

УДК 621.391

ДОСЛІДЖЕННЯ ВДОСКОНАЛЕНОЇ ТЕНЗОРНОЇ МОДЕЛІ МАРШРУТИЗАЦІЇ В ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНІЙ МЕРЕЖІ, ПРЕДСТАВЛЕНОЇ В БАЗИСІ МІЖПОЛЮСНИХ ШЛЯХІВ І ВНУТРІШНІХ ВУЗЛОВИХ ПАР



[О.В. ЛЕМЕШКО](#), [М.О. ЄВДОКИМЕНКО](#)

Харківський національний університет радіоелектроніки

Abstract – An improved tensor model of a telecommunication network (TCN) was selected for the study. The model is presented in terms of inter-polar paths and internal node pairs. The advantage of this model is the use of quality of service conditions in terms of bandwidth, average end-to-end delay, and packet loss probability. Within the framework of the chosen model, the technological routing problem is formulated in an optimization form together with the conditions and constraints imposed on routing variables. A system of criteria for optimality of routing solutions, which can be used to calculate optimal values for routing variables, is proposed. These criteria depending on the specifics of the routing problem focus on the optimal use of the available network resource and/or on the differentiated improvement of Quality of Service (QoS) indicators of network performance, to the numerical values of which one or another packet flow is sensitive. The analysis of the influence to the optimality criterion form on the nature of solutions to QoS-routing problems using the proposed tensor model of a telecommunications network is carried out. On a set of numerical examples, the improved tensor model of TCN both at the level of the proposed QoS-conditions and the considered QoS-optimality criteria confirmed its adequacy in solving the problems of a single path and multipath routing. The improved tensor model of TCN provided an adaptive response to changes in network load and the type of optimality criterion for routing solutions in terms of ensuring the required values of QoS-indicators – bandwidth, average end-to-end delay, and packet loss probability.

Анотація – Обрано для дослідження вдосконалену тензорну модель телекомунікаційної мережі (ТКМ), яку представлено в базисі міжполюсних шляхів і внутрішніх вузлових пар. Перевагою даної моделі є використання умов забезпечення якості обслуговування за показниками пропускної здатності, середньої міжкінцевої затримки та ймовірності втрат пакетів. В межах обраної моделі технологічна задача маршрутизації сформульована в оптимізаційній формі разом з умовами та обмеженнями, які накладалися на маршрутні змінні. Запропоновано систему критеріїв оптимальності маршрутних рішень, які можуть використовуватися для розрахунку оптимальних значень маршрутних змінних. Ці критерії залежно від особливостей постановки задачі маршрутизації орієнтовані на оптимальне використання доступного мережного ресурсу та/або на диференційоване покращення QoS-показників мережної продуктивності, до числових значень яких чутливий той чи інший потік пакетів. Проведено аналіз впливу виду критерію оптимальності на характер рішень задач QoS-маршрутизації з використанням запропонованої тензорної моделі телекомунікаційної мережі. На низці розрахункових прикладів удосконалена тензорна модель ТКМ як на рівні запропонованих QoS-умов, так і розглянутих QoS-критеріїв оптимальності, підтвердила свою адекватність у розв'язанні задач маршрутизації. Удосконалена тензорна модель ТКМ забезпечувала адаптивне реагування на зміну завантаженості мережі та виду критерію оптимальності маршрутних рішень з погляду забезпечення заданих значень показників якості обслуговування – швидкості передачі, середньої міжкінцевої затримки та ймовірності втрат пакетів.

Вступ

Невпинне підвищення вимог, які висуваються до телекомунікаційних мереж (ТКМ) та стосуються, перш за все, підтримки якості обслуговування (Quality of Service, QoS), диктує необхідність постійного вдосконалення не тільки існуючих технологій і протоколів, але й призводить до еволюційного перегляду та доповнення теоретичних основ, на яких вони базуються. Теорія телекомунікацій за визначенням базується на принципах системного підходу, коли ТКМ як об'єкт дослідження, ана-

лізу та синтезу розглядається як складна організаційно-технічна система. До основних факторів складності ТКМ можна віднести [1-3]:

- масштабність, що стосується як кількості мережних елементів (терміналів, комутаторів, маршрутизаторів, серверів, каналів тощо), так і переліку функцій, які мережа здатна підтримувати;

- територіальну розподіленість, що обумовлено розташуванням взаємодіючих між собою елементів мережі на значній відстані;

- високу динамічність, оскільки стан мережі, наприклад, її топологія та завантаженість, може змінюватись у реальному масштабі часу;

- гетерогенність, яка проявляється у використанні в межах однієї ТКМ множини досить різних за принципами та умовами функціонування комунікаційних технологій, протоколів і комутаційного обладнання.

Як показав проведений аналіз, на роль математичного апарату, який може забезпечити цілісний опис ТКМ як складної багатовимірної системи може претендувати тензорний аналіз мереж. Його основи запропонував американський інженер-дослідник Г. Крон [4, 5], перш за все, для розрахунку електротехнічних мереж. Ці рішення за останні роки були доповнені науково-прикладними результатами щодо аналізу та дослідження різноманітних технічних, економічних і соціальних систем, що мають складну мережну архітектуру [6-9].

У зв'язку з прямою аналогією процесів, які протікають в електричних і телекомунікаційних мережах, апарат тензорного аналізу застосовується для розв'язання широкого кола задач щодо управління трафіком і маршрутизації [10-15]. Однак на рівні своєї структурної та особливо функціональної побудови телекомунікаційні мережі є більш складними системами, аніж електротехнічні схеми. Тому використання методології Г. Крона можна розглядати як перший крок на непростому шляху адаптації ідей і принципів тензорного обчислення та аналізу для дослідження ТКМ.

Відмінності в тензорному описі електротехнічних і телекомунікаційних мереж, зазвичай виникають вже на початкових етапах їх геометризації та метризації [10-22]. Так, в процесі тензорного аналізу електричних схем Г. Кроном та його послідовниками запропоновано використовувати лише два типи ортогональних систем координат – базис гілок мережі та базис контурів і вузлових пар [10-15]. Фахівці в області телекомунікацій знайшли прикладну інтерпретацію та застосування й інших систем координат, які математики вводили на одновимірних мережах (графах). Це, наприклад, стосується базисів контурів, розрізів, міжполюсних шляхів і внутрішніх вузлових пар [16-21]. Використання нових систем координат у процесі тензорного моделювання будь-якої системи вводить альтернативний аспект розгляду об'єкту дослідження, відкриваючи додаткові можливості та перспективи щодо дослідження та отримання нових корисних для науки та практики результатів. Тому метою даної статті є дослідження запропонованої в роботах [19-21] тензорної моделі маршрутизації в телекомунікаційній мережі, представленої в базисі міжполюсних шляхів і внутрішніх вузлових пар.

I. Потокова модель маршрутизації в телекомунікаційній мережі з урахуванням імовірних втрат пакетів

За основу потокової моделі маршрутизації в ТКМ було обрано рішення, яке описане у роботах [10-15] та ґрунтується на описі структури мережі орієнтованим графом $\Gamma = (U, W)$. Множина вершин $U = \{u_i, i = \overline{1, m}\}$ моделює маршрутизатори ТКМ, а множина дуг $W = \{w_{i,j}, i, j = \overline{1, m}; i \neq j\}$ графа Γ описує канали зв'язку (КЗ). Позначимо через $\varphi_{i,j}$ пропускну здатність (1/с) каналу $w_{i,j}$, яка визначається пропускну здатністю j -го мережного інтерфейсу на i -му маршрутизаторі телекомунікаційної мережі. Таким чином, нумерація каналів зв'язку є подвійною та задається через номери інцидентних маршрутизаторів.

