

## РОЗДІЛ 4

## АВТОМАТИКА, КОМП'ЮТЕРНІ ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 004.725.5

**О.М. Домаскін**

Інститут холода, криотехнологій і екоенергетики ім. В.С. Мартиновського ОНАХТ,  
вул. Дворянська, 1/3, м. Одеса, 65082

### ДОСЛІДЖЕННЯ СТАТИСТИЧНИХ КОЛИВАНЬ НАВАНТАЖЕННЯ В ПРОЦЕСІ РОЗВИТКУ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ

*Розглянуто питання проектування та розвитку телекомунікаційних мереж у сучасних умовах. Запропоновано підхід до розробки математичної моделі розвитку телекомунікаційної мережі. Рішення завдання включає дослідження моделі вимог на розвиток мережі за рахунок збільшення її ємності, обсягу і видів інфокомунікаційних послуг, що надаються.*

**Ключові слова:** Телекомунікаційна мережа – Математична модель – Вимоги до мережі – Розвиток телекомунікаційної мережі .

**О.М. Домаскин**

Институт холода, криотехнологий и эконоэнергетики им. В.С. Мартыновского ОНАПТ,  
ул. Дворянская, 1/3, г. Одесса, 65082

### ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ НАГРУЗКИ В ПРОЦЕССЕ РАЗВИТИЯ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ

*Рассмотрены вопросы проектирования и развития телекоммуникационных сетей в современных условиях. Предложен подход к разработке математической модели развития телекоммуникационной сети. Решение задачи включает исследование модели требований на развитие сети за счет увеличения ее емкости, объема и видов предоставляемых инфокоммуникационных услуг.*

**Ключевые слова:** Телекоммуникационная сеть – Математическая модель – Требования к сети – Развитие телекоммуникационной сети.

**О.М. Domaskin**

V.S. Martinovsky Institute of Refrigeration Cryotechnologies and Ecoenergetics ONAFT,  
1/3 Dvoryanskaya str., Odessa, 65028

### RESEARCH OF STATISTICAL LOAD FLUCTUATIONS IN THE TELECOMMUNICATION NETWORK DEVELOPMENT PROCESS

*The problems of the design and development of telecommunication networks in the modern world are considered. An approach to the development of a mathematical model of the telecommunications network is offered. Solution of the problem includes the study of requirements model for the development of the network by increasing its capacity, the amount and kinds of information and communication services.*

**Keywords:** Telecommunication network – Mathematical model – Network requirements – Development of the telecommunication network.

## I. ВВЕДЕНИЕ

В течение последних лет телекоммуникационные сети (ТС) претерпели существенных изменений, причем этот процесс продолжается и приводит к необходимости изменения подхода к их построению. Значительное увеличение номенклатуры инфокоммуникационных услуг (ИКУ) и количества операторов, их предоставляющих, изменило ситуацию на рынке инфокоммуникаций. Перспективные ТС должны обеспечивать высококачественное предоставление всего спектра ИКУ,

запрошенного пользователем, учитывая требования, и операторов и пользователей. Изменились методы определения нагрузки ТС, при этом учитывается нагрузка, образованная за счет предоставления всех ИКУ. Построение ТС должно основываться на принципах, отличающихся от принципов создания существующих сетей, поскольку современные ТС имеют другую структуру и функции.

Тематика исследования, некоторые результаты которого представлены в этой работе, направлена на развитие современных ТС в Украине и

позволяет решать проблемы, существующие при проектировании сетей и организации доступа к ИКУ и при этом тесно связана с основными направлениями развития телекоммуникаций в мире, определенных в основных действующих нормативных документах и законах.

При проектировании сетей важно иметь представление о будущем развитии нагрузки. Естественно, что процессы развития ТС, подлежащие статистическому прогнозированию, носят случайный характер. Предлагаемая автором модель развития ТС соответствует представлению о распространении эпидемии, если подключение пользователя к ТС в какой-то мере трактовать как заболевание без выздоровления. Однако, в этом случае получены очень громоздкие и неудобные для вычислений выражения [1]. Поэтому в работе для практически важного случая больших территорий, обслуживаемых сетью, рассмотрены асимптотические формулы, дающие простые выражения вероятностей состояний и моментов распределения, а так же проанализирована возможность применения логистической функции для описания процесса подключения пользователей при прогнозировании процесса развития ТС.

