УДК 621.560; 664.8.037

В.П. Кочетов, Е.Н. Томчик
Одесская национальная академия пищевых технологий, ул. Канатная, 112, г. Одесса, 65039

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМЕНА В УСЛОВИЯХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ В КАМЕРЕ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ УПАКОВОК РАЗЛИЧНОЙ КОНФИГУРАЦИИ.

В статье представлены результаты экспериментальных исследований по хранению яблок в упаковках с жидкостными (водяными) прослойками с повышенной теплоустойчивостью и аккумулятивной способностью для хранения плодоовощной продукции. По данным измерений температуры выявлен закон изменения температуры воздуха в камере, и разработана математическая модель теплообмена между продуктом и окружающей средой при изменении температуры окружающей среды по периодическому закону. Приведены результаты расчетов по модели, и их сопоставление с результатами экспериментальных исследований.
Ключевые слова*: Хранение плодов – Температурные колебания – Упаковка с повышенной тепловой инерционностью – Водяные прослойки.*

В. П. Кочетов, О. М. Томчик
Одеська національна академія харчових технологій, вул. Канатна, 112, м. Одеса, 65039

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМІНУ ЗА УМОВ ПЕРІОДИЧНИХ КОЛИВАНЬ ТЕМПЕРАТУРИ В КАМЕРІ ПРИ ВИКОРИСТАННІ УПАКУВАНЬ РІЗНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ.

У статті викладені результати експериментальних досліджень по зберіганню яблук в упаковках з рідинними (водяними) прошарками з підвищеною теплостійкістю і акумулятивною здатністю для зберігання плодоовочевої продукції. За даними вимірювань температури визначено закон зміни температури повітря в камері та розроблено математичну модель теплообміну між продуктом і навколишнім середовищем при зміні температури навколишнього середовища по періодичному закону. Наведені результати розрахунків по моделі, і їх зіставлення з результатами експериментальних досліджень.
Ключові слова: *Зберігання плодів – Температурні коливання – Упаковка с підвищеною тепловою інерційністю – Водяні прошарки.*

V. P. Kochetov, O. M. Tomchyk
Odessa national academy of food technologies, Kanatnaya str., 112, Odessa, 65039

MATHEMATICAL MODEL OF HEAT TRANSFER IN THE PERIODIC TEMPERATURE FLUCTUATIONS IN THE CHAMBER AT THE DIFFERENT CONFIGURATIONS PACKAGING UTILIZATION

The results of experimental studies of apples storage in packaging with liquid (water) interlayers with high thermal stability and accumulative capacity for storage fruit and vegetables are represented. According to the temperature measurements data the law of air temperature variance in the chamber is revealed, and the mathematical model of heat transfer between the product and the environment at ambient temperature variance on the periodic law is developed. The results of model calculations and their comparison with the experimental studies results are given.
Keywords: *Storage of fruits – Temperature fluctuations – Packing with high thermal inertia – Water interlayers.*

I. ВВЕДЕНИЕ

Анализ условий хранения плодоовощной продукции, а также применяемых технологий и способов их реализации позволил сделать вывод о том, что основным фактором, способствующим повышению интенсивности дыхания и сокращению сроков хранения являются температурные колебания в грузовом объеме камер, неизбежно возникающие во время эксплуатации холодильников. Нормативные значения колебаний параметров технологического регламента в объеме камер предусматриваются в проектных решениях, но при эксплуатации холодильников периодически возникают колебания температуры при оттайке приборов охлаждения, ремонте, проведении грузовых работ, и др. Амплитуда колебаний температуры в объеме камер может превышать нормативную все больше, в зависимости от уровня износа строительных конструкций. Поэтому разработка мер для под-держания стабильности параметров технологического регламента в любых условиях эксплуатации холодильников при применении любых конструктивных решений является актуальной задачей.

II. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Авторами предложен способ защиты продукта от температурных колебаний в грузовом объеме камер, основанный на использовании упаковок с прослойками из жидкостей с высокой тепловой инерцией, с повышенной теплоустойчивостью и аккумулирующей способностью [1-3].

Исследования по определению влияния конфигурации упаковок на характер изменения температуры плодов в их объеме проводили при модификации возможных отклонений температуры воздуха в камере, имеющих место в практике хранения, в камерах разного типа, с использованием экспериментальных (с водными прослойками), и контрольных (без прослоек) упаковок.