Загалом у ТКМ одночасно циркулює множина потоків пакетів K , для маршрутизації яких треба розрахувати множину маршрутних змінних $x_{i,j}^k$. Кожна з цих змінних визначає долю (частину) k -го потоку пакетів, який направляєтья з i -го на j -й маршрутизатор через відповідний інтерфейс. Залежно від типу маршрутизації, яка реалізується в ТКМ, на маршрутні змінні накладаються такі мови:

– при реалізації одношляхової маршрутизації:

$$x_{i,j}^k \in \{0, 1\}, \quad (1)$$

– при реалізації багатошляхової маршрутизації:

$$0 \leq x_{i,j}^k \leq 1. \quad (2)$$

Позначимо через $p_{i,j}^k$ – ймовірність втрат пакетів k -го потоку, викликаних переповненням буферу черг на j -му інтерфейсі i -го маршрутизатора. Тоді інтенсивність втрачених на j -му інтерфейсі i -го маршрутизатора пакетів k -го потоку пакетів можна розрахувати за допомогою наступної формули

$$r_{i,j}^k = \lambda_k^{(sum)} x_{i,j}^k p_{i,j}^k, \quad (3)$$

де $\lambda_k^{(sum)}$ – середня інтенсивність пакетів k -го потоку, яка напряму визначає вимоги щодо рівня якості обслуговування за показником пропускну здатності.

Тоді інтенсивність переданих без втрат пакетів k -го потоку у каналі зв'язку, який моделюється дугою $w_{i,j}$, визначається наступним чином

$$\lambda_{i,j}^k = \lambda_k^{(sum)} x_{i,j}^k (1 - p_{i,j}^k). \quad (4)$$

Умови збереження потоку з урахуванням імовірних втрат пакетів на кожному з маршрутизаторів ТКМ приймають такий вид [15, 17, 19-22]:

$$\begin{cases} \sum_{j:w_{i,j} \in W} x_{i,j}^k = 1, k \in K, u_i = s_k; \\ \sum_{j:w_{i,j} \in W} x_{i,j}^k - \sum_{j:w_{j,i} \in W} x_{j,i}^k (1 - p_{j,i}^k) = 0, k \in K, u_i \neq s_k, d_k; \\ \sum_{j:w_{i,j} \in W} x_{j,i}^k (1 - p_{j,i}^k) = b^k, k \in K, u_i = d_k, \end{cases} \quad (5)$$

де s_k – маршрутизатор-джерело (відправник) пакетів; d_k – маршрутизатор-отримувач пакетів k -го потоку; b^k – доля k -го потоку пакетів, які були успішно передані у мережі від маршрутизатора-джерела до отримувача.

На вид математичного виразу, який використовується для розрахунку ймовірності втрат пакетів, у загальному випадку впливають характеристики потоку (інтенсивність, середня довжина пакету тощо) та параметри інтерфейсу (пропускна здатність, об'єм буфера черги, обрана дисципліна обслуговування пакетів). Наприклад, у випадку моделювання функціонування j -го інтерфейсу i -го маршрутизатора системою масового обслуговування з відмовами виду $M/M/1/N$, ймовірність втрат пакетів k -го потоку може бути розрахована наступним чином:

$$p_{i,j}^k = \frac{(1 - \rho_{i,j})(\rho_{i,j})^N}{1 - (\rho_{i,j})^{N+1}}, \quad (6)$$

де коефіцієнт завантаженості j -го інтерфейсу i -му маршрутизаторі ($\rho_{i,j}$) визначається за формулою

$$\rho_{i,j} = \frac{\sum_{k \in K} \lambda_k^{(sum)} x_{i,j}^k}{\varphi_{i,j}}. \quad (7)$$

Для запобігання перевантаження каналів зв'язку ТКМ за їх пропускною здатністю на маршрутні змінні $x_{i,j}^k$ накладаються відповідні обмеження:

$$\sum_{k \in K} \lambda_k^{(sum)} x_{i,j}^k < \varphi_{i,j}. \quad (8)$$

II. Тензорний опис ТКМ і формалізація умов забезпечення якості обслуговування

Відомо, що до основних показників якості обслуговування в ТКМ відносять пропускну здатність, середню затримку та ймовірність втрат пакетів [23-25]. У загальному випадку умови забезпечення QoS за цими показниками мають такий вигляд:

$$\lambda_k^{(sum)} < \varphi_k, \quad \tau_{MP}^k \leq \tau_{(don)}^k \quad \text{та} \quad p_{\partial}^k \leq p_{(don)}^k, \quad (9)$$

де ϕ_k – пропускна здатність ТКМ, яка виділена (використовується) k -м потоком пакетів; τ_{MP}^k – середня міжкінцева затримка пакетів k -го потоку у ТКМ, p_{∂}^k – імовірність втрат пакетів k -го потоку в ТКМ; $\tau_{\langle \partial on \rangle}^k$ і $p_{\langle \partial on \rangle}^k$ допустимі (порогові) значення для середньої міжкінцевої затримки та ймовірності втрат пакетів k -го потоку в ТКМ.

Умови запобігання перевантаження каналів зв'язку (8) є одним з варіантів умов забезпечення QoS за пропускною здатністю в ТКМ. Крім того, відповідно до моделі (1)-(8) [19-21]

$$p_{\partial}^k = 1 - b^k. \quad (10)$$

Середня міжкінцева затримка пакетів будь-якого потоку, які передаються між заданою парою маршрутизаторів за допомогою множини маршрутів P , розраховується за такою формулою

$$\tau_{MP} = \sum_{p=1}^{|P|} x_p \tau_p,$$

де x_p – доля потоку пакетів, які були успішно доставлені до маршрутизатора-отримувача за допомогою p -го шляху; τ_p – середня затримка пакетів, які передавались вздовж p -го шляху в ТКМ; $|P|$ – потужність множини P , значення якої визначає загальну кількість доступних для маршрутизації шляхів.

В загальному випадку для розрахунку x_p може бути використано вираз

$$x_p = \frac{\lambda_p}{\lambda^{(вим)} b},$$

де λ_p – інтенсивність потоку пакетів, які були успішно доставлені до маршрутизатора-отримувача за допомогою p -го шляху.

Математичний вираз для розрахунку τ_{MP}^k можна отримати в процесі тензорного узагальнення моделі (1)-(8) [19-21]. Для цього канали зв'язку ТКМ додатково пред-

ставимо множиною гілок $V = \{v_z; z = \overline{1, n}\}$, де n – загальна кількість КЗ в мережі. Тобто на додачу до подвійної нумерації КЗ для подальшого тензорного представлення ТКМ вводиться наскрізна (одинарна) нумерація каналів зв'язку.

Вузли (маршрутизатори) мережі, через які k -й потік пакетів надходить у ТКМ або вибуває з неї, будуть називатись полюсами. Зв'язка ТКМ може бути охарактеризована такими параметрами: $\kappa(S)$ – кількість базисних міжполюсних шляхів; $\vartheta(S)$ – кількість базисних внутрішніх вузлових пар. Водночас множина внутрішніх вузлових пар включає в себе всі вузлові пари, крім полюсної. Тоді топологічні інваріанти зв'язної одновимірної мережі S пов'язані між собою такими залежностями:

$$\kappa(S) = n - m + 2; \quad \vartheta(S) = m - 2, \quad n = \kappa(S) + \vartheta(S). \quad (11)$$

Як показано в роботах [10-22], структура ТКМ визначає дискретний n -вимірний геометричний простір. У введеному просторі відносно кожного окремо обраного потоку пакетів, для якого будуть отримані умови забезпечення якості обслуговування, ТКМ буде описуватись змішаним двовалентним тензором [19-21]:

$$Q = T \otimes \Lambda, \quad (12)$$

де \otimes – оператор тензорного множення; T – одновалентний коваріантний тензор середніх затримок пакетів; Λ – одновалентний контраваріантний тензор середніх інтенсивностей потоків у координатних шляхах мережі. Координатами тензорів (12) виступають τ_j – середня затримка пакетів k -го потоку вздовж j -го координатного шляху (c); λ^i – середня інтенсивність k -го потоку пакетів, які передаються вздовж i -го координатного шляху ($1/c$). Індекс « k » у тензорних виразах для наочності буде опущено. Компоненти змішаного двовалентного тензора Q (12) пов'язані між собою за допомогою метричних тензорів [19-21]:

$$T = E\Lambda \quad \text{та} \quad \Lambda = GT. \quad (13)$$

де E – двічі коваріантний метричний тензор; G – двічі контраваріантний метричний тензор.