## II. АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА

К настоящему времени выполнены многочисленные исследования в области проектирования телекоммуникационных сетей, весомый вклад в решение которых внесли работы Рогинского В.М., Харкевича А.Д., Давыдова В.Г., Неймана В.И., Лочмелиса Я.Я., Соколова Н.А., Кривуцы В.Г., Беркман Л.Н., Стеклова В.К., Поповского В.В., Гайворонской Г.С. Ряд исследований в области проектирования и развития ТС выполнен в работах с участием автора. При этом предложены некоторые подходы к созданию математической модели развития ТС. Задачи, решаемые автором, заключаются в выборе варианта будущей сети, удовлетворяющего прогнозируемым к этому времени требованиям с заданной эффективностью. А так же должны определять процесс развития сети во времени с учетом ее исходного состояния, что позволит обеспечить оптимальный переход от существующей сети к сети в конце исследуемого периода через некоторые фиксированные промежуточные состояния.

Для определения закономерностей, описывающих процессы развития ТС, в зависимости от конкретных условий используются различные математические модели [2]. В [3] сформулирована общая проблема синтеза развивающихся информационных сетей, а в [4, 5] предложены некоторые подходы к ее решению. Подходы к созданию моделей развития ТС рассмотрены в работах [6-11], где анализируется возможность использования различных математических функций для описания процессов изменения емкости ТС, и указаны условия, при которых целесообразно использование той или иной функции. В работах автора пред-

ставлены результаты исследований, выполненных при условии достаточно больших значений числа всех потенциальных пользователей на рассматриваемой территории.

## III. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данной статье решается задача создания математической модели развития телекоммуникационной сети на основании результатов исследований, в которых принимал участие автор, представленных в работах [9-11].

Введем обозначения:

$N$  – количество потенциальных пользователей на территории, которая рассматривается в данной задаче;

$m(t)$  – количество пользователей, подключенных к ТС к моменту  $t$ ;

$\tau_n$  – момент времени, в который подключается к сети  $n$ -й пользователь ( $n = 2, \dots, N$ );

$\bar{n}$  – среднее число пользователей, подключенных к сети, к моменту  $t$ ;

$\alpha_n$  – промежуток времени  $\tau_n - \tau_{n-1}$ .

Предполагается, что  $\alpha_n$  являются взаимно независимыми случайными величинами с экспоненциальным законом распределения.

При постановке задачи сделано предположение о том, что желание подключиться к сети у лиц, не являющихся пока пользователями этой ТС, прямо пропорционально количеству пользователей, уже подключенных к сети. То есть, если к моменту  $t$  существует ровно  $n$  пользователей, то вероятность для каждого потенциального пользователя подключиться к сети в течение промежутка времени  $h$  равна [9]

$$\lambda \frac{n}{N} h + 0 (h).$$

Кроме того, предполагается, что потенциальные пользователи в отношении их склонности к подключению к ТС не зависят друг от друга [9].

## IV. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

На основании исследований, проведенных ранее, автором сделан вывод, что даже при известных параметрах  $\lambda$  и  $N$  нельзя получить хотя бы в какой-то мере достоверной информации о числе пользователей, подключенных к сети к моменту  $t$ , ибо этому препятствует слишком большая дисперсия величины  $m/N$ . Причина в том, что в качестве начального момента времени в работе, представленной в [11], был выбран момент, когда существует лишь один пользователь, включенный в сеть.

Но, исходя из этого состояния, даже при точном известных параметрах модели, получаются только шаткие гипотезы. Другими словами: в стране, которая еще не обладает телекоммуникационной сетью, нельзя сделать достаточно точных предсказаний о будущем развитии сети.

