами механики хрупкого разрушения на основе уравнений Пэриса. Удовлетворительное согласование результатов свидетельствует о возможности использования предложенного подхода для оценки трещиностойкости плоских и осесимметричных элементов конструкций.

Ключевые слова: развитие трещины, пластина и цилиндр, циклическое нагружение, рассеянные повреждения, принцип Нейбера.

References

1. Shul'jenko, M., P. Gontarovskiiy, N. Garmash, I. Melejik (2013), Rozrahunkove otsinyuvannya rozvitku trischini pri tsiklichnomu navantajenni z vikoristannyam parametriv rozsyanih poshkodjen'. Vestnik TNTU. – № 3(71): 197–204.
2. Detali parovyh statsionarnykh turbin. Raschet na malotsiklovuyu ustalost': RTM 108.021.103-85. – Vzamen RTM 108.021.103-76; vved. 01.07.86. – L.: NPO TsKTI, 1986. – 48 s.
3. Shul'jenko, N.G., P.P. Gontarovskiiy, B.F. Zaiytsev (2011), Zadachi termoprochnosti, vibrodiagnostiki i resursa energoagregatov (modeli, metody, rezul'taty issledovaniy): monografiya. – Saarbrücken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co.KG, 2011. – 370 s.
4. Viznachennya rozrahunkovogo resursu ta otsenka jivuchosti rotorov korpusnih detaley turbin: SOU-N MEV 40.1-21677681-52:2011. – K.: M-vo energetiki ta vugil'noi promislivosti Ukraini, 2011. – 42 s. – (Normativniy dokument Minenergougillya Ukraini. Metodichni vkazivki).
5. Mehanika razrusheniya i prochnost' materialov. Spravochnoe posobie. V 4 t. T. 4. Ustalost' i tsiklicheskaya treschinostoiykost' konstruktsionnykh materialov / O. N. Romaniv [i dr.]. – Kiev: Nauk. dumka, 1990. – 680 s.
6. Kollinz, Dj. (1984) Povrezhdenie materialov v konstruktsiyah. Analiz, predskazanie, predotvrashchenie. – M.: Mir: 624.
7. Heiyvud, R. B. (1969), Proektirovanie s uchetom ustalosti. – M.: Mashinostroenie, 1969.– 504 s.
8. Spravochnik po koeffitsientam intensivnosti napryazheniyy. V 2 t. T. 2 / pod red. Yu. Murakami. – M. Mir, 1990. – 1016 s.
9. Pisarenko, G. S., A.A. Lebedev (1976), Deformirovanie i prochnost' materialov pri slozhnom napryazhenom sostoyanii. – Kiev: Nauk. dumka, 1986. – 416 s.
10. Pospishil, B. et al. (1987), Prochnost' i dolgovechnost' elementov energeticheskogo oborudovaniya. – Kiev: Nauk. dumka, 1987. – 216.

Avramov K. V. Interaction of shallow shell with subcritical potential stream

The system of singular integral equations with respect to aerodynamic derivatives is derived to analyze the interaction of the vibrating plate with subcritical gas stream. The pressure and velocity potential satisfy the Bernoulli equation. The velocity potential and pressure are presented in the form of linear functions with respect to the generalized coordinates and the generalized velocity. The aerodynamic derivatives meets the Laplas equation. Discrete vortex method is used to solve the system of singular integral equations. Using this method, the system of singular equations is transformed into the large dimension system of linear algebraic equations. The system of ordinary differential equations is derived by assumed-mode method to describe the vibrations of shallow shells. The frequencies of the self-sustained oscillations are compared with the eigenfrequencies to choose the eigenmodes, which are accounted in the expansions of the displacements. The characteristic exponents are calculated to analyze the shell dynamic instability. The influence of the shallow shell curvature and frequency of self-sustained oscillations on the parameters of dynamic instability is analyzed numerically.

Keywords: сингулярные интегральные уравнения, динамическая неустойчивость, пологие оболочки, характеристические показатели.