При проведении исследований по изучению влияния постоянных периодических колебаний температуры в камере на колебания температуры плодов яблони (Гала, 1 сорт), экспериментальные и контрольные упаковки с яблоками помещали на хранение в камеру КХК-6. При поддержании в камере средней температуры 2,3..2,8 ºС, колебания в пределах от –3,4 до +5,7 ºС создавали за счет увеличения дифференциала терморегулятора, амплитуда колебаний составляла 8,2..8,4 °С. Перед закладкой в камеру и плоды, и упаковки охлаждали до температуры хранения.

Применяли специально изготовленные упаковки из оргстекла толщиной 3 мм. Наружные размеры контрольных и экспериментальных упаковок – 600×400×285 мм. Водные прослойки в опытных упаковках толщиной (δ_w) от 7..10 до 27..30 мм, создавали путем изменения внутреннего объема.

Исследования показали, что в объеме упаковок с водными прослойками амплитуда колебаний температуры плодов снижалась более чем в 2 раза – в среднем, от $\Delta T_{пр.}$ = 0,6 ºС до $\Delta T_{пр.}$ = 0,1 ºС. Установлено, что применение упаковок с повышенной тепловой инерционностью способствует замедлению созревания и сохранению качества плодов, что позволяет продлить срок хранения и снизить потери от убыли массы на 25÷30 % [4].

Во время исследований фиксировали температуры: воздуха вблизи камеры (в 2 точках), плодов в упаковках (в 3 точках), воздуха в упаковках (в 2 точках), воды в прослойках (в 2 точках), камеры (в 3 точках). Расчетную температуру в камере определяли по среднему значению результатов измерений (рис. 1).

По данным температурных измерений определен характер изменения температуры воздуха в камере; на основе результатов исследований разработана модель теплообмена между плодами в упаковке и окружающей средой в условиях постоянных периодических колебаний температуры.

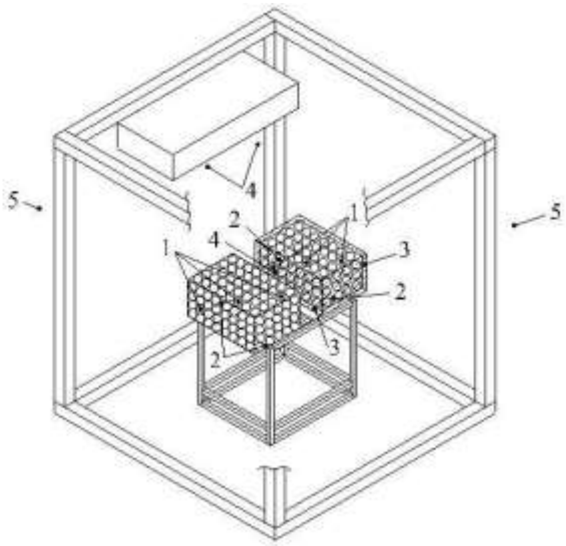

***Рисунок 1** – Размещение упаковок в камере с расположением термодатчиков: 1 – температура плодов в упаковках, 2 – температура воздуха в упаковках, 3 – температура воды в прослойках; 4 – температура воздуха в камере; 5 – температура воздуха в помещении лаборатории.*

III. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Колебания температуры воздуха в грузовом объеме камер в процессе хранения приводят к колебаниям температуры продукта, при этом изменяется количество тепла, выделяемого при дыхании, поэтому можно считать, что хранение осуществляется в нестационарном режиме. Теплообмен между продуктом и окружающей средой:

$$Q = m_{пр} \cdot \left[c_{пр} \cdot \Delta T_{пр.} + q_{дых} \right] = \\ = \alpha_{пов} \cdot F_{пов} \cdot \Delta T + Q_{дых}, \text{ Вт}, \qquad (1)$$

где Q – общий тепловой поток, отводимый от продукта при хранении, Вт;

