

УДК 621.391

ЗАСТОСУВАННЯ ДІЙСНИХ І КОМПЛЕКСНИХ СПЛАЙНІВ У ЗАДАЧАХ ІНФОКОМУНІКАЦІЙ



[І.В. СТРЕЛКОВСЬКА, І.М. СОЛОВСЬКА](#)

Міжнародний гуманітарний університет



[Ю.О. СТРЕЛКОВСЬКА](#)

Національний університет «Одеська юридична академія»

Abstract – The work offers the solution to problems of analysis and synthesis of infocommunication systems with the help of real and complex spline functions. The use of the spline approximation method for solving problems of recovery of random signals and self-similar traffic, management of network objects and network as a whole, and procedures of infocommunication objects and networks functioning is offered. To solve the problems of forecasting, in particular, forecasting the characteristics of network traffic and maintaining the QoS characteristics in its service and formation of requirements for network buffer devices, developed spline extrapolation based on different types of real spline functions, namely: linear, quadratic, quadratic B-splines, cubic, cubic B-splines, cubic Hermite splines. As a criterion for choosing the type of spline function, the prediction error is selected, the accuracy of which can be increased by using a particular kind of spline, depending on the object being predicted. The use of complex flat spline functions is considered to solve the class of user positioning problems in the radio access network. In general, the use of real and complex spline functions allows obtaining the results of improving the Quality of Service in the infocommunication network and ensuring the scalability of the obtained solutions.

Анотація – У роботі запропоновано рішення задач аналізу та синтезу інфокомунікаційних систем за допомогою дійсних і комплексних сплайн-функцій. Запропоновано використання методу сплайн-апроксимації для рішення задач відновлення випадкових сигналів і самоподібного трафіка, управління мережними об'єктами та мережею загалом, процедурами функціонування інфокомунікаційних об'єктів і мереж. Для рішення задач прогнозування, зокрема прогнозування характеристик мережного трафіка та підтримки характеристик якості обслуговування (QoS) при його обслуговуванні та формуванні вимог до мережних буферних пристроїв розроблений метод сплайн-екстраполяції на базі різних видів дійсних сплайн-функцій, а саме: лінійних, квадратичних, квадратичних В-сплайнів, кубічних, кубічних В-сплайнів, кубічних сплайнів Ерміта. Як критерій вибору виду сплайн-функції обрана похибка прогнозування, точність якої може бути підвищена за рахунок використання того чи іншого виду сплайну залежно від об'єкта, що прогнозується. Для рішення класу задач позиціонування користувача в мережі радіодоступу розглянуто використання комплексних плоских сплайн-функцій. Загалом використання методів дійсних і комплексних сплайн-функцій дозволяє отримати результати щодо підвищення характеристик якості обслуговування в інфокомунікаційній мережі та забезпечити масштабованість отриманих рішень.

Вступ

Стрімкий розвиток сучасних інфокомунікаційних систем і мереж сьогодні зумовлює зміну багатьох технологічних рішень, удосконалення протоколів і механізмів підтримки необхідних характеристик QoS/QoE (Quality of Service/Quality of Experience) та алгоритмів функціонування самих систем у напрямку мереж Future Networks [1-3]. Такі зміни потребують кардинального перегляду відомих рішень і пошуку нових методів рішення задач аналізу та синтезу інфокомунікацій. Процес створення теорії інфокомунікаційних систем і мереж поки що не завершено, однак, інженерна інтуїція сьогодні часто випереджає науку і дозволяє знайти необхідні рішення задач на стику різних наук, тим самим, перейти від суто технологічних рішень до рішень на основі теорії систем.

Серед задач, які потребують рішення в сучасних інфокомунікаційних системах і мережах, розглянемо наступні [4]:

- задачі відновлення та оцінки станів (даних, сигналів, трафіка);
- задачі обробки сигналів і зображень включно з задачами фільтрації та стиснення даних, виявлення та вимірювання сигналів;
- задачі підвищення характеристик QoS/QoE функціонування сучасних інфокомунікаційних мереж, які регламентують залежності між параметрами взаємодії в мережі;
- задачі прогнозування характеристик трафіка різних додатків, який обслуговується в інфокомунікаційній мережі, та формування вимог до мережних буферних пристроїв;
- задачі позиціонування користувача в інфокомунікаційних мережах та підвищення точності місцезнаходження користувача, зокрема для мереж Indoor.

Для вирішення вищезазначених задач необхідно здійснити пошук ефективних інструментів системного аналізу та синтезу сучасних інфокомунікаційних систем і мереж на базі нових математичних методів. Існуючі рішення базуються на низці вже відомих математичних методів (функціональний аналіз, інтегральне та диференціальне обчислення, теорія груп, теорія операторів, спектральний аналіз та інші) [5-11]. Важливим питанням є пошук інших математичних методів, альтернативних до відомих, які дозволять значно спростити процес розв'язання та одночасно надати нові можливі рішення. Залежно від характеру задач, що розглядаються, отримання результатів можливе за допомогою оцінок інтерполяції, екстраполяції та апроксимації, адже ефективність рішення задач аналізу та синтезу інфокомунікаційних мереж безпосередньо залежить від точності отриманих результатів. Використання методів інтерполяції, апроксимації та екстраполяції реальних процесів і режимів мережних елементів, а також функцій мережі дозволить отримати рішення значного класу задач за допомогою дійсних і комплексних сплайн-функцій [12-15], що спростить розв'язання деяких задач інфокомунікацій. Використання дійсних і комплексних сплайн-функцій має важливу практичну перевагу – досить просту реалізацію сплайн-функцій та можливості майже універсального використання.

В роботах [16-19] авторами отримані рішення задач відновлення мовних сигналів за допомогою дискретних відліків, використавши порівняння результатів відновлення за допомогою ряду Котельникова та сплайн-апроксимації на базі кубічних сплайнів. Встановлено, що використання сплайн-апроксимації для мовного сигналу з частотними коливаннями дозволяє отримати кращі результати з найменшою похибкою. Результати рекурсивних оцінок стану мережних елементів розглянуті в роботі [17], де запропоновано використання фільтра Калмана-Б'юсі та сплайн-апроксимації дозволяють стверджувати, що результати відновлення стану мережних елементів протоколу RTP (Real Time Protocol)/RTCP (Real Time Control Protocol) за допомогою кубічних сплайнів можуть бути значно покращені. Перевага сплайн-апроксимації при рішенні задач відновлення трафіка доведена за допомогою різних видів сплайн-функцій (лінійних, квадратичних, кубічних, B-сплайнів та інш.) у роботі [18].

На сучасному етапі розвитку інфокомунікацій важливим питанням є вирішення задач прогнозування характеристик трафіка, який обслуговується в мережі. Для цього

в роботах [20-30] запропоновано використання сплайн-екстраполяції на основі різних сплайн-функцій (лінійних, квадратичних, кубічних В-сплайнів, кубічних В-сплайнів та кубічних сплайнів Ерміта), які дозволяють підвищити точність прогнозу. Результати прогнозування дозволяють передбачити необхідний розмір буферних пристроїв і характеристик об'єктів мережі, тим самим запобігти перевантаженням та сприятимуть перевищенню нормативних значень характеристик QoS/QoE. Однак, існує низка завдань, рішення яких неможливо отримати за допомогою дійсних сплайнів, наприклад, задачі позиціонування. При розв'язанні таких задач існує потреба визначення координати користувача у відношенні до отриманої потужності сигналу. У цьому випадку доцільно використання комплексних плоских сплайн-функцій, які дозволяють зменшити похибку позиціонування у порівнянні з іншими відомими методами [32].