Совсем иначе обстоит дело, если исходить из состояния, когда доля  $\alpha_1$  всех потенциальных пользователей уже подключена к ТС. Нас интересует время  $\tau(\alpha_1, \alpha_2, N)$ , которое продлится до того момента, когда доля включенных пользователей достигнет значения  $\alpha_2$  (при  $\alpha_1 < \alpha_2 < 1$ ). Математическое ожидание этого наступления этого момента времени задается выражением

$$\mu(\alpha_1, \alpha_2, N) = \sum_{N\alpha_1 \leq v \leq N\alpha_2} \frac{N}{\lambda v(N-v)}, \quad (1)$$

а дисперсия

$$\sigma^2(\alpha_1, \alpha_2, N) = \sum_{N\alpha_1 \leq v \leq N\alpha_2} \frac{N^2}{\lambda^2 v^2 (N-v)^2}. \quad (2)$$

Введём обозначения

$$A(\alpha_1, \alpha_2, N) = \sum_{N\alpha_1 \leq v \leq N\alpha_2} \frac{N}{v(N-v)}, \quad (3)$$

и

$$B^2(\alpha_1, \alpha_2, N) = \sum_{N\alpha_1 \leq v \leq N\alpha_2} \frac{N^3}{v^2(N-v)^2}. \quad (4)$$

Тогда нетрудно показать, что имеют место равенства:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} A(\alpha_1, \alpha_2, N) = A(\alpha_1, \alpha_2) = \ln \left( \frac{1-\alpha_1}{\alpha_1} \frac{\alpha_2}{1-\alpha_2} \right) \quad (5)$$

и

$$\lim_{N \rightarrow \infty} B^2(\alpha_1, \alpha_2, N) = B^2(\alpha_1, \alpha_2) = (\alpha_2 - \alpha_1) \times \left( \frac{1}{\alpha_2 \alpha_1} + \frac{1}{(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)} \right) + 2 \ln \left( \frac{1-\alpha_1}{\alpha_1} \frac{\alpha_2}{1-\alpha_2} \right), \quad (6)$$

а для  $\mu(\alpha_1, \alpha_2, N)$  и  $\sigma^2(\alpha_1, \alpha_2, N)$  имеем:

$$\left. \begin{aligned} \mu(\alpha_1, \alpha_2, N) &= A(\alpha_1, \alpha_2, N)/\lambda \\ \sigma^2(\alpha_1, \alpha_2, N) &= B^2(\alpha_1, \alpha_2, N)/N\lambda^2 \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Далее, используя характеристические функции, можно показать, что  $\tau(\alpha_1, \alpha_2, N)$  распределено асимптотически нормально. Итак, для больших  $N$  справедливо, что

$$P \left\{ \frac{\tau(\alpha_1, \alpha_2, N) - A(\alpha_1, \alpha_2)/\lambda}{B(\alpha_1, \alpha_2)/\lambda} \sqrt{N} \leq x \right\} = \Phi(x), \quad (8)$$

где 
$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \quad (9)$$

Из (8) сразу же следует доверительный интервал для  $\tau(\alpha_1, \alpha_2, N)$  с коэффициентом доверия  $s$ :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\lambda} \left[ A(\alpha_1, \alpha_2) - \frac{\Phi^{-1} \left( \frac{1+s}{2} \right) B(\alpha_1, \alpha_2)}{\sqrt{N}} \right] \leq \\ & \leq \tau(\alpha_1, \alpha_2, N) \leq \\ & \leq \frac{1}{\lambda} \left[ A(\alpha_1, \alpha_2) + \frac{\Phi^{-1} \left( \frac{1+s}{2} \right) B(\alpha_1, \alpha_2)}{\sqrt{N}} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Из (10) следует, что доверительный интервал для  $\tau(\alpha_1, \alpha_2, N)$  стягивается к нулю вместе с  $1/\sqrt{N}$ . Итак, если предполагать законность принятой модели, то при известных параметрах  $\lambda$  и  $N$  можно сделать достаточно надежные предсказания, но при условии, что к начальному моменту прогноза заметная доля всех потенциальных пользователей уже подключена к сети.

Теперь нас снова интересует распределение доли  $\alpha(t) = m(t)/N$  пользователей, подключенных к сети к моменту  $t$ , если  $\alpha(t)$  к моменту  $t=0$  имело значение  $\alpha_1$ . В соответствии с уравнением [10]

$$\tau_n = \sum_{v=2}^n \alpha_v \text{ имеет место соотношение}$$

$$P(\alpha(t) \leq \alpha) = 1 - P(\tau(\alpha_1, \alpha_2, N) \leq t). \quad (11)$$