Для исследования взаимодействия колеблющейся полой оболочкой с трехмерным дозвуковым течением газа выводится система сингулярных интегральных уравнений относительно аэродинамических производных перепада давления. Давление и потенциал скоростей удовлетворяют уравнению Бернулли. Потенциал скоростей и функция давления при колебаниях оболочки представлена в виде линейной функции относительно обобщенных координат и обобщенных скоростей конструкции. Аэродинамические производные удовлетворяют уравнению Лапласа. Эта система уравнений решается с помощью метода дискретных вихрей. В результате его применения система сингулярных интегральных уравнений сводится к системе линейных алгебраических уравнений большой размерности. Для описания колебаний полой оболочки получена система обыкновенных дифференциальных уравнений с помощью метода заданных форм. Для выбора форм колебаний, которые учитываются в разложениях перемещений, предлагается сравнивать частоту автоколебаний с собственными частотами учитываемых форм колебаний. Формы колебаний выбираются так, чтобы полусумма максимальной и минимальной частоты была как можно ближе к частоте автоколебаний. Для исследования динамической неустойчивости оболочки рассчитываются характеристические показатели. Численно исследуется влияние кривизны полой оболочки и частоты автоколебаний на параметры ее динамической неустойчивости.

Ключевые слова: singular integral equations, dynamic instability, shallow shells, characteristic exponents.

References

1. Friedmann, P.P. (2002) Renaissance of Aeroelasticity and its Future. *J. Aircrafts*, 36, 105–121.
2. Watanabe, Y., Isogai, K., Suzuki, S., Sugihara M. (2002) A Theoretical Study of Paper Flutter. *J. of Fluids and Structures*, 16, 543–560.
3. Dowell, E. H., Hall K. (2001) Modeling of Fluid- Structure Interaction. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 33, 445–490.
4. Vol'mir, A. S. (1972) *Nonlinear Dynamics of Plates and Shells*. Moscow: Nauka, 432.
5. Avramov, K. V., Mikhlin Yu. V. (2010) *Nonlinear Dynamics of Elastic Systems. Vol.1. Models, methods, phenomenon*. Voscov: Regular and Stochastic Dynamics, 704.
6. Avramov, K. V., Strel'nikova, E. A., Pierre, C. (2012) Resonant Many-Mode Periodic and Chaotic Self-Sustained Aeroelastic Vibrations of Cantilever Plates with Geometrical Nonlinearities in Incompressible Flow. *Nonlinear Dynamics*, 70, 1335–1354.
7. Avramov, K. V. (2013) Aeroelastic interaction of the plates with three dimensional gas stream. *Proceedings of NAS of Ukraine*, 9, 57–63.
8. Avramov, K.V., Mikhlin, Yu. V., Romanenko, V.N. (2014) Bifurcations of the Plates Self- Sustained Vibrations Interacting with Potential Stream. *Applied Hudromechanics*, 16, 3–9.
9. Dowell, E. H., Curtiss, H. C., Scanlan, R. H., Sisto F. (1995) *A modern course in aeroelasticity*. New York: Kluwer Academic Publishers, 876.

Applied Mathematics

Donchyk Ye. M. and Kolodyazhny V. M. Controllability problem for the wave equation with an external load with the impulse control

Controllability problems for partial differential equations are being investigated nowadays by a number of mathematicians. In most cases the controllability problems have been investigated where as a control function the initial or boundary conditions has been chosen. But in some cases the controls introduced in the boundary conditions can not be realized from a practical point of view. Therefore we will consider a controllability problem of lumped sources for processes described by wave (for example, string) equations in the prelimit regular space of the functions of bounded q -integral p -variation in the present paper. In this article we build the controls introduced in the function of an external load, which solve the problem of approximate null-controllability and null-controllability. The aim of research is the formulation of the problem definition of the criteria of approximate null-controllability and null-controllability. The applications of this problems may be present in such industries of physics and technology: oscillations of the building constructions (slabs, plates, beams, masts); wave processes in the physics of electromagnetic waves and radio waves (diffraction, etc.); processes in spacecraft design, aircraft; geophysical processes (processes in the Earth's crust, oceans, nature of earthquakes, tsunamis, etc.); seismic (waves in solids); methods of the medical diagnosis; and others. The controllability problem for the string equation with an external load in the prelimit regular space of the functions of bounded q -integral p -variation is considered in this article. The results may be a basis for the investigation of controllability problems of wave equations of higher dimensions with and without an external load in the prelimit regular space of the functions of bounded q -integral p -variation, i. e. when considering solutions on plane and for some closed regions.

Keywords: string equation, controllability problem, prelimit regular space of the functions of bounded q -integral p -variation.