У подальшому для представлення тензорів, введених у виразах (12) і (13), будуть використовуватись два типи систем координат (СК):

- базис гілок $\{v_z, z = \overline{1, n}\}$, проекції тензорів в якому будуть позначатися індексом v ;
- базис міжполюсних шляхів $\{\gamma_i, i = \overline{1, k}\}$ і внутрішніх вузлових пар $\{\varepsilon_j, j = \overline{1, \vartheta}\}$, в якому проекції тензора будуть позначатися індексом $\gamma\varepsilon$.

У роботах [19-21] показано, що в межах тензорного опису ТКМ можна отримати вираз для розрахунку середньої міжкінцевої затримки пакетів k -го потоку, яка входить до множини QoS-умов (9):

$$\tau_{MP}^k = \frac{1}{\lambda_k^{(вим)} b^k} \left(\Lambda_\gamma^t E_{\gamma\varepsilon}^{(1)} \Lambda_\gamma + \Lambda_\gamma^t E_{\gamma\varepsilon}^{(2)} \Lambda_\varepsilon \right). \quad (14)$$

У виразі (14) $[\cdot]^t$ – операція транспонування матриці; Λ_γ та Λ_ε – проекції тензора інтенсивностей потоків Λ (12) відповідно в СК міжполюсних шляхів та внутрішніх вузлових пар, які представлені векторами розміру $k \times 1$ та $\vartheta \times 1$; $E_{\gamma\varepsilon}^{(1)}$ та $E_{\gamma\varepsilon}^{(2)}$ – матриці розміру $k \times k$ та $k \times \vartheta$, які є блоками проекції метричного тензора E в системі координат міжполюсних шляхів і внутрішніх вузлових пар

$$E_{\gamma\varepsilon} = \left\| \begin{array}{c|c} E_{\gamma\varepsilon}^{(1)} & E_{\gamma\varepsilon}^{(2)} \\ \hline E_{\gamma\varepsilon}^{(3)} & E_{\gamma\varepsilon}^{(4)} \end{array} \right\|. \quad (15)$$

Так само проекція (15) отримується за правилом коваріантного перетворення

$$E_{\gamma\varepsilon} = C^t E_v C, \quad (16)$$

де C – $n \times n$ матриця, яка визначає закон контраваріантного координатного перетворення при зміні введених СК; E_v – діагональна $n \times n$ матриця, координати якої на пряму визначаються моделями потоків і дисциплін обслуговування на інтерфейсах ТКМ. Так, наприклад, коли робота інтерфейсів моделюється системою масового обслуговування (СМО) $M/M/1/N$, то середню затримку пакетів в i -му каналі зв'язку ТКМ, яка є відповідною координатою проекції тензора T в системі координат гілок мережі (T_v), можна розрахувати за допомогою формули [19-21]:

$$\tau_i = \frac{\rho_i - \rho_i^{N_i+2} - (N_i + 1)\rho_i^{N_i+1}(1 - \rho_i)}{\lambda_i(1 - \rho_i^{N_i+1})(1 - \rho_i)}, \quad (17)$$

де ϕ_i та $\rho_i = \frac{\lambda_i}{\phi_i}$ – пропускна здатність і коефіцієнт використання i -го каналу зв'язку відповідно; λ_i – сумарна інтенсивність всіх потоків пакетів, які направляються до i -го каналу зв'язку ТКМ; N_i – розмір буферу черги на i -му інтерфейсі мережі.

Тоді координати матриці проекції двічі коваріантного метричного тензора E_v можуть бути задані за допомогою наступних виразів [15, 17, 19-22]:

$$e_{ii}^v = \frac{\rho_i - \rho_i^{N_i+2} - (N_i + 1)\rho_i^{N_i+1}(1 - \rho_i)}{\lambda_i(1 - \rho_i^{N_i+1})(1 - \rho_i)\lambda_v^i}, \quad (18)$$

де λ_v^i – інтенсивність k -го потоку пакетів в i -му каналі зв'язку ТКМ, тобто потоку, який розглядається з погляду побудови тензорної моделі (12).

Проекції тензорів E та G залежать від маршрутних змінних наступним чином

$$\lambda_z = \sum_{k \in K} \lambda_k^{(sum)} x_{i,j}^k \quad \text{та} \quad \lambda_v^z = \lambda_k^{(sum)} x_{i,j}^k (1 - p_{i,j}^k). \quad (19)$$

У виразах (19) визначаються інтенсивності агрегованого та окремо k -го потоків в одному й тому ж каналі зв'язку ТКМ, який у межах наскрізної нумерації моделюється гілкою v_z , а при подвійній нумерації – дугою $w_{i,j}$.

Таким чином, відповідно до вимог (9) і виразу (14) умова забезпечення якості обслуговування за середньою міжкінцевою затримкою пакетів у ТКМ набуде виду

$$\tau_{MP}^k \lambda_k^{(sum)} b^k \geq \Lambda_\gamma^t E_{\gamma\varepsilon}^{(1)} \Lambda_\gamma + \Lambda_\gamma^t E_{\gamma\varepsilon}^{(2)} \Lambda_\varepsilon. \quad (20)$$

Умови (20) фактично пов'язують між собою основні показники QoS, які забезпечуються мережею, оскільки покращення одного показника може вплинути на значення іншого. Умови (8), (10) і (20) виступають як додаткові обмеження, що накладаються на маршрутні змінні $x_{i,j}^k$.

III. Система критеріїв оптимальності розв'язання задач маршрутизації із забезпеченням якості обслуговування

Спільною ознакою переважної більшості перспективних теоретичних розв'язань задач QoS-маршрутизації є їхнє формулювання в оптимізаційній формі [10-22, 26-31], що сприяє підвищенню ефективності використання досить дорогоцінного мережного ресурсу для практичної реалізації вказаних рішень. Залежно від аспекту та деталізації розгляду маршрутного завдання, а також повноти врахування зовнішніх і внутрішніх щодо ТКМ чинників оптимізаційні задачі можуть належати до найрізноманітніших класів і типів.

Досить часто задачі маршрутизації в ТКМ у різній своїй постановці відповідають формі оптимізаційних задач математичного програмування [10-22, 26-31], водночас найпростіші з них зазвичай формулюються як задачі класу лінійного програмування [26-31]. До цих рішень, наприклад, належать оптимізаційні моделі багатопляхової маршрутизації із забезпеченням балансування навантаження, що опосередковано впливає на покращення рівня якості обслуговування в ТКМ [26, 27]. Проте, коли мова йде про забезпечення вимог щодо кількісних значень основних показників якості обслуговування в процесі розв'язання маршрутних задач, виникає необхідність у введенні в модель або метод маршрутизації в тому чи іншому вигляді математичних виразів для розрахунку цих QoS-показників, наприклад (10) і (14). Ураховуючи те, що формули для розрахунку QoS-показників є винятково нелінійними функціями від параметрів мережі та характеристик трафіку, то й самі оптимізаційні задачі маршрутизації набувають нелінійної форми, що потребує вже використання для їхнього розв'язання відповідних методів, наприклад, нелінійного програмування [10-22]. За необхідності врахування динаміки стану ТКМ у формалізації та розв'язанні оптимізаційних задач маршрутизації більшість мережних параметрів стають ще й функцією часу [32, 33]. У цьому випадку в процесі розрахунків активно використовуються методи оптимального управління.