Отсюда с помощью (8), соотношения  $1 - \Phi(x) = \Phi(-x)$  и подстановки  $A(\alpha_1, \alpha_2)$  и  $B(\alpha_1, \alpha_2)$  следует

$$\begin{aligned} & P(\alpha(t) \leq \alpha) = \Phi \times \\ & \times \left[ \frac{\sqrt{N} \left( \ln \frac{\alpha}{1-\alpha} - \lambda t - \ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} \right)}{\sqrt{\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{1-\alpha_1} - 2 \ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} - \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{1-\alpha} + 2 \ln \frac{\alpha}{1-\alpha}}} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

С помощью этого уравнения можно показать, что величина

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha(t) - \frac{1}{2} \left( 1 + th \frac{T}{2} \right)}{\frac{1}{4N}} \times \\ & \times \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{1-\alpha_1} - 2 \left( \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_1} + T + sh T \right) \operatorname{sech}^2 \frac{T}{2}}} \end{aligned} \quad (13)$$

где  $T = \lambda t - \ln \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1}$ , тоже распределена асимптотически нормально с математическим ожиданием, равным 0, и дисперсией 1.

Теперь легко получить соответствующий доверительный интервал для  $\alpha(t)$ . Если  $N$  достаточно велико, то из этих результатов следует, что статистические колебания числа пользователей ТС могут быть небольшими, если развитие сети уже вышло из начальной стадии.

Это означает, что теперь уже может быть использована логистическая кривая вида

$$\alpha = \frac{1}{2}(1 + th(\omega t - \rho)), \quad (14)$$

Величина  $\omega = \lambda/2$  может быть истолкована как интенсивность роста в момент «полунасыщения» ( $\alpha = 1/2$ ), т. е. как среднее число вновь подключенных пользователей в единицу времени, деленное на число уже существующих, если 50% потенциальных пользователей уже подключены. Тогда  $\frac{\rho}{\omega} = \frac{\ln N + C}{\lambda}$  – момент полунасыщения.

## V. ВЫВОДЫ

В результате выполненных исследований можно сделать вывод о том, что если количество потенциальных пользователей на рассматриваемой территории достаточно велико, то статистические колебания числа пользователей телекоммуникационной сети могут быть небольшими, если развитие сети уже вышло из начальной стадии.

Это означает, что в таком случае правомерно использование логистической функции. Логистическая функция применяется для описания процессов, с точностью выше аппроксимирующей функции, что позволяет применить логистическую модель для прогнозирования развития ТС.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Гайворонская Г.С.** Метод описания изменения количества пользователей телекоммуникационной сети / Г. Гайворонская, О. Домаскин // International Journal «Information Models & Analyses. 2013. Vol.2, №4. ITHEA, Bulgaria. P. 345-348.
2. Теория сетей связи / Под ред. **В.Н. Рогинского**. – М.: Радио и связь, 1981. – 192 с.
3. **Гайворонская Г.С.** Проблема синтеза развивающихся информационных сетей / Г.С. Гайворонская // Вісник ДУИКТ.– №3.– 2005. – Киев С. 14-21.
4. **Гайворонская Г.С.** Исследование задачи эволюции телекоммуникационных сетей в пространственно-временной системе. Информатика та математичні методи в моделюванні. – Одеса. – ОНПУ, Т.1. - №1. – 2011. – С.17-24.
5. **Gayvoronska G.S.** Formalization of telecommunication networks' evolution's model / G.S. Gayvoronska // Applicable Information Models. – Sofia: ITHEA, 2011. – № 22. – P. 155-169.

onska // Applicable Information Models. – Sofia: ITHEA, 2011. – № 22. – P. 155-169.

6. **Freidenfelds J.** “Cable sizing with stochastic demand.” In Proc. Sixth Annual Pittsburg Conf. Modeling and Simulation, Apr. 1975.

7. **Гайворонская Г.С.** Исследование модели требований на развитие информационной сети / Г.С. Гайворонская, Д.А. Сомсиков // Холодильна техніка і технологія.– 2006.– №3 (101). – С. 99-104.

8. **Galyna Gayvoronska** Analysis of mathematical models describing the requirements for network development /Galyna Gayvoronska, Oleg Domaskin// Natural Information Technologies. – Madrid: ITHEA, 2012. – P. 52-58.

9. **Galyna Gayvoronska.** Formalization of Variation Process of Information Networks' Users' Quantity / Galyna Gayvoronska, Oleg Damaskin // “Modern problems of radio engineering, telecommunications and computer science”. Proceedings of the XIth International Conference TCSET'2012.– 2012.– Lviv: Publishing House of Lviv Polytechnic. – P.338-339.