При вирішенні різних завдань теорії та практики інфокомунікацій важливе місце займають методи теорії наближень, до яких віднесені методи інтерполяції, екстраполяції та апроксимації [33]. Розглянемо ці методи детальніше.

Метою даної роботи є пошук нових методів рішення задач аналізу та синтезу в інфокомунікаціях для підвищення характеристик якості функціонування інфокомунікаційних систем.

І. Сплайн-інтерполяція

Інтерполяція – це спосіб наближеного знаходження будь-якої величини за відомим набором значень цієї або іншої величини, які пов'язані з нею. Саме інтерполяція є основою для реалізації багатьох наближених методів рішення. При інтерполяції функції $f(x)$ на відрізку $[a, b]$ по її значенням у вузлах x_k сітки $\Delta_n = \{a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_n \leq b\}$ визначає побудову іншої функції $L_n(x_k) = L_n(f; x_k)$ такої, що $L_n(x_k) = f(x_k)$, $k = 0, 1, \dots, n$. У загальній постановці завдання інтерполяції функції $f(x)$ полягає в побудові $L_n(x)$ не тільки із умови збігу значень функції $L_n(x)$ та $f(x)$ на сітці Δ_n , а й з вимоги збігу в окремих вузлах їх похідних до якогось порядку або деяких інших співвідношень, що зв'язують $f(x)$ та $L_n(x)$. Зазвичай $L_n(x)$ задається як $L_n(x) = \sum_{i=0}^n a_i \phi_i(x)$, де формула $\{\phi_i(x)\}_{i=0}^n$ – деяка система лінійно-незалежних функцій [4], [33].

На практиці при вирішенні задач аналізу та синтезу інфокомунікаційних систем та мереж знайшла своє використання сплайн-інтерполяція з використанням різних сплайн-функцій (лінійних, квадратичних і кубічних). На основі отриманих результатів може бути виконана апроксимація.

Апроксимація дозволяє досліджувати числові характеристики та якісні властивості аналізованого об'єкта, зводячи завдання до вивчення більш простих або більш зручних об'єктів (наприклад, таких, характеристики яких легко обчислюються або властивості яких вже відомі) [4, 33].

Тоді отримані результати дозволяють за допомогою сплайн-апроксимації вирішувати значний клас задач сучасних інфокомунікацій, серед яких зазначимо наступні [4]:

– задачі відновлення випадкових сигналів і самоподібного трафіка, рішення яких дозволяють отримати необхідні значення між вузлами інтерполяції з необхідною похибкою [16-19];

– задачі відновлення станів мережних об'єктів і характеристик у реальному часі, рішення яких забезпечить отримання рекурсивних оцінок стану часу затримки протоколу RTP/RTCP, ємності завантаження буфера RED та інших з метою зменшення похибки відновлення [17];

– задачі управління мережними об'єктами та мережею загалом, які базуються на результатах моніторингу мережі та обробці отриманих даних [19];

– задачі підтримки процедур функціонування об'єктів і мережі загалом з метою підвищення характеристик якості функціонування QoS/QoE.

Розглянемо рішення деяких задач інфокомунікацій, які ґрунтуються на використанні сплайн-апроксимації [4, 16-19].

Задача відновлення стану мережних елементів RTP/RTCP

Під час оцінки стану мережних об'єктів пакетної мережі, а саме часу затримки пакетів в протоколі RTP (Real Time Protocol/Real Time Control Protocol) та обсягу завантаження буферних пристроїв RED (Random early detection) за допомогою фільтра Калмана-Б'юсі (ФКБ) та сплайн-апроксимації, отримано значне покращення апостеріорної дисперсії похибки оцінки в 4-6 разів за рахунок використання кубічних сплайн-функцій (рис. 1) [17, 33]. Оцінка стану виконується за допомогою фільтра Калмана-Б'юсі згідно з виразом [17]:

$$\hat{x}(k) = \Phi(k, k-1)\hat{x}(k-1) + K(k)[y(k) - \Phi(k, k-1)\hat{x}(k-1)], \quad (1)$$

де $\hat{x}(k)$ – поточна оцінка, отримана на k -тому кроці, $y(k)$ – процес спостереження, $K(k)$ – коефіцієнт підсилення фільтра Калмана-Б'юсі, який знаходиться рекурентно за формулою $K(k) = D_{\hat{x}}(k)H^T(k)D_n^{-1}(k)$, T – знак транспонування, $D_{\hat{x}}(k+1|k)$ – апіорна дисперсія помилки оцінки, $D_{\hat{x}}(k+1|k) = \Phi(k+1, k)D_{\hat{x}}(k)\Phi^T(k+1, k) + \Gamma(k)D_{\omega}(k)\Gamma^T(k)$, $D_{\hat{x}}(k)$ – апостеріорна дисперсія помилки оцінки $D_{\hat{x}}(k+1|k) = [I - K(k)H(k)]D_{\hat{x}}(k|k-1)$.

Результати оцінки зведено у табл. 1.

Таблиця 1. Апостеріорна дисперсія за фільтром Калмана-Б'юсі й при сплайн-апроксимації

Крок дискретизації	Апостеріорна дисперсія за фільтром Калмана-Б'юсі	Апостеріорна дисперсія при сплайн-апроксимації
1/10	4,6756	0,8551
1/2	7,7644	1,7638