Важливим моментом у постановці, а в подальшому і розв'язанні задачі маршрутизації в ТКМ, є вибір (формулювання) критерію оптимальності маршрутних рішень. Традиційно його зміст повинен мати чітке фізичне трактування з точки зору процесу маршрутизації в ТКМ, а його вигляд і форма мають орієнтувати на можливість отримання шуканого рішення з мінімальними обчислювальними затратами та в реальному часі, тобто вписуватися в наявні таймери оновлення маршрутних таблиць, що становлять у ТКМ десятки секунд [34-36]. На цей час єдиної форми критерію оптимальності маршрутних рішень, яка б задовольняла більшість висунутих до нього вимог, не існує. З огляду на це науковці, залежно від мети дослідження, застосовують досить потужну систему критеріїв оптимальності маршрутних рішень [37], кожен з яких має певні переваги та недоліки, а отже, і свій напрям пріоритетного використання в тих чи інших умовах функціонування мультисервісної телекомунікаційної мережі.

Умовно критерії оптимальності маршрутних рішень, які надалі в цій роботі знайдуть своє використання, будуть поділені на три групи. *Перша група* критеріїв пов'язана так чи інакше з мінімізацією коефіцієнтів завантаження каналів зв'язку (7), що відповідно до (6) і (17) позитивно впливає на числові значення основних QoS-показників. *Друга група* критеріїв оптимальності охоплює випадок пошуку екстремуму безпосередньо тих чи інших показників якості обслуговування, якщо застосована математична модель дозволяє забезпечити їхній розрахунок в аналітичному вигляді. Критерії оптимальності *третьої групи* будуються на комбінованому врахуванні як коефіцієнтів завантаження каналів зв'язку, так і в явному вигляді значень QoS-показників.

Прикладом критерію оптимальності першої групи є мінімум такої лінійної цільової функції:

$$J = \sum_{k \in K} \sum_{w_{i,j} \in W} h_{i,j}^x \lambda_k^{(sum)} x_{i,j}^k, \quad (21)$$

де $h_{i,j}^x$ – маршрутна метрика КЗ, який з'єднує i -й та j -й маршрутизатори ТКМ.

Традиційно маршрутні метрики безпосередньо пов'язані з функціональними параметрами каналів зв'язку, хоча у випадку, коли $h_{i,j}^x = 1$, розв'язанням задачі маршрутизації для кожного k -го потоку пакетів, як правило, є шлях із мінімальною кількістю переприйомів (хопів). Проте, якщо використовувати метрику $h_{i,j}^x = \varphi^* / \varphi_{i,j}$, то фактично цільова функція (21) буде визначати зважену суму коефіцієнтів завантаження всіх каналів зв'язку. У випадку невеликих значень вагового коефіцієнта φ^* використання подібної метрики призводить до розрахунку шляхів з найменшою сумарною метрикою, тобто з найвищою пропускну здатністю. У разі збільшення значень φ^* за результатами мінімізації (21) розраховані шляхи будуть знову ж таки більш критичними також до кількості переприйомів пакетів. У наявних протоколах, наприклад OSPF або IGRP/EIGRP, ваговий коефіцієнт φ^* приймає значення 10^8 або 10^7 , що можливо пояснюються різними одиницями вимірювання пропускну здатності $\varphi_{i,j}$, відповідно біт/с або Кбіт/с. У роботі [37] розглядається квадратичний або лінійно-квадратичний варіанти критерію оптимальності (21), застосовування яких орієнтує на забезпечення більш збалансованого використання каналного ресурсу ТКМ залежно від значень маршрутних змінних і метрик каналів зв'язку. У цьому випадку канали зв'язку з меншою маршрутною метрикою використовуються більш інтенсивно, а з більшою – менш інтенсивно.

Деякий інший підхід, пов'язаний з мінімізацією коефіцієнтів завантаження каналів зв'язку ТКМ, запропоновано, наприклад, у роботах [26, 27]. У них пропонується мінімізувати верхній поріг завантаженості всіх каналів зв'язку мережі, щоб уникнути ситуації, коли деякі канали ТКМ будуть перевантажені, а деякі – недовантажені. Подібні рішення добре відповідають вимогам концепції Traffic Engineering (TE), розро-

бленої для забезпечення збалансованого використання мережного ресурсу – пропускну здатності каналів зв'язку, буфера черг на маршрутизаторах у процесі розв'язання задач управління трафіком (маршрутизації, розподілу каналного та буферного ресурсу ТКМ). У цьому випадку, як показано в [26, 27], критерієм оптимальності може бути форма

$$\min_{x, \alpha} \alpha, \quad (22)$$

де α – верхній поріг для значень коефіцієнтів завантаженості каналів зв'язку мережі, який має відповідати умовам

$$\frac{\sum_{k \in K} \lambda_k^{(sum)} x_{i,j}^k}{\varphi_{i,j}} < \alpha \leq 1, \quad w_{i,j} \in W. \quad (23)$$

У лівій частині нерівності (23) фактично представлено вираз для розрахунку коефіцієнта використання (7) каналу зв'язку, що моделюється дугою $w_{i,j}$.

Застосування описаної моделі маршрутизації, яка представлена виразами (1)-(20), дозволяє отримати в аналітичному вигляді вирази для розрахунку ключових показників якості обслуговування (10) і (14). Саме ці вирази й можуть слугувати основою для формулювання критеріїв оптимальності другої групи. Так, наприклад, критерієм оптимальності мережних рішень може бути мінімум зваженої суми середніх міжкінцевих затримок пакетів:

$$J_{\tau} = \sum_{k \in K} pr^k \tau_{MP}^k \rightarrow \min, \quad (24)$$

де pr^k – пріоритет k -го потоку пакетів.

Застосування критерію (24) особливо актуальне в процесі використання політики негайної передачі пакетів EF PHB (Expedited Forwarding Per-Hop Behavior), яка відповідно до методу DSCP визначає найвищий пріоритет обслуговування запитів користувачів. Чим вищий пріоритет у того чи іншого потоку пакетів, тим з меншою середньою міжкінцевою затримкою вони будуть передані в ТКМ [34-36].

Під час передачі трафіку даних, що є дуже чутливим до ймовірних втрат пакетів, доцільно використовувати критерій, який доставляє максимум наступної цільової функції

$$J_p = \sum_{k \in K} pr^k \lambda_k^{(sum)} b^k \rightarrow \max. \quad (25)$$

Цільова функція (25) характеризує сумарний за всіма потоками, зважений щодо пріоритету пакетів обсяг даних, доставлених (невтрачених) у мережі. Чим вищий пріоритет у того чи іншого потоку пакетів, тим з меншим рівнем втрат вони будуть доставлені маршрутизатору-отримувачу в ТКМ.

Зважаючи на мультисервісний характер сучасних ТКМ, більшість потоків пакетів, що генеруються відповідними мережними додатками, чутливі до значень мно-

жини QoS-показників. Тому в низці випадків доцільним є використання комбінації критеріїв (24) і (25):

$$J_{\text{тр}} = \sum_{k \in K} \left[h_{\tau}^k pr^k \tau_{MP}^k - h_p^k pr^k \lambda_k^{(вум)} b^k \right] \rightarrow \min, \quad (26)$$

де h_{τ}^k та h_p^k – вагові коефіцієнти, які, по-перше, визначають ступінь чутливості k -го потоку до міжкінцевих значень середньої затримки та ймовірності втрат пакетів, по-друге, вирівнюють розмірність фізичних величин, які містяться у виразі (26).

Чим більш чутливим є k -й потік пакетів до обраного QoS-показника, тим більші значення приймає відповідний ваговий коефіцієнт. Інформацію для формування коефіцієнтів h_{τ}^k та h_p^k можна брати, наприклад, з 4 бітів байту типу обслуговування (Type of Service, ToS), який міститься в заголовку кожного IP-пакета (табл. 1). Цей байт містить інформацію про IP-пріоритет або код DSCP пакета [34-36].

Таблиця 1. Варіанти значень поля типу обслуговування в заголовку IP-пакета

Значення поля ToS	Вимоги щодо рівня QoS
1000	мінімальна затримка
0100	максимальна пропускна здатність
0010	максимальна надійність
0001	мінімальна вартість (cost)
0000	послуги без QoS-вимог

Використання критеріїв оптимальності маршрутних рішень, які містять в явному вигляді значення тих чи інших показників якості обслуговування, не забороняє введення до структури оптимізаційної задачі відповідних QoS-умов, наприклад, (8), (9) і (20) за наявності чітких вимог (норм) щодо граничних (мінімальних або максимальних) значень обраних QoS-показників: $\lambda_k^{(вум)}$, $\tau_{(дон)}^k$ та $p_{(дон)}^k$.