10. **Гайворонская Г.С.** Один из подходов к созданию математической модели развития телекоммуникационной сети / Г.С. Гайворонская, О.М. Домаскин // Збірник матеріалів VI МНТК «Проблеми телекомунікацій». – Київ. – НТУУ «КПІ». – 2013. – С.58-62.

11. **Гайворонская Г.С.** Оценка возможности прогнозирования потенциальной емкости вновь создаваемой телекоммуникационной сети / Г.С. Гайворонская, О.М. Домаскин // Сучасний захист інформації. ДУИКТ. – 2013. – № 2. С. 96-99.

## REFERENCES

1. **Gajvoronskaja G.S.** Metod opisanija izmenenija kolichestva pol'zovatelej telekommunikacionnoj seti/Galina Gajvoronskaja, Oleg Domaskin // International Journal «Information Models & Analyses. 2013. Vol.2, №4. ITHEA, Bulgaria. P. 345-348.
2. Teorija setej svjazi / Pod red. **V.N. Roginskogo**. – M.: Radio i svjaz', 1981. – 192 s.
3. **Gajvoronskaja G.S.** Problema sinteza razvivajushhihsja informacionnyh setej/ G.S. Gajvoronskaja // Visnik DUKIT.– №3.– 2005. – Kiev S. 14-21.
4. **Gajvoronskaja G.S.** Issledovanie zadachi jevoljucii telekommunikacionnyh setej v prostranstvenno-vremennoj sisteme. Informatika ta matematichni metodi v modeljuvanni. – Odesa. – ONPU, T.1. - №1. – 2011. – S.17-24.
5. **Gayvoronska G.S.** Formalization of telecommunication networks' evolution's model / G.S. Gayvoronska // Applicable Information Models. – Sofia: ITHEA, 2011. – № 22. – P. 155-169.
6. **Freidenfelds J.** “Cable sizing with stochastic demand.” In Proc. Sixth Annual Pittsburg Conf. Modeling and Simulation, Apr. 1975.
7. **Gajvoronskaja G.S.** Issledovanie modeli trebovanij na razvitie informacionnoj seti / G.S. Gajvoronskaja, D.A. Somsikov // Holodil'na tehnika i tehnologija.– 2006.– №3 (101). – S. 99-104.

8. **Galyna Gayvoronska** Analysis of mathematical models describing the requirements for network development /Galyna Gayvoronska, Oleg Domaskin// Natural Information Technologies. – Madrid: ITHEA, 2012. – P. 52-58.

9. **Galyna Gayvoronska**. Formalization of Variation Process of Information Networks' Users' Quantity / Galyna Gayvoronska, Oleg Damaskin // “Modern problems of radio engineering, telecommunications and computer science”. Proceedings of the XI-th International Conference TCSET'2012.– 2012.– Lviv: Publishing House of Lviv Polytechnic. – P.338-339.

10. **Gajvoronskaja G.S.** Odin iz podhodov k sozdaniju matematicheskoy modeli razvitija telekommunikacionnoj seti / G.S. Gajvoronskaja, O.M. Domaskin // Zbirnik materialov VI MNTK «Problemi telekomunikacij». – Kiiv. – NTUU «KPI». – 2013. – S. 58-62.

11. **Gajvoronskaja G.S.** Otsenka vozmozhnosti prognozirovaniya potentsialnoi yemkosti vnov' sozdavaemoi telekommunikacionnoj seti / G.S. Gajvoronskaja, O.M. Domaskin // Suchasniy zakhist informatsii. DUIKT. – 2013. – № 2. S. 96-99.

## RESEARCH OF STATISTICAL LOAD FLUCTUATIONS IN THE TELECOMMUNICATION NETWORK DEVELOPMENT PROCESS

*The problems of the design and development of telecommunication networks in the modern world are considered. An approach to the development of a mathematical model of the telecommunications network is offered. Solution of the problem includes the study of requirements model for the development of the network by increasing its capacity, the amount and kinds of information and communication services.*

**Keywords:** *Telecommunication network – Mathematical model – Network requirements –Development of the telecommunication network.*

---

Отримана в редакції 12.12.2013, прийнята до друку 04.03.2014