Продукт в упаковках с водяными прослойками, либо без прослоек, может быть представлен как однородное физическое тело произвольной формы, с заданными площадью поверхности ($F_{пов}$, $м^2$) и объемом ($V_{пр}$, $м^3$), находящееся в среде, температура которой изменяется по периодическому закону, и заключенное в 1..n защитных оболочек (их число зависит от конфигурации упаковки). За оболочки приняты стенки упаковок. Теплофизические характеристики тела – коэффициент теплоотдачи от поверхности к окружающей среде ($\alpha_{пов}$, $Вт/м^2{\cdot}°С$), плотность ($\rho_{пр}$, $кг/м^3$), теплоемкость ($c_{пр}$, Дж/кг·°С) – постоянны. Теплообмен с окружающей средой происходит по закону Ньютона-Рихмана (конвективный теплообмен при граничных условиях 3-го рода). Предполагается, что тепло с поверхности объекта хранения отводится равно-мерно, температура продукта одинакова и равна средней температуре продукта по объему упаковки. Внутри тела непрерывно действует источник тепла мощностью $Q_{дых}$ (рис. 2).

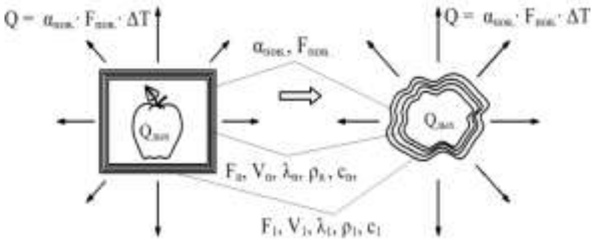

***Рисунок 2** – Расчетная схема теплообмена между продуктом в упаковке и окружающей средой.*

Определение характера изменения температуры продукта ($T_{пр.}$) в объеме упаковки при постоянных периодических колебаниях температуры в охлаждаемом объеме ($T_{окр.\ ср.}$), при наличии тепловыделений продукта, потребовало разложения на 2 отдельные задачи с последующим сложением решений: определение зависимости изменения $T_{пр.}$ при изменении $T_{окр.\ ср.}$ по периодическому закону; определение влияния теплоты дыхания на изменение $T_{пр.}$ в зависимости от характера изменения температуры продукта.

Решение первой задачи сводится к определению количества тепла, отводимого от поверхности тела в окружающую среду. В ходе решения были рассмотрены: закономерности процессов охлаждения/нагрева однородного тела, температурный режим однородного тела при периодическом изменении температуры его поверхности и температурный режим однородного тела в оболочке.

Рассмотрим продукт без упаковки как однородное тело произвольной формы с параметрами $F_{пов}$, $V_{пр}$, $\alpha_{пов}$, $\rho_{пр}$, $c_{пр}$, охлаждаемое с поверхности F, м^2, в объеме которого выделяется тепло (рис. 3).

***Рисунок 3** – Схема к расчету охлаждения/нагрева неупакованного продукта.*

Уравнение теплового баланса:

$$\rho_{пр} \cdot c_{пр} \cdot \frac{dT}{d\tau} = q, \text{ Вт/м}^2 \qquad (2)$$

Тепло, накопленное в объеме тела:

$$Q = \rho_{пр} \cdot c_{пр} \cdot V_{пр} \cdot T \text{ , Вт} \qquad (3)$$

По закону Ньютона:

$$\frac{dQ}{d\tau} = -\alpha_{пов} \cdot F_{пов} \cdot \Delta T, \qquad (4)$$

Продифференцировав выражение (4):

$$\frac{dQ}{d\tau} = \rho_{пр} \cdot c_{пр} \cdot \frac{dT}{d\tau} \qquad (5)$$

С учетом (5), дифференциальное уравнение нагрева / охлаждения однородного тела:

$$-\alpha_{пов} \cdot F_{пов} \cdot \Delta T = \rho_{пр} \cdot c_{пр} \cdot V_{пр} \cdot \frac{dT}{d\tau} \qquad (6)$$

Решение уравнения (6) имеет вид [5-7]:

$$T(\tau) = A \cdot e^{\left(-\frac{\tau}{z}\right)} + B \qquad (7)$$

Из (6) и (7) определим постоянную времени:

$$z = \frac{\rho_{пр} \cdot c_{пр} \cdot V_{пр}}{\alpha_{пов} \cdot F_{пов}} \qquad (8)$$

Постоянные интегрирования A и B определяются из начальных условий. При охлаждении (остывании) тела от температуры $T_н$ до T_0:

$$T(\tau) = (T_н - T_0) \cdot e^{\left(-\frac{\tau}{z}\right)} + T_0 \qquad (9)$$

при нагревании тела от температуры T_0 до T_y:

$$T(\tau) = (T_0 - T_y) \cdot e^{\left(-\frac{\tau}{z}\right)} + T_y \qquad (10)$$

Процессы нагрева и охлаждения тела можно описать экспоненциальными функциями (рис. 4).