Основною перевагою у використанні критеріїв оптимальності першої групи є їхня лінійність та пов'язана з цим невисока обчислювальна складність отримання кінцевих маршрутних рішень. Проте головним недоліком цього підходу є опосередкований вплив отриманих рішень на значення більшості QoS-показників. У критеріїв оптимальності другої групи переваги та недоліки є дзеркальними до рішень першої групи. Тому третя група критеріїв оптимальності розв'язання задач маршрутизації, яка базується на комбінації критеріїв першої та другої групи, має на меті доповнити переваги та мінімізувати недоліки наведених маршрутних рішень із розширенням їхнього напрямку застосування. Водночас критерії третьої групи можуть використовуватись у тих випадках, коли не для всіх QoS-показників можна отримати аналітичні вирази для їхнього включення до критеріїв. Тоді різні частини цільової функції, мінімум або максимум якої і становить суть критерію оптимальності, можуть відповідати або за визначення того чи іншого показника якості обслуговування, або за врахування, наприклад, коефіцієнтів використання каналів зв'язку ТКМ.

IV. Аналіз впливу виду критерію оптимальності на характер рішень QoS-маршрутизації з використанням тензорної моделі телекомунікаційної мережі

Для аналізу особливостей розв’язання задач маршрутизації з використанням удосконалених QoS-умов (9), (10) та (20) було проведено дослідження для різних мережних структур, характеристик трафіку та вимог щодо рівня якості обслуговування. Загальну методику досліджень продемонструємо на прикладі (рис. 1), у якому визначені такі вихідні дані:

- структура ТКМ представлена на рис. 1;
- у розривах каналів зв’язку вказані їхні пропускі здатності (1/с);
- перший маршрутизатор був джерелом, а п’ятий – отримувачем потоку пакетів;
- функціонування кожного з інтерфейсів маршрутизаторів моделювалося системою масового обслуговування M/M/1/N.

Структура ТКМ (рис. 1) визначає 7-вимірний геометричний простір.

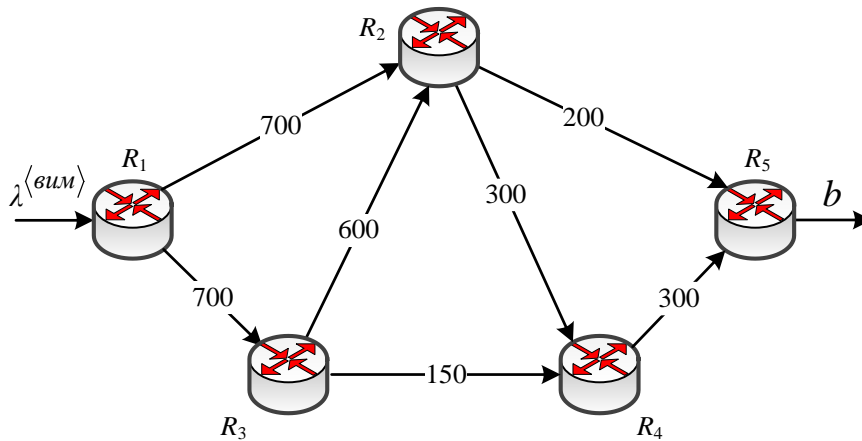


Рис. 1. Приклад структури ТКМ, яка підлягала дослідженню

На рис. 2 зображено приклад формування базисів під час тензорного опису ТКМ: $n = 7$, $\kappa(S) = 4$, $\vartheta(S) = 3$.

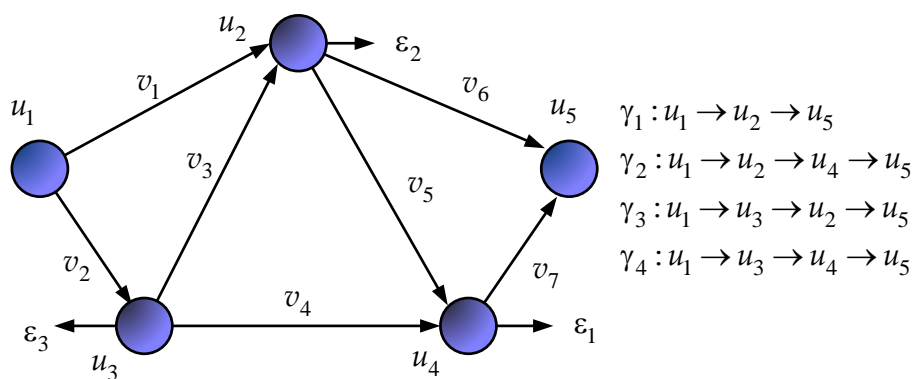
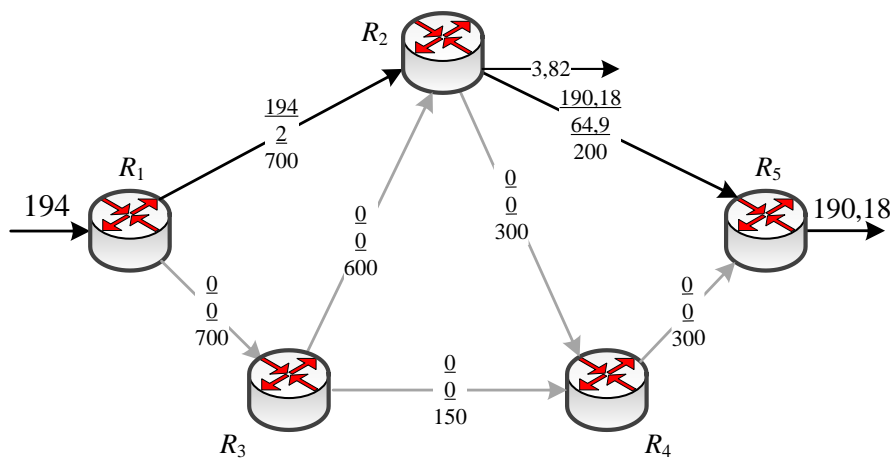


Рис. 2. Приклад вибору базисів у процесі тензорного опису ТКМ

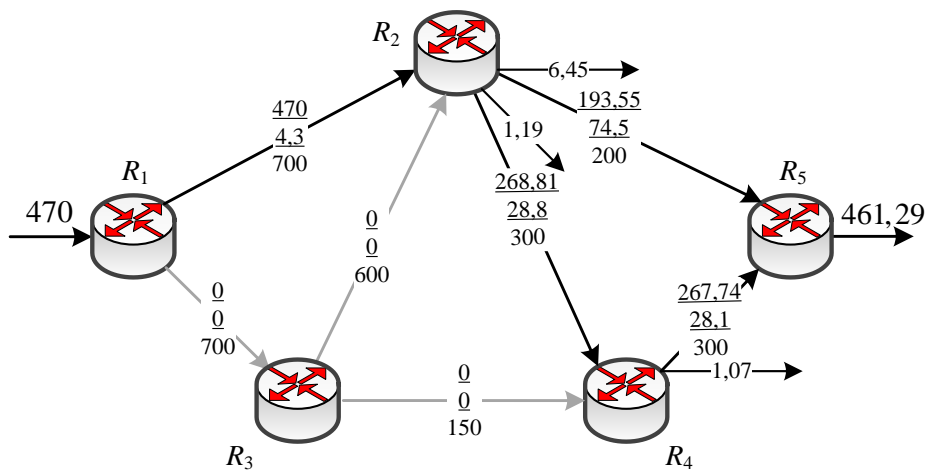
Як вихідні використовувалися такі дані:

$$\lambda^{\langle \text{вим} \rangle} = 10 \div 485 \text{ 1/с}; \quad \tau_{\langle \text{дон} \rangle} = 80 \text{ мс}; \quad p_{\langle \text{дон} \rangle} = 0,02; \quad N = 30. \quad (27)$$

Тоді в умовах використання лінійного критерію оптимальності (21) з метриками $h_{i,j}^x = 10^7 / \varphi_{i,j}$ залежно від вимог щодо значень $\lambda^{\langle \text{вим} \rangle}$ реалізувався порядок маршрутизації, який представлений на рис. 3 та 4. На рис. 3 та 4 у розривах каналів зв'язку зображено такі дані (згори донизу): інтенсивність потоку пакетів, середня затримка пакетів та його пропускна здатність. У разі втрат пакетів біля відповідного вихідного інтерфейсу маршрутизатора на цих рисунках у розриві стрілочки показано інтенсивність потоку відкинутих пакетів.