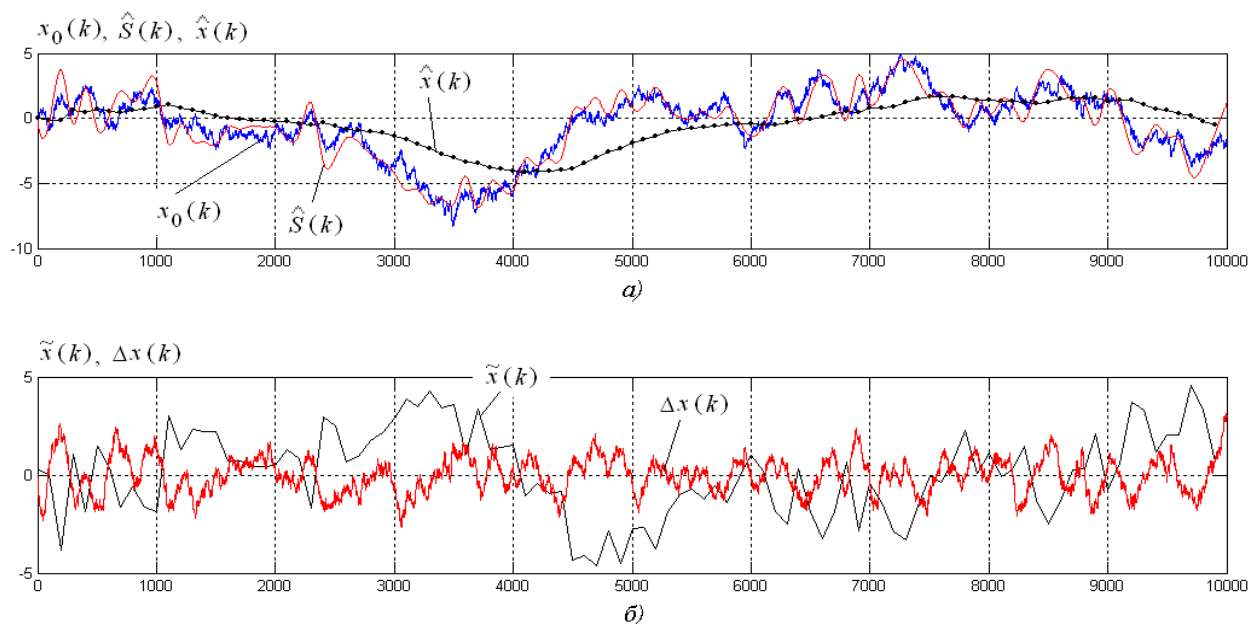


Рис. 1. Результати моделювання

а) початкова вибірка $x_0(k)$, оцінка сплайн-апроксимації $S(k)$ (тонка лінія); оцінки, отримані за процедурою ФКБ (лінія з точками); б) похибки оцінки $\tilde{x}(k) = \hat{x}(k) - x_0(k)$ та $\Delta x(k) = \hat{S}(k) - x_0(k)$ при кроці дискретизації $\Delta t/\tau_{\text{кор}} = 1/10$ [33]

Отримані результати доводять, що значення апостеріорної дисперсії у встановленому стані залежить як від кількості кроків на інтервалі кореляції, так і від значення рівня процесу, що оцінюється.

Задача апроксимації спектральної характеристики сигналу

Для вирішення задачі апроксимації спектральної характеристики сигналу, розглянемо спектральну щільність сигналу виду [4]:

$$|G(j\omega)| = \begin{cases} UT, & |\omega| < \omega_A, \\ G_{\Delta 1}(\omega), & \omega_A \leq |\omega| \leq \omega_C, \\ G_{\Delta 2}(\omega), & \omega_C < |\omega| \leq \omega_B, \\ 0, & \omega_B < |\omega|, \end{cases} \quad (2)$$

де $U = g(0)$; $\omega_A = (1 - \alpha)\omega_C$; $\omega_B = (1 + \alpha)\omega_C$; $\omega_C = \pi/T$; $\alpha = (\omega_C - \omega_A)/\omega_C = (\omega_B - \omega_C)/\omega_C$ – коефіцієнт скруглення спектральної щільності ($0 \leq \alpha \leq 1$), який визначає ширину перехідної області $[\omega_A, \omega_B]$; $2\Delta\omega = 2\alpha\omega_C$ – ширина перехідної області, $\alpha = \Delta\omega/\omega_C$.

З урахуванням непарної симетрії спектральної щільності сигналу (2) відносно точки C , функції $G_{\Delta 1}(\omega)$ та $G_{\Delta 2}(\omega)$ пов'язані рівняннями [4]

$$G_{\Delta 1}(\omega) = UT - G_{\Delta 2}(2\omega_C - \omega), \quad \omega_A \leq |\omega| \leq \omega_C,$$

$$G_{\Delta 2}(\omega) = y(\omega) = a + b(\omega - \omega_C) + c(\omega - \omega_C)^2 + d(\omega - \omega_C)^3, \quad \omega_C \leq \omega \leq \omega_B, \quad (3)$$

де a, b, c, d знаходяться з умов інтерполяції виду

$$\begin{cases} y(\omega_C) = a = y_C; \\ y(\omega_B) = a + b\Delta\omega + c\Delta\omega^2 + d\Delta\omega^3 = y_B; \\ y'(\omega_C) = b = y'_C; \\ y'(\omega_B) = b + 2c\Delta\omega + 3d\Delta\omega^2 = y'_B. \end{cases} \quad (4)$$

Сплайн-інтерполяція спектра сигналу $f(x)$ кубічним сплайном показана на рис. 2.

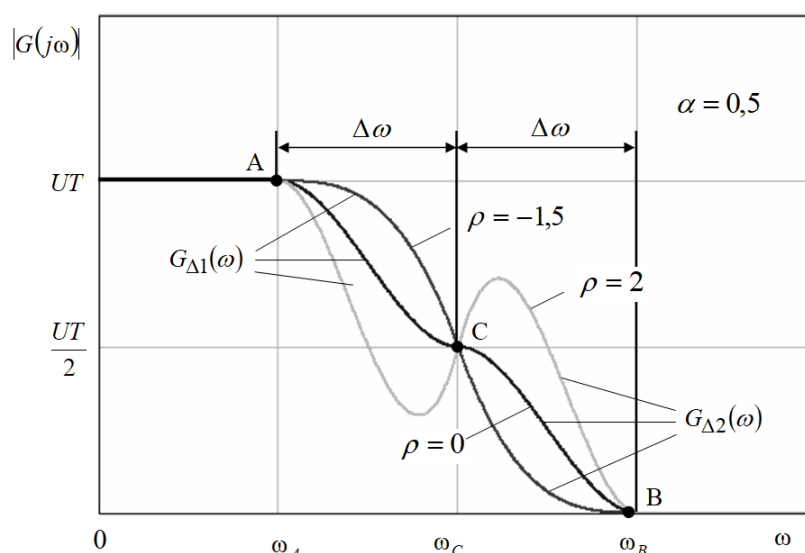


Рис. 2. Сплайн-інтерполяція спектра сигналу $f(x)$ кубічним сплайном

Апроксимація спектральної характеристики в перехідній області дає змогу описувати кубічний сплайн, забезпечуючи необхідну гладкість функції та синтез сигналу, що практично призводить до швидкого затухання сигнальної функції та концентрації енергії в окремих пелюстках [4].

Таким чином, можливо відмітити, що при рішенні задач аналізу та синтезу в інфокомунікаціях, використання сплайн-апроксимації дозволяє простіше отримати рішення класу задач, як от відновлення та оцінки станів (даних, сигналів, трафіку), задач

обробки сигналів і зображень, включно із задачами фільтрації та стиснення даних, виявлення та вимірювання сигналів, а також підвищення характеристик QoS функціонування інфокомунікаційних мереж з необхідною похибкою.

II. Сплайн-екстраполяція

Екстраполяція – це продовження функції за її область визначення, у разі чого продовжена функція належить заданому класу. Екстраполяція функції проводиться за допомогою формул, в яких використовується інформація про поведінку функції у вузлах інтерполяції, які належать її області визначення [4, 33].

Якщо задані значення функції $f: [a, b] \rightarrow R$ у вузлах $x_k \in [a, b], k = 0, 1, \dots, n$, то інтерполяційний поліном $L_n(x)$, визначений на всій часовій осі R , є екстраполяція функції f за відрізком $[a, b]$ в класі поліномів ступеню не вище n .

Слід відзначити, що визначення *інтерполяції функції* використовується як протиставлення поняттю екстраполяції функцій, коли конструктивно відновлюється значення функцій в областях їхнього визначення [4, 33].

В роботах [19-29] авторами запропоновано метод сплайн-екстраполяції, який на відміну від відомих раніше методів екстраполяції з використанням поліномів Лагранжа, Чебишева та інших, дозволяє підвищити точність прогнозу та забезпечити масштабованість отриманих рішень.