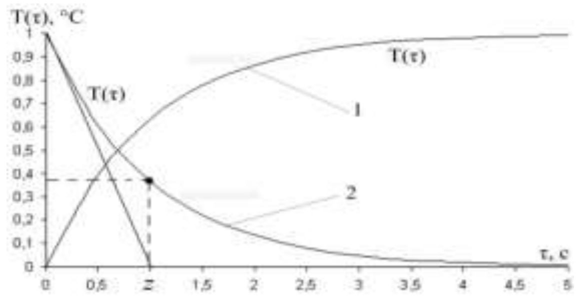

***Рисунок 4** – Процессы охлаждения и нагрева однородного тела произвольной формы*

Для однородного тела, находящегося в среде, температура которой изменяется по периодическому косинусоидальному закону

$$T_{окр.\ ср.}(\tau) = A_{T_{окр.\ ср.}} \cdot \cos(\omega \cdot \tau), \qquad (11)$$

в соответствии с (4) количество тепла, запасенного в объеме данного тела, изменяется по закону:

$$\frac{dQ}{d\tau} = -\alpha_{пов} \cdot F_{пов} \cdot (T_{пр}(\tau) - T_{окр.\ ср.}(\tau)) \qquad (12)$$

где $A_{T_{окр.\ ср.}}$ – амплитуда колебаний температуры окружающей среды;

$T_{пр}(\tau)$ – искомая функция изменения температуры

С учетом (4) и (6):

$$\rho_{пр}\cdot c_{пр}\cdot V_{пр}\cdot\frac{dT}{d\tau}=$$

$$=\alpha_{пов}\cdot F_{пов}\cdot T_{окр.\ ср.}(\tau)-\alpha_{пов}\cdot F_{пов}\cdot T_{пр.}(\tau)\quad(13)$$

или

$$\frac{\rho_{пр}\cdot c_{пр}\cdot V_{пр}}{\alpha_{пов}\cdot F_{пов}}\cdot\frac{dT}{d\tau}+T_{пр}(\tau)=T_{окр.\ ср}(\tau)\quad(14)$$

Уравнение (14) описывает температурный режим однородного тела при действии на его поверхности температуры, изменяющейся по закону (11). Решением этого уравнения является косинусоида вида [5-7]:

$$T_{пр.}(\tau)=\ A_{T_{пр.}}\cdot\cos(\omega\cdot\tau+\varphi),\quad(15)$$

После подстановки (15) в (14) получим:

$$\frac{\rho_{пр}\cdot c_{пр}\cdot V_{пр}}{\alpha_{пов}\cdot F_{пов}}\cdot\ \omega\cdot A_{T_{пр.}}\cdot\cos\left(\omega\cdot\tau+\varphi+\frac{\pi}{2}\right)+\cdot$$

$$+A_{T_{пр.}}\cdot\cos(\omega\cdot\tau+\varphi)=A_{T_{окр.\ ср.}}\cdot\cos(\omega\cdot\tau)\quad(16)$$

Уравнение (16) может быть представлено в векторной форме (рис. 5). Из рисунка 5 находим:

$$A_{T_{окр.\ ср.}}=\frac{A_{T_{окр.\ ср.}}}{\sqrt{1+(\frac{\rho_{пр}\cdot c_{пр}\cdot V_{пр}}{\alpha_{пов}\cdot F_{пов}}\cdot\omega)^2}}\quad(17)$$

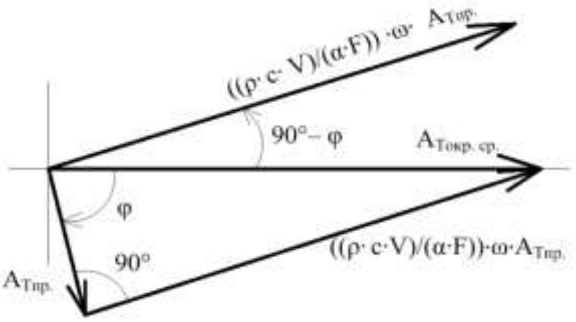

Рисунок 5 *– Уравнение (16) в векторной форме*

Угол сдвига по фазе между температурой тела и температурой окружающей среды:

$$\varphi=\ -arctg(\frac{\rho_{пр}\cdot c_{пр}\cdot V_{пр}}{\alpha_{пов}\cdot F_{пов}}\cdot\omega)^2\quad(18)$$