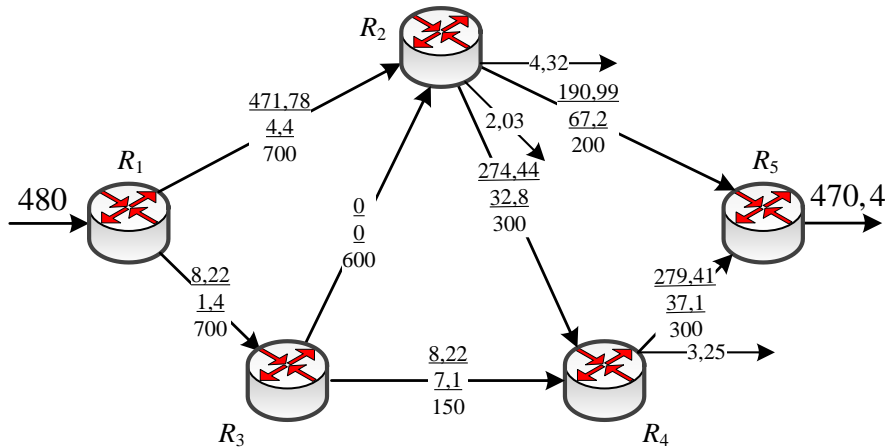
а) $\lambda^{\langle \text{вим} \rangle} = 194 \text{ 1/с}$



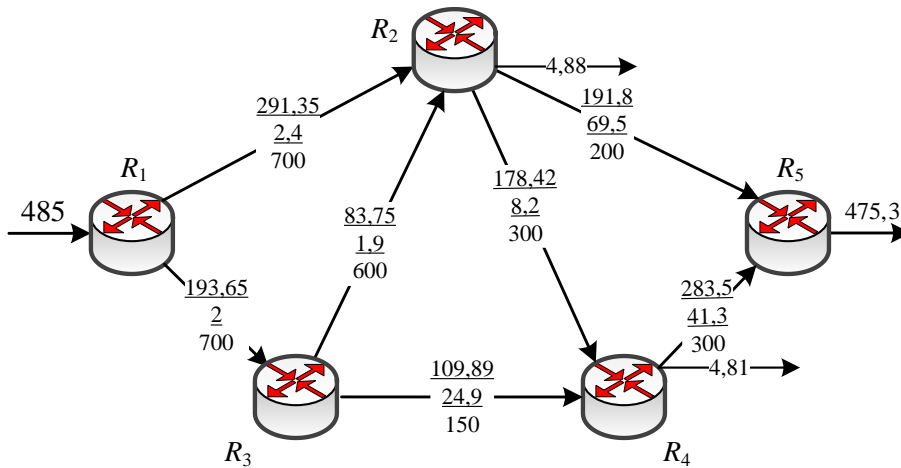
б) $\lambda^{\langle \text{вим} \rangle} = 470 \text{ 1/с}$

Рис. 3. Порядок одно- та двошляхової QoS-маршрутизації потоку пакетів за умови використання критерію оптимальності (21)

Особливістю представленого рішення є підтримка стратегій як одношляхової (рис. 3, а), так і багатошляхової QoS-маршрутизації (рис. 3, б та 4 а, б). У цьому випадку використання критерію оптимальності (21) завжди призводило до мінімізації кількості використаних маршрутів, яка безпосередньо залежала від рівня QoS-вимог. Зростання навантаження на ТКМ ($\lambda^{(вим)}$) супроводжувалось адаптивним збільшенням кількості використаних маршрутів, тобто задоволення більш жорстких QoS-вимог відбувалося за рахунок задіяння додаткового мережного (канального) ресурсу.



а) $\lambda^{(вим)} = 480 \text{ 1/с}$



б) $\lambda^{(вим)} = 485 \text{ 1/с}$

Рис. 4. Порядок три- та чотиришляхової QoS-маршрутизації потоку пакетів за умови використання критерію оптимальності (21)

Характеристики розрахованих шляхів і рівень якості обслуговування, який вони забезпечували в ТКМ, детально представлені в табл. 2. Водночас інтенсивність потоку

пакетів, які були успішно доставлені до маршрутизатора-отримувача за допомогою шляхів з множини P , розраховувалась за формулою $\lambda^* = \lambda^{(вим)} b$.

Таблиця 2. Характеристики розрахованих маршрутів, показаних на рис. 3 та рис. 4, під час забезпечення заданого рівня QoS

№	$\lambda^{(вим)}$ (1/с)	λ^* (1/с)	$ P $	Характеристики розрахованих шляхів			τ_{MP} (мс)	p_d
				Маршрут	λ_p (1/с)	τ_p (мс)		
1	194	190,18	1	$R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_5$	190,18	66,9	66,9	0,0197
2	470	461,28	2	$R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_5$	193,55	78,8	68,6	0,185
				$R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_5$	267,74	61,2		
3	480	470,4	3	$R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_5$	190,99	71,5	72,7	0,02
				$R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_5$	271,29	74,3		
				$R_1 \rightarrow R_3 \rightarrow R_4 \rightarrow R_5$	8,12	45,6		
4	485	475,3	4	$R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_5$	191,8	71,9	64	0,02
				$R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_5$	93,09	51,9		
				$R_1 \rightarrow R_3 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_5$	82,35	53,4		
				$R_1 \rightarrow R_3 \rightarrow R_4 \rightarrow R_5$	108,06	68,2		

У випадку застосування квадратичного аналога критерію оптимальності (21) виконання QoS-умов (9), (10) і (20) досягалося зазвичай використанням всіх доступних шляхів. Зокрема канали з більшими значеннями маршрутних метрик завантажувалися менше, ніж канали з нижчими значеннями подібних метрик. Використання критерію оптимальності (22) також супроводжувалося задіянням усіх доступних шляхів. Проте порядок балансування навантаження був орієнтований на вирівнювання коефіцієнтів використання всіх каналів зв'язку ТКМ, тобто канали завантажувалися пропорційно до їхніх пропускових здатностей, а не маршрутних метрик, як за умови використання лінійного критерію (21) та його квадратичного аналога.

У процесі застосування критерію оптимальності (25), пов'язаного з мінімізацією такого важливого QoS-показника, як імовірність втрат пакетів у ТКМ, під час маршрутизації були задіяні всі доступні шляхи (рис. 5). Позначення на рис. 5 аналогічні до тих, що введені на рис. 3 та 4.