Розглянемо сплайн-екстраполяцію на прикладі самоподібного трафіка, коли необхідно прогнозувати характеристики трафіка ззовні відрізка $[a; b]$ [20-26], а саме, правіше точки b . Нехай, для визначеності, це буде точка $x_c, x_c > x_N = b, x_c - b = h$, де h – крок розбиття відрізка $[a; b]$. Будемо розглядати рівномірне розбиття відрізка $[a; b]$, тобто $h_i = h = \frac{b-a}{N}, i = 0, 1, \dots, N-1$. Побудуємо на відріжку $[b; x_c]$ сплайн-функцію (лінійну, квадратичну або кубічну). Розглянемо два варіанти (рис. 3 та 4). В першому випадку припустимо, що $f(x_c) = f(x_1)$, та побудуємо сплайн-функцію, відповідно, на відріжку $[b; x_c]$ (рис. 3).

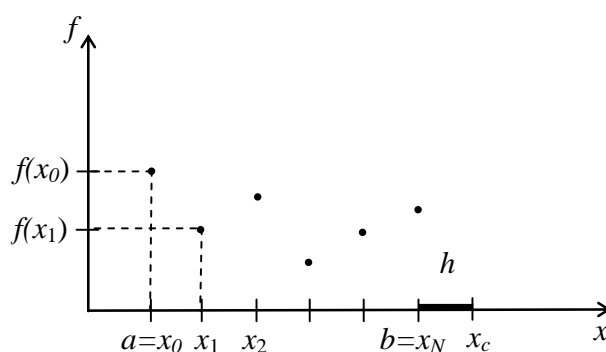


Рис. 3. Екстраполяції самоподібного трафіка на відріжку $[a; b]$ за умови $f(x_c) = f(x_1)$

У другому випадку (рис. 4) припустимо $f(x_k) = f(x_c)$, де $x_k = x_0 + kh$, k – натуральне. якщо $kh \neq x_c - b$, тоді як $f(x_c)$ оберемо значення функції $f(x)$, найближче до точки x_k [20-23].

Розроблений метод сплайн-екстраполяції, дозволив вирішити значний клас задач аналізу та синтезу інфокомунікацій, які показані в роботах [20-30]:

– задачі прогнозування характеристик трафіка мережних об'єктів, рішення яких у реальному часі для різних видів трафіка (data traffic, voice traffic, telemetry traffic та video streaming traffic) забезпечить можливості підтримки характеристик якості QoS/QoE [20-26];

– задачі підтримки характеристик QoS/QoE, а саме характеристик часу затримки та ймовірності втрат і спотворення пакетів при обслуговуванні різних видів трафіка та формуванні вимог до мережних буферних пристроїв [27-30];

– задачі вибору оптимальної конфігурації об'єктів мережі, рішення яких базуються на результатах прогнозування характеристик трафіка об'єктів і мережі загалом для підвищення характеристик якості функціонування інфокомунікаційної мережі.

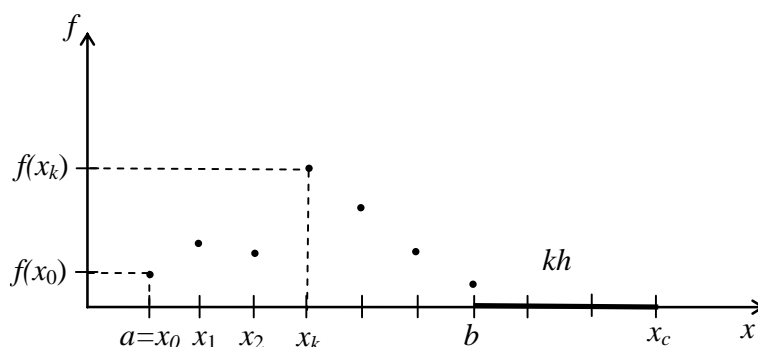


Рис. 4. Екстраполяція самоподібного трафіка на відрізку $[a;b]$ за умови $f(x_{kh}) = f(x_c)$

Задача прогнозування характеристик відеотрафіка

Використання методу сплайн-екстраполяції під час розв'язання задач прогнозування трафіка [26]-[30], дозволило підвищити точність оцінок характеристик прогнозованого трафіка (data traffic, voice traffic, telemetry traffic та video streaming traffic) за рахунок вдалого вибору певного виду сплайн-функції. В роботах [26-30], для різних видів трафіка запропоновано використання різних видів сплайн-функцій у методі сплайн-екстраполяції (табл. 2), які дозволяють підвищити точність прогнозування його характеристик.

Відповідно до результатів, отриманих у роботах [26-30] і поданих у табл. 2, найкращі результати для прогнозування характеристик відеотрафіка показують кубічні сплайни (кубічний B-сплайн та кубічний сплайн Ерміта). Відомо, згідно з [13], що використання кубічного сплайну Ерміта дозволяє виконувати обмеження діапазону зміни першої похідної та виключає осциляції сплайну.

Розглянемо кубічний сплайн Ерміта. Нехай у вузлах сітки $\Delta: a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ задані значення деякої функції $f(x)$ та її похідної $f'(x)$ [12-14]:

$$f_i = f(x_i), f'_i = f'(x_i), i = \overline{1, n}.$$

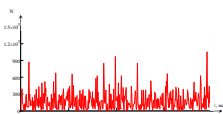

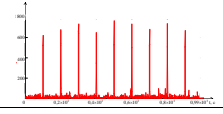


Ермітовим кубічним сплайном називають функцію $S_{3,2}(f; x) = S_{3,2}(x)$, яка задовольняє двом умовам [12-14]:

1) на кожному з проміжків $[x_i; x_{i+1}]$, $i = \overline{1, n}$,

$$S_{3,2}(x) = a_{i0} + a_{i1}(x - x_i) + a_{i2}(x - x_i)^2 + a_{i3}(x - x_i)^3,$$

2) функція $S_{3,2}(x_i) = f_i$, $S'_{3,2}(x_i) = f'_i$, $i = \overline{1, n}$.

Таблиця 2. Рекомендації щодо використання виду сплайн-функцій у разі використання методу сплайн-екстраполяції

Вид трафіка	Загальна характеристика трафіка	Вимоги до якості обслуговування QoS 3GPP TR23.401 [31]	Вид сплайн-функції, який рекомендується для прогнозування
Data traffic 	нерегулярний зі сплесками	середня, $\tau_{затр} = 100-300$ мс, $P_{loss} = 10^{-2}-10^{-3}$	квадратичний сплайн, квадратичний В-сплайн
Voice over IP traffic 	нерегулярний з незначними сплесками	висока, $\tau_{затр} = 100-150$ мс, джитер 10 мс, $P_{loss} = 10^{-2}-10^{-3}$	квадратичний сплайн
Telemetry traffic 	регулярний зі сплесками	висока, $\tau_{затр} = 150$ мс, $P_{loss} = 10^{-2}-10^{-3}$	кубічний сплайн Ерміта
Interactive video traffic 	нерегулярний з частими та значними сплесками	висока, $\tau_{затр} = 150$ мс, джитер 20 мс, $P_{loss} = 10^{-6}$	кубічна сплайн-функція, кубічний В-сплайн
Video streaming traffic 	нерегулярний з частими та значними сплесками	висока, $\tau_{затр} = 100$ мс, джитер 20 мс, $P_{loss} = 10^{-6}$	кубічна сплайн-функція, кубічний В-сплайн, кубічний сплайн Ерміта

Кубічний сплайн Ерміта має вигляд [12-14]:

$$S_{3,2}(x) = \phi_1(t)f_i + \phi_2(t)f_{i+1} + \phi_3(t) h_i f'_i + \phi_4(t) h_i f'_{i+1}, \quad (5)$$

причому $\phi_1(t) = (1-t)^2(1+2t)$, $\phi_2(t) = t^2(3-2t)$, $\phi_3(t) = t(1-t)^2$, $\phi_4(t) = -t^2(1-t)$,
 $h_i = x_{i+1} - x_i$, $t = (x - x_i)/h_i$, $i = \overline{1, n}$.