Для синусоиды:

$$T_{окр.\ ср.}(\tau)=\ A_{T_{окр.\ ср.}}\cdot sin(\omega\cdot\tau)\quad(19)$$

решение будем искать в виде синусоиды:

$$T_{пр.}(\tau)=\ A_{T_{пр.}}\cdot sin(\omega\cdot\tau+\varphi)\quad(20)$$

Тогда уравнение (16) примет вид:

$$\frac{\rho_{пр}\cdot c_{пр}\cdot V_{пр}}{\alpha_{пов}\cdot F_{пов}}\cdot\ \omega\cdot\ A_{T_{пр.}}\cdot sin\left(\omega\cdot\tau+\varphi+\frac{\pi}{2}\right)+$$

$$+A_{T_{пр.}}\cdot sin(\omega\cdot\tau+\varphi)=A_{T_{окр.\ ср.}}\cdot sin(\omega\cdot\tau)\quad(21)$$

Уравнению (21) соответствуют проекции векторов (рис. 5) на вертикальную ось.

В случае несинусоидального периодического изменения температуры окружающей среды для нахождения температуры тела используем разложение несинусоидальной функции в ряд Фурье с последующим решением задачи для каждой гармоники [5-7].

По данным измерений температур, полученных за время исследований, установлено, что изменение температуры воздуха в камере можно описать двумя экспоненциальными функциями с разными постоянными времени на участках возрастания и убывания температуры (рис. 6).

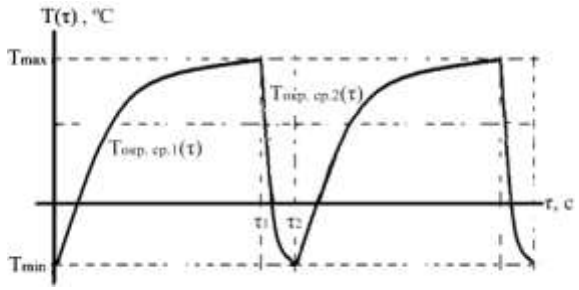

Рисунок 6 *– Закон изменения температуры воздуха ($T_{окр.\ ср.}$) в камере*

Периодическая функция представлена двумя экспонентами:

при $0<\tau<\tau_1$:

$$T_{окр.\ ср._1}(\tau)=T_{окр.\ ср_1}\cdot e^{\left(-\frac{\tau}{z_1}\right)}+G_1\quad(22)$$

при $\tau_1<\tau<\tau_2$:

$$T_{окр.\ ср_2}(\tau)=T_{окр.\ ср_2}\cdot e^{\left(-\frac{\tau}{z_2}\right)}+G_2\quad(23)$$

Разложение периодической функции в ряд Фурье в общем случае имеет вид:

$$T_{окр.\ ср.}(\tau)=T_{окр.\ ср._{средн.}}+$$

$$+\sum_1^n(a_k\cdot cosk\omega\tau+b_k\cdot sink\omega\tau)\quad(24)$$

где k = 1, 2 ,3, 4, 5, n – число гармоник.

Здесь:

$$T_{окр.\ ср._{средн.}}=\frac{1}{\tau_2}\int_0^{\tau_2}T_{окр.\ ср.}(\tau)d\tau\quad(25)$$

$$a_k=\frac{2}{\tau_2}\int_0^{\tau_2}T_{окр.\ ср.}(\tau)cosk\omega\tau d\tau\quad(26)$$

$$b_k=\frac{2}{\tau_2}\int_{\tau_1}^{\tau_2}T_{окр.\ ср.}(\tau)sink\omega\tau d\tau\quad(27)$$