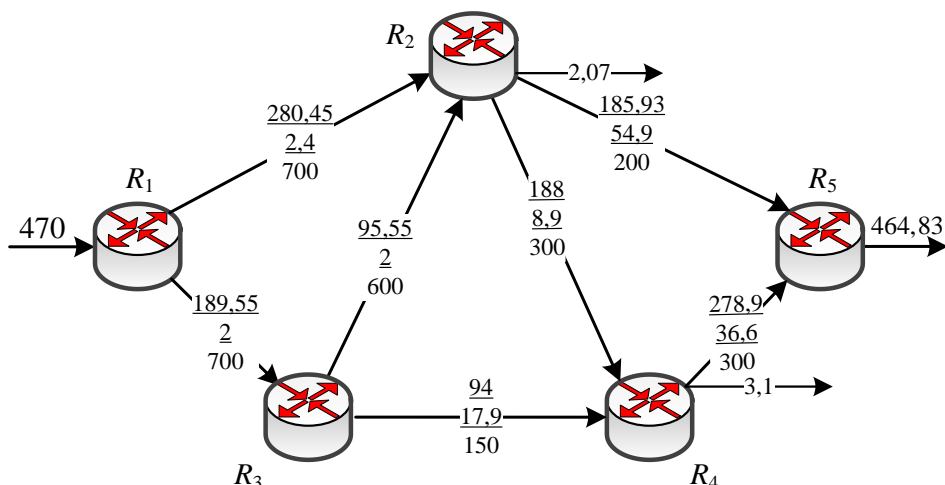


Рис. 5. Порядок QoS-маршрутизації потоку пакетів за умови використання критерію оптимальності (25)

Характеристики розрахованих маршрутів представлені в табл. 3.

Таблиця 3. Характеристики розрахованих маршрутів, показаних на рис. 5

№	$\lambda^{(вим)}$ (1/с)	λ^* (1/с)	$ P $	Характеристики розрахованих шляхів			τ_{MP} (мс)	p_d
				Маршрут	λ_p (1/с)	τ_p (мс)		
1	470	464,83	4	$R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_5$	185,93	57,3	53,7	0,011
				$R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_5$	91,43	47,9		
				$R_1 \rightarrow R_3 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_5$	94,5	49,5		
				$R_1 \rightarrow R_3 \rightarrow R_4 \rightarrow R_5$	92,97	56,4		

Порівняно з аналогічним рішенням (табл. 2) для $\lambda^{(вим)} = 470$ 1/с вдалося знизити як середню міжкінцеву затримку, так і ймовірність втрат пакетів у ТКМ.

В умовах використання критерію оптимальності (24), який призводить до мінімізації середньої міжкінцевої затримки пакетів у ТКМ, у процесі QoS-маршрутизації знову ж таки застосовувалися всі доступні шляхи (рис. 6). Позначення на рис. 6 аналогічні до тих, що введені на рис. 3–5.

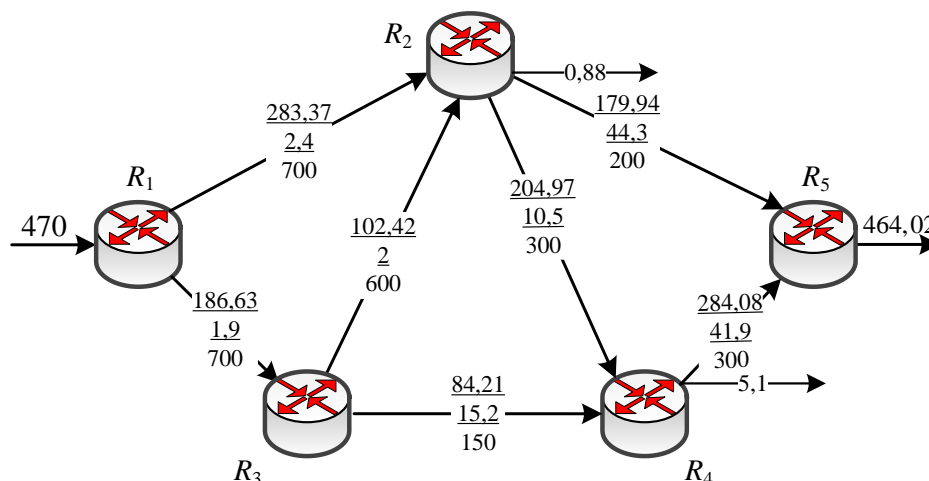


Рис. 6. Порядок QoS-маршрутизації потоку пакетів за умови використання критерію оптимальності (24)

Характеристики розрахованих маршрутів (рис. 6) представлені в табл. 4. Порівняно з аналогічними рішеннями, описаними в табл. 2 та 3 для $\lambda^{(вум)} = 470$ 1/с, вдалося знизити середню міжкінцеву затримку пакетів. Проте використання критерію (25) прогнозовано забезпечило меншу ймовірність втрат пакетів у ТКМ.

Таблиця 4. Характеристики розрахованих маршрутів, показаних на рис. 6

№	$\lambda^{(вум)}$ (1/с)	λ^* (1/с)	$ P $	Характеристики розрахованих шляхів			τ_{MP} (мс)	p_d
				Маршрут	λ_p (1/с)	τ_p (мс)		
1	470	464,02	4	$R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_5$	179,94	46,7	52,8	0,0127
				$R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_5$	100,74	54,8		
				$R_1 \rightarrow R_3 \rightarrow R_2 \rightarrow R_4 \rightarrow R_5$	100,61	56,4		
				$R_1 \rightarrow R_3 \rightarrow R_4 \rightarrow R_5$	82,73	59,1		

Висновки

1. Для дослідження обрано вдосконалену у роботах [19-21] тензорну модель телекомунікаційної мережі, яку представлено в базисі міжполюсних шляхів і внутрішніх вузлових пар. Перевагою даної моделі є використання умов забезпечення якості обслуговування за показниками пропускної здатності (8), середньої міжкінцевої затримки (20) та ймовірності втрат пакетів (9), (10).

2. В межах обраної моделі технологічна задача маршрутизації сформульована в оптимізаційній формі з обмеженнями (1), (2), (5), (8), (9) та (20), які накладались на маршрутні змінні. Запропоновано систему критеріїв оптимальності маршрутних

рішень (24)–(26), які можуть використовуватися для розрахунку оптимальних значень маршрутних змінних. Ці критерії залежно від особливостей постановки задачі маршрутизації орієнтують на оптимальне використання доступного мережного ресурсу та/або на диференційоване покращення QoS-показників мережної продуктивності, до числових значень яких чутливий той чи інший потік пакетів.

3. Проведено аналіз впливу виду критерію оптимальності на характер рішень задач QoS-маршрутизації з використанням запропонованої тензорної моделі телекомунікаційної мережі. На низці розрахункових прикладів удосконалена тензорна модель ТКМ, як на рівні запропонованих QoS-умов (9), (10) і (20), так і розглянутих QoS-критеріїв оптимальності (21), (24) і (25), підтвердила свою адекватність у розв'язанні задач одно- та багатошляхової маршрутизації. Удосконалена тензорна модель ТКМ забезпечувала адаптивне реагування на зміну завантаженості мережі та виду критерію оптимальності маршрутних рішень з точки зору забезпечення заданих значень показників якості обслуговування – швидкості передачі ($\lambda^{(вим)}$), середньої міжкінцевої затримки ($\tau_{\langle don \rangle}$) та ймовірності втрат пакетів ($p_{\langle don \rangle}$).

Список літератури

1. Поповський, В. В. (2018), Телекомунікаційні системи та мережі. Структура та основні функції, Х.: СМІТ, режим доступу: <http://www.znanius.com/3534.html>
2. Monge, A. S., Szarkowicz, K. G. (2016), MPLS in the SDN Era: Interoperable Scenarios to Make Networks Scale to New Services, Sebastopol: O'Reilly Media, 920 p.
3. Математичні основи теорії телекомунікаційних систем: за загальною редакцією В.В. Поповського (2006), Харків: ТОВ «Компанія СМІТ», 564 с.
4. Крон, Г. (1978), Тензорный анализ сетей, М.: Сов. радио, 720 с.
5. Kron, G. (1963), Diakoptics; the piecewise Solution of Large-Scale System, MacDonald, London, 166 p.
6. Арменский, А. Е. (1989), Тензорные методы построения информационных систем, М.: Наука, 152 с.
7. Кузин, Л. Т., Арменский, А. Е., Петров, А. Е., Абрамов, Д. Ю., Ермаков, А. Н. (1984), “Тензорные банки данных”, Изв. вузов СССР. Приборостроение, No. 27(6), С. 38-40.
8. Анго, А. (1965), Математика для электро- и радиоинженеров, М.: Наука, 780 с.
9. Дружинин, В. В., Конторов, Д. С., Конторов, М. Д. (1989), Введение в теорию конфликта, М.: Радио и связь, 288 с.
10. Лемешко, А. В., Евсеева, О. Ю. (2010), “Тензорная геометризация структурно-функционального представления телекоммуникационной системы в базисе межполюсных путей и внутренних разрезов”, Наукові записки УНДІЗ, No. 1(13), С. 14-26.
11. Lemeshko, O., Yevdokymenko, M., Alsaleem, A. (2018), “Development of the tensor model of multipath QoS-routing in an infocommunication network with providing the required Quality Rating”, Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, No. 2(95), P. 40-46. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.141989>
12. Lemeshko, O., Yeremenko, O., Yevdokymenko, M., Hailan, A. M. (2020), “Tensor Multiflow Routing Model to Ensure the Guaranteed Quality of Service Based on Load Balancing in Net-

work”, Hu Z., Petoukhov S., Dychka I., He M. (eds) Advances in Computer Science for Engineering and Education III. ICCSEEA 2020. Advances in Intelligent Systems and Computing, No. 1247, Springer, Cham, P. 120-131. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-55506-1_11