Розглянемо приклад прогнозування характеристик відеотрафіка реального часу, який характеризується частими та значними «сплесками» інтенсивності пакетів. Використовуючи відеотрафік реального часу, отриманий за допомогою Open Source ресурсу Net Flow Analyzer [29], за допомогою методу сплайн-екстраполяції на базі кубічного сплайну Ерміта отримані результати прогнозування, які показані на рис. 5.

Такий трафік особливо критичний до обслуговування із заданими характеристиками QoS, тому прогнозування характеристик такого трафіку на заданому проміжку часу дозволить передбачити необхідну продуктивність мережних об'єктів з метою попередження перевантажень і підтримки необхідних характеристик якості обслуговування [20-30].

Порівняємо результати прогнозування трафіка з використанням різних сплайн-функцій, як от кубічні, кубічні В-сплайни та кубічні сплайни Ерміта. Розглянемо прогнозування характеристик відеотрафіка за допомогою сплайн-екстраполяції на базі кубічного сплайну [28-30]. Нехай у вузлах сітки Δ : $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ задані значення деякої функції $f(x)$ та її похідної $f'(x)$ $f_i = f(x_i), f'_i = f'(x_i), i = 0, 1, \dots, n$.

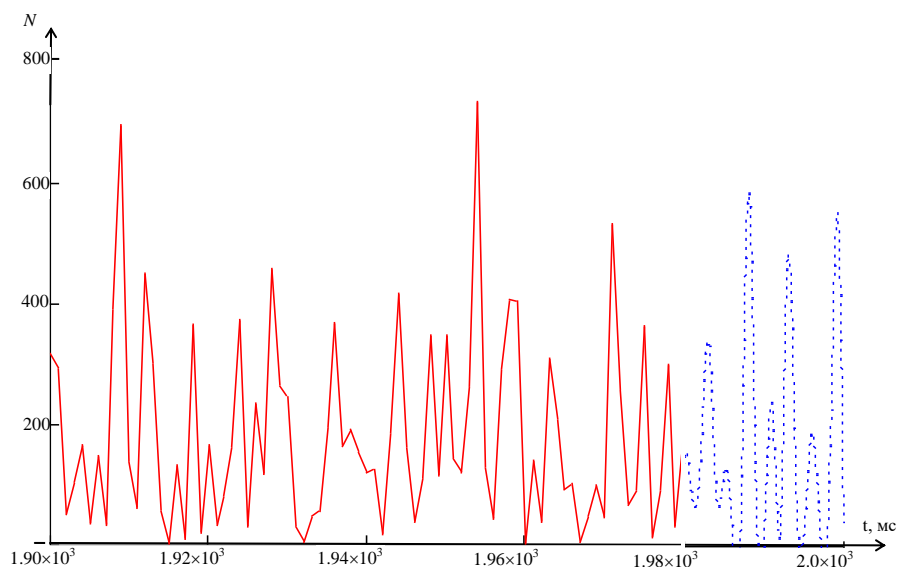


Рис. 5. Відеотрафік, отриманий за допомогою Open Source ресурсу Net Flow Analyzer, який розглядається на відрізку [1900;1980] мс (червона лінія) та його екстраполяція на відрізку [1980;2000] (синя пунктирна лінія)

Кубічний сплайн – це кусково-неперервна функція $S_3(f;x) = S_3(x)$, яка задовольняє двом умовам [12-14, 20-30]:

- 1) на кожному з проміжків $[x_i; x_{i+1}]$, $i = 0, \dots, n - 1$,

$$S_3(x) = a_{i0} + a_{i1}(x - x_i) + a_{i2}(x - x_i)^2 + a_{i3}(x - x_i)^3, \quad i = 0, \dots, n - 1, \quad (6)$$

- 2) $S'(f;a) = f'(a)$, $S'(f;b) = f'(b)$.

Кубічний сплайн $S_3(x)$ має вигляд [12-14, 20-30]:

$$S_3(x) = f_i(1-t)^2(1+2t) + f_{i+1}t^2(3-2t) + m_i h_i t(1-t)^2 - m_{i+1} h_i t^2(1-t), \quad (7)$$

причому $t = (x - x_i) / h_i$, $S_3(x_i) = f_i$, $S_3(x_{i+1}) = f_{i+1}$, $m_i = S'(f; x_i)$, $h_i = h = (b - a) / n$.

Результати прогнозування трафіка з використанням кубічного сплайну показані на рис. 6.

Розглянемо кубічний В-сплайн на проміжку $[x_{i-2}; x_{i+2}]$, позначивши його $B_i(x)$, нехай $y_p = B_i(x_p)$, $M_p = B_i''(x_p)$. Кубічний В-сплайн $B_i(x)$ має вигляд [12-14, 26-30]:

$$\mu_p M_{p-1} + 2M_p + \lambda_p M_{p+1} = \frac{6}{h_{p-1} + h_p} \left(\frac{y_{p+1} - y_p}{h_p} - \frac{y_p - y_{p-1}}{h_{p-1}} \right), \quad (8)$$

де $p = i-1, i, i+1$, $\mu_i = \frac{h_{i-1}}{h_{i-1} + h_i}$, $\lambda_i = 1 - \mu_i$.

Тоді $B_i(x) = 0$ при $x \notin [x_{i-2}, x_{i+2}]$

$$B_i^{(r)}(x_{i-2}) = B_i^{(r)}(x_{i+2}) = 0, \quad r = 0, 1, 2. \quad (9)$$

Для В-сплайну мають місце співвідношення [12-14, 26-30]:

$$B_i(x) = y_i(1-t) + y_{i+1}t - \frac{h_i^2}{6} t(1-t) [(2-t)M_i + (1+t)M_{i+1}], \quad (10)$$

де $x \in [x_i, x_{i+1}]$, $t = \frac{(x - x_i)}{h_i}$, $h_i = x_{i+1} - x_i$, тоді

$$B_i''(x) = \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \frac{h_i}{6} [(2-6t+3t^2)M_i + (1-3t^2)M_{i+1}], \quad (11)$$

$$B_i'''(x) = M_i(1-t) + M_{i+1}t. \quad (12)$$

Тоді умови (9) унаслідок рівнянь (10)-(12) можуть бути подані як:

$$\begin{cases} y_{i-2} = y_{i+2} = 0, & M_{i-2} = M_{i+2} = 0, \\ y_{i-1} = \frac{1}{6} h_{i-2}^2 M_{i-1}, & y_{i+1} = \frac{1}{6} h_{i+1}^2 M_{i+1}. \end{cases} \quad (13)$$

Проведемо порівняння прогнозування інтенсивності відеотрафіка з використанням метода сплайн-екстраполяції на базі кубічного, кубічного В-сплайну та кубічного сплайну Ерміта, показаних на рис. 6.