Проинтегрировав, получим:

$$\mathrm{T}_{\text{окр. ср.}_{\text{средн.}}} = \frac{1}{\tau_2}\cdot\left(z_1\cdot\mathrm{T}_{\text{окр. ср.}_1}\cdot\left(1-e^{\left(-\frac{\tau_1}{z_1}\right)}\right)+\right.$$

$$+\tau_1\cdot G_1)+\frac{1}{\tau_2}\cdot\left(z_2\cdot\mathrm{T}_{\text{окр. ср.}_1}\cdot(1-e^{-\frac{(\tau_2-\tau_1)}{z_2}})+\right.$$

$$+(\tau_2-\tau_1)\cdot G_2) \qquad (28)$$

Для коэффициентов a_k и b_k интегрирование выполняется численно методом прямоугольников. При разбиении периода функции на N интервалов:

$$a_k = \frac{2}{\tau_2}\sum_{i=1}^{N}\mathrm{T}_{\text{окр. ср.}}(i\cdot\Delta\tau)\cdot$$

$$\cdot cos(k\cdot\omega\cdot i\cdot\Delta\tau)\cdot\Delta\tau \qquad (29)$$

$$b_k = \frac{2}{\tau_2}\sum_{i=1}^{N}\mathrm{T}_{\text{окр. ср.}}(i\cdot\Delta\tau)\cdot$$

$$\cdot sin(k\cdot\omega\cdot i\cdot\Delta\tau)\cdot\Delta\tau \qquad (30)$$

Опираясь на полученное выше решение задачи для гармонических функций (16) и (21), суммируя по отдельным гармоникам, записываем окончательное решение:

$$\mathrm{T}_{\text{пр}}(\tau) = \mathrm{T}_{\text{окр. ср.}_{\text{средн.}}}+$$

$$\sum_{1}^{n}\frac{a_k}{\sqrt{1+\left(\rho_{\text{пр}}\cdot c_{\text{пр}}\cdot V_{\text{пр}}\cdot\frac{1}{\alpha_{\text{пр}}\cdot F_{\text{пр}}}\cdot\frac{2\cdot k\cdot\pi}{\tau_2}\right)^2}}\cdot$$

$$\cdot cos\left(\frac{2\cdot k\cdot\pi}{\tau_2}\cdot\tau+\varphi\right)+$$

$$+\sum_{1}^{n}\frac{b_k}{\sqrt{1+\left(\rho_{\text{пр}}\cdot c_{\text{пр}}\cdot V_{\text{пр}}\cdot\frac{1}{\alpha_{\text{пов.}}\cdot F_{\text{пов.}}}\cdot\frac{2\cdot k\cdot\pi}{\tau_2}\right)^2}}\cdot$$

$$\cdot sin\left(\frac{2\cdot k\cdot\pi}{\tau_2}\cdot\tau+\varphi\right) \qquad (31)$$

где

$$\varphi = -arctg\left(\frac{\rho_{\text{пр}}\cdot c_{\text{пр}}\cdot V_{\text{пр}}}{\alpha_{\text{пов.}}\cdot F_{\text{пов.}}}\cdot\frac{2\cdot k\cdot\pi}{\tau_2}\right) \qquad (32)$$

Если однородное тело заключить в оболочку толщиной $\delta_{\text{об.}}$, м, то это создаст дополнительное сопротивление на пути теплового потока:

$$R_{\text{об.}} = \frac{\delta_{\text{об.}}}{\lambda_{\text{об.}}\cdot F_{\text{об.}}},\ \text{м/(Вт·м}^2) \qquad (33)$$

где $\lambda_{\text{об.}}$– теплопроводность материала оболочки, Вт/(м·°С).

Поверхность конвективного теплообмена также можно рассматривать как тепловое сопротивление на пути движения теплового потока:

$$R_{\text{пов.}} = \frac{1}{\alpha_{\text{пов}}\cdot F_{\text{пов}}},\ \text{м/(Вт·м}^2) \qquad (34)$$

Уравнение (14) при этом может быть представлено в виде:

$$\frac{\rho_{\text{пр}}\cdot c_{\text{пр}}\cdot V_{\text{пр}}}{\alpha_{\text{пов}}\cdot F_{\text{пов}}}\cdot R_{\text{пов.}}\cdot\frac{d\mathrm{T}}{d\tau}+\mathrm{T}_{\text{пр}}(\tau) = \mathrm{T}_{\text{окр. ср.}}(\tau) \quad (35)$$

При наличии сопротивлений одной или нескольких оболочек:

$$\sum\rho\cdot c\cdot V\cdot\left(\frac{1}{\alpha_{\text{пов}}\cdot F_{\text{пов}}}+\sum\frac{1}{\lambda_{\text{об}_i}\cdot F_{\text{об}_i}}\right)\cdot\frac{d\mathrm{T}}{d\tau}+$$

$$+\mathrm{T}_{\text{пр}}(\tau) = \mathrm{T}_{\text{окр. ср.}}(\tau), \qquad (36)$$

где

$$\sum\rho\cdot c\cdot V = \rho_{\text{пр.}}\cdot c_{\text{пр.}}\cdot V_{\text{пр.}}+\sum\rho_{\text{об.}_i}\cdot c_{\text{об.}_i}\cdot V_{\text{об.}_i}$$

Уравнения (36) и (14) отличаются только коэффициентом перед производной, поэтому их решения идентичны.