13. Лемешко, А. В., Евсеєва, О. Ю. (2012), “Тензорная модель многопутевой маршрутизации с гарантиями качества обслуживания одновременно по множеству разнородных показателей”, Проблемы телекомунікацій, No. 4(9), С. 16-31. Режим доступа: http://pt.nure.ua/wp-content/uploads/2020/01/124_lemeshko_tensor.pdf

14. Лемешко, А. В. (2004), “Тензорная модель многопутевой маршрутизации агрегированных потоков с резервированием сетевых ресурсов, представленная в пространстве с кривизной”, Праці УНДІРТ, No. 4(40), С. 12-18.

15. Лемешко, А. В., Гаркуша, С. В. (2014), “Обеспечение качества обслуживания в условиях согласованного решения задач управления трафиком в телекоммуникационной сети”, Проблемы телекомунікацій, No. 2(14), С. 52-66. Режим доступа: http://pt.nure.ua/wp-content/uploads/2020/01/142_lemeshko_qos.pdf

16. Евсеєва, О. Ю. (2010), “Диактоптическая тензорная модель ТКС в базе путей и внутренних разрезов”, Проблемы телекомунікацій, No. 1(1), С. 6-22. Режим доступа: http://pt.nure.ua/wp-content/uploads/2020/01/101_yevseyeva_diakoptics.pdf

17. Лемешко, А. В., Евсеєва, О. Ю. (2010), “Тензорная геометризация структурно-функционального представления телекоммуникационной системы в базе межполюсных путей и внутренних разрезов”, Наукові записки УНДІЗ, No. 1(13), С. 14–26.

18. Lemeshko, O. V., Yeremenko, O. S., Hailan, A. M. (2016), “QoS solution of traffic management based on the dynamic tensor model in the coordinate system of interpolator paths and internal node pairs”, 2016 International Conference Radio Electronics & Info Communications (UkrMiCo), Kiev, Ukraine, P. 1–6, DOI: <https://doi.org/10.1109/UkrMiCo.2016.7739625>

19. Лемешко, О. В., Євдокименко, М. О. (2020), “Вдосконалення потокової моделі маршрутизації в мультисервісній телекомунікаційній мережі із забезпеченням якості обслуговування”, Системи озброєння і військова техніка, No. 1(61), С. 31-43. DOI: <https://doi.org/10.30748/soivt.2020.61.04>.

20. Лемешко, О. В., Євдокименко, М. О., Єременко, О. С. (2020), “Оптимізаційна модель маршрутизації чутливого до затримок трафіка в інфокомунікаційних мережах”, Системи управління, навігації та зв'язку, збірник наукових праць, Полтава: ПНТУ, No. 2(60), С. 152-159. DOI: <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2020.2.152>

21. Lemeshko, O., Yevdokymenko, M. (2020), “Advanced tensor approach to fast reroute with quality of service protection under multiple parameters”, Information and Telecommunication Sciences, No. 1, P. 41–52, DOI: <https://doi.org/10.20535/2411-2976.12020.41-52>

22. Lemeshko, A. V., Evseeva, O. Yu., Garkusha, S. V. (2014), “Research on Tensor Model of Multipath Routing in Telecommunication Network with Support of Service Quality by Greater Number of Indices”, Telecommunications and RadioEngineering, No. 73(15), P. 1339-1360. DOI: <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.v73.i15.30>

23. Barreiros, M., Lundqvist, P. (2016), QOS-Enabled Networks: Tools and Foundations, Wiley Series on Communications Networking & Distributed Systems, Hardcover: Wiley, 254 p.

24. Вегешна, III. (2003), Качество обслуживания в сетях IP, М.: Издательский дом «Вильямс», 368 с.

25. ITU-T Rec. Y.1541 (2011), “Network performance objective for IP-based services”, available at: <https://www.itu.int/rec/T-REC-Y.1541-201112-I/en>

26. Seok, Yo., Lee, Yo., Choi, Ya., Kim, C. (2002), "A constrained multipath traffic engineering scheme for MPLS networks", Proceedings of the IEEE International Conference "International Conference on Communications ICC 2002 (Cat. No.02CH37333)", New York, 28 April-2 May, P. 2431-2436. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICC.2002.997280>
27. Wang, N., Ho, K., Pavlou, G., Howarth, M. (2008), "An overview of routing optimization for internet traffic engineering", IEEE Communications Surveys & Tutorials, No. 1(10), P. 36-56. DOI: <https://doi.org/10.1109/COMST.2008.4483669>
28. Feng, G., Makki, K., Pissinou, N., Douligeris, C. (2002), "Heuristic and exact algorithms for QoS routing with multiple constraints", IEICE Transactions on Communications, No. 85(12), P. 2838-2850.
29. Sanguankotchakorn, T., Perera, N. (2010), "Hybrid multi-constrained optimal path QoS routing with inaccurate link state", 2010 Ninth International Conference on Networks, Menuires, France, P. 321-326. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICN.2010.57>
30. Xiao, W., Soong, B. H., Law, C. L., Guan, Y. L. (2004), "Evaluation of heuristic path selection algorithms for multi-constrained QoS routing", IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control, 2004, Taipei, Taiwan, P. 112-116. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICNSC.2004.1297418>
31. Agrawal, H., Grah, M., Gregory, M. (2007), "Optimization of QoS routing", 6th IEEE/ACIS International Conference on Computer and Information Science (ICIS 2007), Melbourne, VIC, Australia, P. 598-603. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICIS.2007.144>
32. Лемешко, А. В., Еременко, А. С. (2016), "Динамическое представление тензорной модели многопутевой QoS-маршрутизации в нестационарном режиме работы сетевых интерфейсов", Проблемы телекомунікацій, No. 1(18), С. 3-21. Режим доступа: http://pt.nure.ua/wp-content/uploads/2020/01/161_lemeshko_dynamic.pdf
33. Lemeshko, O., Yeremenko, O. (2016), "Dynamic Presentation of tensor model for multipath QoS-routing", 2016 13th International Conference on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET), Lviv, Ukraine, P. 601-604. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCSET.2016.7452128>
34. Medhi, D., Ramasamy, K. (2018), Network Routing, Second Edition: Algorithms, Protocols, and Architectures (The Morgan Kaufmann Series in Networking) 2nd Edition, Cambridge, MA, USA: Elsevier Inc., 1018 p.
35. Misra, S., Goswami, S. (2017), Network Routing: Fundamentals, Applications, and Emerging Technologies, 1st Edition, Wiley, 536 p.
36. Uyless, D. B. (2000), IP routing protocols: RIP, OSPF, BGP, PNNI and Cisco routing protocols, Prentice Hall PTR, 287 p.
37. Лемешко, О. В., Еременко, О. С., Невзорова, О. С. (2020), Потоківі моделі та методи маршрутизації в інфокомунікаційних мережах: відмовостійкість, безпека, масштабованість, Харків: ХНУРЕ, 308 с.