Таким чином, використання методу сплайн-екстраполяції для рішення задач прогнозування характеристик трафіка дозволяє підвищити точність прогнозу, забезпечивши його масштабованість та використання для різних видів трафіка, а саме найбільш критичного – відеотрафіка, тим самим запобігти перевантаженню мережі й перевищенню нормативних значень характеристик QoS. Доцільно для зменшення похибки та підвищення точності отриманих результатів при рішенні деяких задач інфокомунікацій запропонувати використання методів вейвлет-апроксимації та вейвлет-екстраполяції.

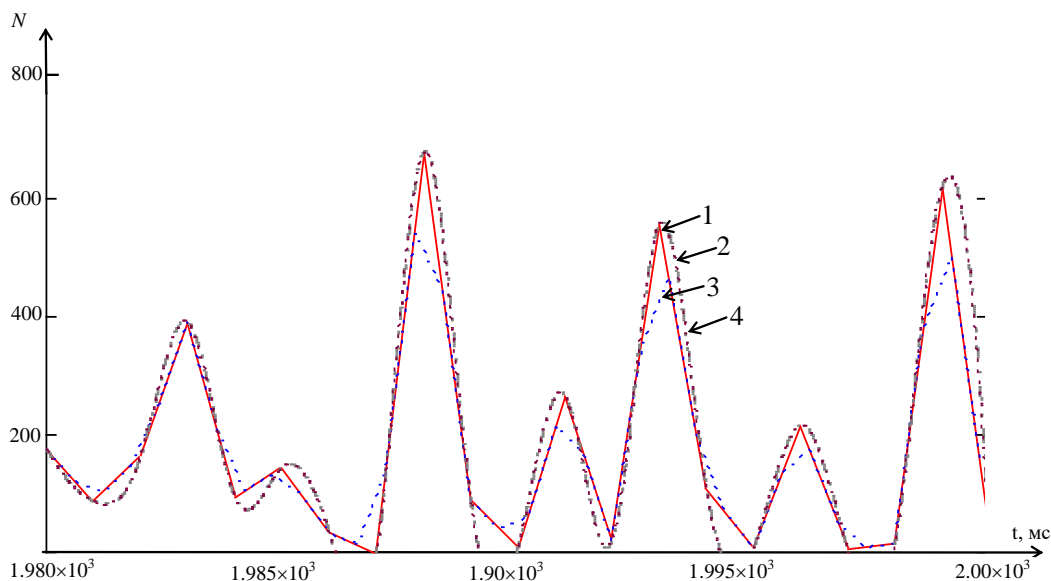


Рис. 6. Порівняння результатів прогнозування відеотрафіка з використанням методу сплайн-екстраполяції на базі різних сплайн-функцій на проміжку [1980;2000] мс, 1 – відеотрафік, отриманий за допомогою Open Source ресурсу Net Flow Analyzer, 2 – сплайн-екстраполяція з використанням кубічного сплайна Ерміта, 3 – сплайн-екстраполяція з використанням кубічного сплайна, 4 – сплайн-екстраполяція з використанням кубічного В-сплайна

III. Комплексні плоскі сплайни в задачах інфокомунікацій

Рішення значного класу задач інфокомунікацій може бути отримано за допомогою методів сплайн-інтерполяції, сплайн-апроксимації та сплайн-екстраполяції на базі різних видів дійсних сплайн-функцій (лінійних, квадратичних, квадратичних В-сплайнів, кубічних, кубічних В-сплайнів і кубічних сплайнів Ерміта) [16-30]. Водночас забезпечується точність отриманих рішень і більш просте рішення деяких задач інфокомунікацій. Однак існує низка задач, рішення яких неможливо отримати за допомогою дійсних сплайнів, наприклад, задачі позиціонування. У разі вирішення таких задач існує потреба визначення координат користувача у відношенні до отриманої потужності сигналу. У цьому разі доцільне використання комплексних плоских сплайн-функцій, які дозволяють зменшити похибку позиціонування у порівнянні з іншими відомими методами.

Використання лінійних комплексних плоских сплайнів для позиціонування користувача в мережі Wi-Fi/Indoor

Розглянемо вирішення задачі позиціонування шляхом визначення координат користувача в мережі Wi-Fi/Indoor за допомогою комплексних плоских сплайнів [15], [32]. Нехай задано область G допустимих значень з вузлами z_1, z_2, \dots, z_m та зовнішню границю зони мережі Wi-Fi/Indoor. Таким чином, створюється покрита мережею точок доступу $AP_i, i = \overline{1, m}$ та s ліній область мережі Wi-Fi/Indoor, яка розбита на окремі чарунки довільної форми, включаючи в себе m точок доступу $AP_i, i = \overline{1, m}$ та s ліній. В кожній точці доступу z_j відомі значення $f(z_j)$ потужності сигналу, відповідно до якого визначається місцезнаходження користувача.

Розглянемо процес побудови плоских сплайнів [32]. Нехай $\bar{G} \subset Q$, де $\bar{G} = G \cup \partial G$, ∂G – границя області G , $Q = [a, a+H] \times [b, b+H]$ – квадрат зі стороною $H > 0$ (рис. 7), N – натуральне число, $h_N = \frac{H}{N}$, $x_k = a + kh_N$, $y_j = b + jh_N$, $k, j = 0, 1, \dots, N$. Тоді $Q = \bigcup_{k,j=0}^{N-1} Q_{k,j}$,

де $Q_{k,j}$ – квадратні чарунки з кроком h_N , $Q_{k,j} = \left\{ z = x + iy : x \in [x_k, x_{k+1}], y \in [y_j, y_{j+1}] \right\}$.

Таке розбиття позначимо через Δ_N .

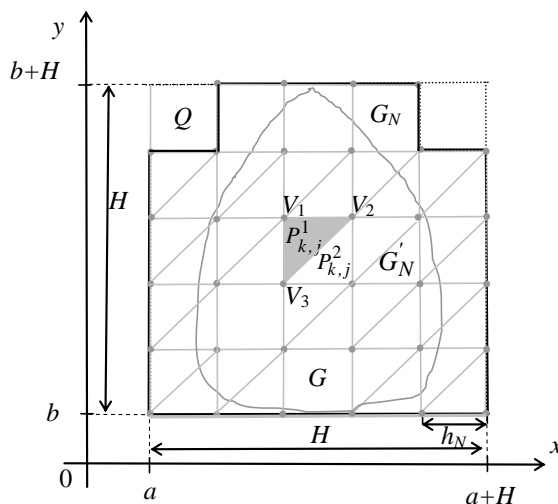


Рис. 7. Побудова області G

Визначимо G_N як об'єднання усіх $Q_{k,j}$, для яких $Q_{k,j} \cap G \neq \emptyset$. Кожен квадрат $Q_{k,j} \subset G_N$ розіб'ємо діагоналлю на два трикутники $P_{k,j}^1$ і $P_{k,j}^2$. Таке розбиття позначимо Δ'_N . Індекс N в h_N , Δ_N , Δ'_N будемо опускати, якщо розглядається фіксоване розбиття. Позначимо через G'_N – об'єднання усіх $P_{k,j}^1$ і $P_{k,j}^2$, для яких $P_{k,j}^1 \cap G \neq \emptyset$, $P_{k,j}^2 \cap G \neq \emptyset$. Розглянемо один з трикутників $P_{k,j}^1, P_{k,j}^2$, який входить до G'_N з вершинами V_1, V_2, V_3 такими, для яких виконуються вимоги [32]:

$$\text{Im } V_1 = \text{Im } V_2, \quad \text{Re } V_2 = \text{Re } V_3.$$

Побудуємо по триангульованій області G'_N лінійний плоский комплексний сплайн $S_\Delta(z)$, який інтерполює функцію $f(z)$ у вершинах трикутників, $P_{k,j}^1, P_{k,j}^2$, вважаючи

$$S_\Delta(z) = a + bz + c\bar{z}, \quad (14)$$

де $z = x + iy, \bar{z} = x - iy, S_\Delta(z) = a + b(x + iy) + c(x - iy),$

$$S_\Delta(z) = a + bx + cx + i(by - cy) = \text{Re } S_\Delta(z) + i \text{Im } S_\Delta(z),$$

де $\text{Re } S_\Delta(z) = a + bx + cx, \text{Im } S_\Delta(z) = by - cy.$

Тоді згідно з інтерполяційною умовою в точках $z_{k,j} = x_k + iy_j$:

$$S_\Delta(z_{k,j}) = f(z_{k,j}), \quad f(z) = \text{Re } f(z) + i \text{Im } f(z),$$

$$\text{Re } S_\Delta(z) = \text{Re } f(z), \quad \text{Im } S_\Delta(z) = \text{Im } f(z).$$

Використовуючи запропонований підхід, побудуємо для розглянутої області (рис. 7) лінійний комплексний плоский сплайн (рис. 8).

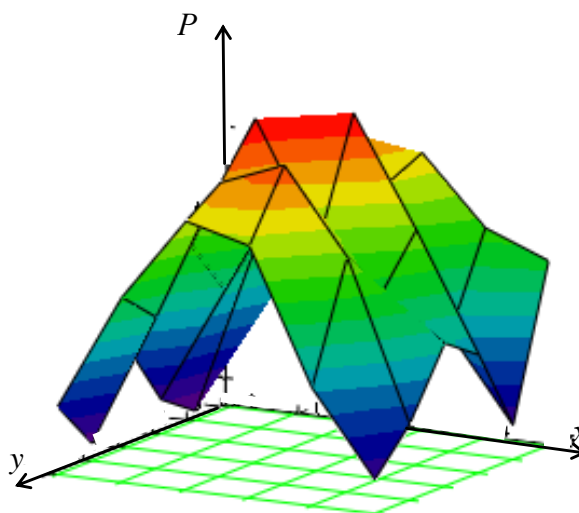


Рис. 8. Побудова лінійного комплексного плоского сплайну для області G

Висновки

1. Розглянуто низку задач аналізу та синтезу, які потребують рішення в сучасних інфокомунікаціях на основі ефективних математичних методів, що дозволять значно спростити процес рішення та одночасно надати нові можливості рішення.

2. Показано, що суттєві переваги серед відомих методів наближення мають сплайн-функції. Сплайни більш стійкі щодо локальних збурень, поведінка сплайну в околі точки не позначається на поведженні сплайну загалом, як, наприклад, це має місце при поліноміальній інтерполяції; хороша збіжність сплайн-інтерполяції на відміну від поліноміальної, зокрема для функцій з нерегулярними властивостями гладкості, не-заперечний пріоритет за сплайн-інтерполяцією; корисні екстремальні властивості, важливою практичною перевагою є досить проста реалізація сплайн-функцій.

3. Запропоновано використання сплайн-апроксимації, яка дозволяє значно простіше отримати рішення класу задач відновлення та оцінки станів (даних, сигналів, трафіка), задач обробки сигналів і зображень, включно із задачами фільтрації та стишення даних, виявлення та вимірювання сигналів і підвищення характеристик якості функціонування інфокомунікаційних мереж з необхідною похибкою.

4. Розроблено метод сплайн-екстраполяції на базі різних сплайн-функцій (лінійних, квадратичних, кубічних В-сплайнів, кубічних В-сплайнів і кубічних сплайнів Ерміта), який дозволяє отримати рішення задач прогнозування характеристик трафіка та підвищити точність прогнозу, забезпечивши його масштабованість і використання для різних додатків.

5. Визначено, що для рішення задач позиціонування доцільне використання комплексних плоских сплайнів, які дозволяють спростити визначення координат місцезнаходження користувача в мережі Wi-Fi/Indoor та підвищити точність позиціонування.

Список літератури

1. *Donovan, J., Prabhu, K.* eds. (2017), *Building the network of the future: Getting smarter, faster, and more flexible with a software centric approach*, CRC Press, 439 p.
2. *Ilchenko, M.Y., Uryovsky, L.A., Moshinskaya, A.V.* (2017), "Developing Telecommunication Strategies Based on Scenarios in the Information Community", *Cybernetics and Systems Analysis*, No. 53(6), P. 905-913. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10559-017-9992-9>
3. *Ilchenko, M., Uryovsky, L., Osypchuk, S.* (2021), "The main directions of improving information and communication technologies in the global trends", *Advances in Information and Communication Technology and Systems*, MCT 2019, *Lecture Notes in Networks and Systems*, No. 152, Springer, Cham, P. 3-22. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-58359-0_1
4. *Strelkovskaya, I., Solovskaya, I., Strelkovska, J.* (2021), "Spline-Approximation and Spline-Extrapolation Methods in Telecommunication Problems", *Current Trends in Communication and Information Technologies*, IPF 2020, *Lecture Notes in Networks and Systems*, No. 212, Springer, Cham, P. 3-20. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-76343-5_1
5. *Uryovsky, L., Martynova, K.* (2019), "Complex analytical model of priority requires service on cloud server", *Proceedings of the 2019 International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics (UkrMiCo)*, 9-13 Sept., Odessa, Ukraine. DOI: <https://doi.org/10.1109/UkrMiCo47782.2019.9165323>
6. *Lemeshko, O. V., Arous, K. M.* (2013), "The flow-based model of multicast routing", *Proceedings of the 2013 23rd International Crimean Conference "Microwave & Telecommunication Technology"*, Sevastopol, Ukraine, 08-14 September, P. 523-524.