Задачи управляемости в уравнениях в частных производных исследуются в настоящее время многими математиками. Но во многих случаях управления, внесенные в начальные и граничные условия, не могут быть реализованы с практической точки зрения. Поэтому в настоящей работе мы рассматриваем задачу управляемости сосредоточенными источниками для процессов, описываемых волновыми уравнениями в допредельном регулярном пространстве функций ограниченной q -интегральной p -вариации. Построены управления, внесённые в функцию внешней нагрузки, которые решают задачи приближённой и 0 -управляемости. Целью исследования является постановка задачи определения критериев приближённой и 0 -управляемости. Эти задачи могут встречаться в таких разделах физики и техники: колебания строительных конструкций (балок, плит, стрел, пластин); волновые процессы в физике электромагнитных волн и радиоволн (дифракция и т. д.); проектирование космических и летательных аппаратов; геофизика (процессы в земной коре, океанах, исследование землетрясений, цунами и т. д.); сейсмика; методы медицинской диагностики; и др. В статье рассматривается задача управляемости для уравнения струны с внешней нагрузкой в допредельных регуля-

рных пространствах функций ограниченной q -интегральной p -вариации. Результаты могут быть положены в основу исследования задач управляемости в волновых уравнениях более высоких размерностей s и без внешней нагрузки в допредельных регулярных пространствах функций ограниченной q -интегральной p -вариации, т.е. при рассмотрении решений на плоскости, в пространстве и для некоторых замкнутых областей.

Ключевые слова: уравнение струны, задача управляемости, допредельные регулярные пространства функций ограниченной q -интегральной p -вариации.

References

1. V. A. Il'in, Two-endpoint boundary control of vibrations described by a finite-energy generalized solution of the wave equation, (in Russian) *Differential Equations*, 36 (2000), 1659–1675; English translation in *Differentsial'nye Uravneniya*, 36 (2000), 1513–1528.
2. V. A. Il'in, Boundary control of oscillations at one endpoint with the other endpoint fixed in terms of a finite-energy generalized solution of the wave equation, (in Russian) *Differential Equations*, 36 (2000), 1832–1849; English translation in *Differentsial'nye Uravneniya*, 36 (2000), 1670–1686.
3. E. I. Moiseev and V. A. Il'in, Optimization of the boundary control by shift or elastic force at one end of string in a sufficiently long arbitrary time, (in Russian) *Avtomatika i Telemekhanika*, 69 (2008), 7–16; English translation in *Automation and Remote Control*, 69 (2008), 354–362.
4. E. I. Moiseev and V. A. Il'in, Optimization of the control by elastic force at two ends of a string in an arbitrary large time interval, (in Russian) *Differential Equations*, 44 (2008), 92–114; English translation in *Differentsial'nye Uravneniya*, 44 (2008), 89–110.
5. A. A. Kholomeeva, Optimal boundary control of string vibrations with a model nonlocal boundary condition of one of two types, (in Russian) *Dokl. Akad. Nauk, Ross. Akad. Nauk*, 437 (2011), 164–167; English translation in *Doklady Mathematics*, 83 (2011), 171–174.
6. E. Zuazua, "Controllability of Partial Differential Equations," Universidad Autonoma, Madrid, 2002.
7. G. M. Sklyar and L. V. Fardigola, The Markov power moment problem in problems of controllability and frequency extinguishing for the wave equation on a half-axis, *J. Math. Anal. Appl.*, 276 (2002), 109–134.
8. L. V. Fardigola and K. S. Khalina, Controllability problems for the string equation, (in Ukrainian) *Ukr. Mat. Zh.*, 59 (2007), 939–952; English translation in *Ukr. Math. J.*, 59 (2007), 1040–1058.
9. A. P. Terehin, Functions of bounded q -integral p -variation and imbedding, (in Russian) *Matematicheskii Sbornik*, 88 (1972), 277–286; English translation in *Mathematics of the USSR—Sbornik* 17 (1972), 279–290.
10. V. M. Kolodyazhny, and V. A. Rvachov, Atomic functions: Generalization to the multivariable case and promising applications, (in Russian) *Kibernetika i Sistemnyi Analiz*, 43 (2007), 155–177; English translation in *Cybernetics and Systems Analysis* 43 (2007), 893–911.