7. Lemeshko, O., Kinan, A., Wahhab, M. A. J. A. (2015), "Multicast fast reroute schemes for multiflow case", Proceedings of the International Conference on The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics, Lviv, Ukraine, 24-27 February, P. 422-424. DOI: <https://doi.org/10.1109/CADSM.2015.7230892>
8. Strelkovskaya, I., Zolotukhin, R. (2020), "Research of low-bandwidth radionetworks QoS parameters", Information and Telecommunication Sciences, No. 1, P. 77-81. DOI: <https://doi.org/10.20535/2411-2976.12020.77-81>
9. Strelkovskaya, I., Zolotukhin, R., Strelkovskaya, J. (2021), "Comparative analysis of file transfer protocols in low-bandwidth radionetworks", Proceedings of the 9th International Conference on Applied Innovations in IT (ICAIIIT – 2021), No. 9(1), Koethen, Germany, P. 27-32. DOI: <http://dx.doi.org/10.25673/36581>
10. Lemeshko, O., Yeremenko, O., Yevdokymenko, M. (2018), "Tensor Model of Fault-Tolerant QoS Routing with Support of Bandwidth and Delay Protection", Proceedings of the 2018 XIIIth International Scientific and Technical Conference Computer Sciences and Information Technologies (CSIT), Lviv, Ukraine, 11-14 September, P. 135-138. DOI: <https://doi.org/10.1109/STC-CSIT.2018.8526707>
11. Lemeshko, O., Yeremenko, O., Hailan, A. M. (2017), "Two-level method of fast ReRouting in software-defined networks", Proceedings of the 2017 4th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T), Kharkov, Ukraine, 10-13 October, P. 376-379. DOI: <https://doi.org/10.1109/INFOCOMMST.2017.8246420>
12. Zavyalov, Y. S., Kvasov, B. I., Miroshnichenko, V. L. (1980), Methods of spline functions, Science, 352 p.
13. Stechkin, S.B., Satbotin, Yu. N. (1976), Splines in Computational Mathematics, Science, 272 p.
14. Ahlberg, J., Nilson, E., Walsh, J., Stechkin, S. B. (1967), Theory of splines and their applications, Academic Press, 296 p.
15. Opfer, G., Puri, M. (1981), "Complex planar splines", Journal of Approximation Theory, No. 31, P. 383-402. DOI: [https://doi.org/10.1016/0021-9045\(81\)90104-0](https://doi.org/10.1016/0021-9045(81)90104-0)
16. Strelkovska, I. (2010), "Theory and methods of spline-approximation in telecommunications: dissertation", For the degree of Doctor of Technical Sciences, O.S. Popov Odessa National Academy of Communications.
17. Strelkovskaya, I. V., Bukhan, D.Y. (2009), "Restoration of continuous signals based on the Kalman-Bucy filter and cubic splines", Radio engineering, No. 156, P. 61-63.
18. Strelkovskaya, I., Solovskaya, I., Severin, N., Paskalenko, S. (2017), "Spline approximation based restoration for self-similar traffic", Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, No. 3/4(87), P. 45-50. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.102999>
19. Стрелковская И.В., Лысюк Е.В., Золотухин Р.В. (2013), "Сравнительный анализ восстановления непрерывных сигналов рядом Котельникова и сплайн-функциями", Восточно-Европейский журнал передовых технологий, No. 2/9(62), С. 12-15.
20. Strelkovskaya, I., Solovskaya, I., Makoganiuk, A. (2018), "Predicting characteristics of self-similar traffic", 2018 International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics (UkrMiCo), Odessa, Ukraine, 10-14 September, P. 1-4. DOI: <https://doi.org/10.1109/UkrMiCo43733.2018.9047536>

21. *Strelkovskaya, I., Solovskaya, I., Makoganiuk, A., Severin, N.* (2019), "Predicting the characteristics of self-similar traffic using spline-extrapolation", *Bulletin of the University "Ukraine"*, No. 1(22), P. 87-94. DOI: <https://doi.org/10.36994/2707-4110-2019-1-22-21>
22. *Strelkovskaya, I., Solovskaya, I., Makoganiuk, A.* (2019), "Spline-Extrapolation Method in Traffic Forecasting in 5G Networks", *Journal of Telecommunications and Information Technology*, No. 3, P. 8-16. DOI: <https://doi.org/10.26636/jtit.2019.134719>
23. *Strelkovskaya, I., Solovskaya, I.* (2019), "Using spline-extrapolation in the research of self-similar traffic characteristics", *Journal of Electrical Engineering*, No. 70(4), P. 310-316. DOI: <https://doi.org/10.2478/jee-2019-0061>
24. *Strelkovskaya, I.V., Solovskaya, I.N., Paskalenko, V.M.* (2019), "Spline-extrapolation method for restoring self-similar traffic", *Digital technologies, Collection of scientific works*, No. 25, P. 42-51.
25. *Strelkovskaya, I., Solovskaya, I., Makoganiuk, A.* (2019), "Different extrapolation methods in Problems of Forecasting", *Advances in Information and Communication Technology and Systems, MCT 2019, Lecture Notes in Networks and Systems*, No. 152, Springer, Cham, P. 217-228. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-58359-0_12
26. *Strelkovskaya, I., Solovskaya, I., Makoganiuk, A.* (2019), "Predicting self-similar traffic using cubic B-splines", *Proceedings of the 2019 3rd International Conference on Advanced Information and Communications Technologies (AICT)*, Lviv, Ukraine, 02-06 July, P. 153-156. <https://doi.org/10.1109/AIACT.2019.8847761>
27. *Strelkovskaya, I., Solovskaya, I., Tolmak, V.* (2019), "Use of spline-extrapolation to increase the quality indicators of telecommunication systems", *Proceedings of the O.S. Popov ONAT*, No. 2, P. 77-85. DOI: <https://doi.org/10.33243/2518-7139-2019-1-2-77-85>
28. *Strelkovskaya, I., Solovskaya, I., Makoganiuk, A.* (2020), "Forecasting 5G network multimedia traffic characteristics", *Proceedings of the 2020 IEEE 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET)*, Lviv-Slavske, Ukraine, 25-29 February, P. 982-987. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCSET49122.2020.235585>
29. *Strelkovskaya, I., Solovskaya, I., Makoganiuk, A., Rodionova, T.* (2020), "Multimedia Traffic Prediction Based on Wavelet- and Spline-extrapolation", *Proceedings of the 2020 IEEE International Black Sea Conference on Communications and Networking (BlackSeaCom)*, Odessa, Ukraine, 26-29 May, P. 1-5. DOI: <https://doi.org/10.1109/BlackSeaCom48709.2020.9234998>
30. *Strelkovskaya, I., Solovskaya, I., Strelkovska, J.* (2020), "Spline-extrapolation of video traffic of IoT-devices based on various cubic splines", *Proceedings of the 2020 IEEE International Conference on Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T)*, Kharkiv, Ukraine, 06-09 October, P. 243-248. DOI: <https://doi.org/10.1109/PICST51311.2020.9467937>
31. LTE; Enhancements for Evolved Universal Terrestrial Radio Access Network (E-UTRAN) access (3GPP TS 23.401 version 12.6.0 Release 12), 308 p.
32. *Strelkovskaya, I., Solovskaya, I., Strelkovska, J.* (2021), "The use of linear complex planar splines to improve the accuracy of determining the location of the user in Wi-Fi/Indoor networks", *Proceedings of the 2021 IEEE 8th International Conference on Problems of Infocommunications, Science and Technology (PIC S&T)*, Kharkiv, Ukraine, 05-07 October, P. 613-616. DOI: <https://doi.org/10.1109/PICST54195.2021.9772175>
33. *Popovsky, V.V., Strelkovskaya, I.V.* (2011), "Accuracy of procedures for filtering, extrapolating and interpolating random processes", *Telecommunication problems*, No. 1(3), P. 3-10.