В соответствии с рисунком 2, плоды в контрольной упаковке представлены как тело с характеристиками $\rho_{\text{пр.}}$, $V_{\text{пр.}}$, $c_{\text{пр.}}$, с одной защитной оболочкой – наружной стенкой упаковки с параметрами $F_{\text{ст.1}}$, $\lambda_{\text{ст.1}}$, $\rho_{\text{ст.1}}$, $V_{\text{ст.1}}$, $c_{\text{ст.1}}$. Отвод тепла конвективным путем осуществляется с наружной поверхности упаковки ($F_{\text{пов.}}$, $\alpha_{\text{пов.}}$) (рис.7).

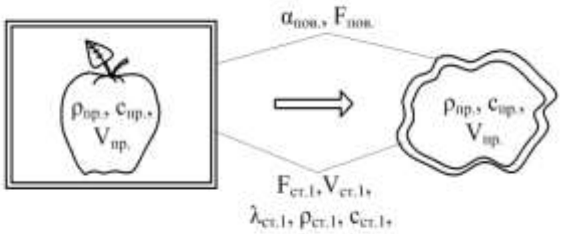

Рисунок 7 *– Расчетная схема для плодов в контрольной (без водяной прослойки) упаковке*

Уравнение (36) для плодов, находящихся в упаковке без водяной прослойки:

$$\sum\rho_i\cdot c_i\cdot V_i\cdot\left(\frac{1}{\alpha_{\text{пов}}\cdot F_{\text{пов}}}+\frac{1}{\lambda_{\text{ст1}}\cdot F_{\text{ст1}}}\right)\cdot\frac{d\mathrm{T}}{d\tau}+$$

$$+\mathrm{T}_{\text{пр}}(\tau) = \mathrm{T}_{\text{окр. ср.}}(\tau) \qquad (37)$$

В соответствии с (31), изменение температуры плодов в упаковке без водяной прослойки:

$$\mathrm{T}_{\text{пр}}(\tau) = \mathrm{T}_{\text{окр. ср.}_{\text{средн.}}}+$$

$$+\sum_{1}^{n}\frac{a_k}{\sqrt{1+\left(\sum\rho_i\cdot c_i\cdot V_i\cdot\left(\frac{1}{\alpha_{пов}\cdot F_{пов}}+\frac{1}{\lambda_{ст_1}\cdot F_{ст_1}}\right)\cdot\frac{2\cdot k\cdot\pi}{\tau_2}\right)^2}}\cdot$$

$$\cdot\cos\left(\frac{2\cdot k\cdot\pi}{\tau_2}\cdot\tau+\varphi\right)+$$

$$+\sum_{1}^{n}\frac{b_k}{\sqrt{1+\left(\sum\rho_i\cdot c_i\cdot V_i\cdot\left(\frac{1}{\alpha_{пов}\cdot F_{пов}}+\frac{1}{\lambda_{ст_1}\cdot F_{ст_1}}\right)\cdot\frac{2\cdot k\cdot\pi}{\tau_2}\right)^2}}\cdot$$

$$\cdot\sin\left(\frac{2\cdot k\cdot\pi}{\tau_2}\cdot\tau+\varphi\right) \qquad (38)$$

где $\sum\rho_i\cdot c_i\cdot V_i=\rho_{пр}\cdot c_{пр}\cdot V_{пр}+\rho_{ст1}\cdot c_{ст1}\cdot V_{ст1}$

Плоды в экспериментальной упаковке (с водной прослойкой) представлены как тело с характеристиками $\rho_{пр.}$, $V_{пр.}$, $c_{пр.}$, окруженное 3-мя оболочками – наружной стенкой упаковки ($F_{ст.1}$, $\lambda_{ст.1}$, $\rho_{ст.1}$, $V_{ст.1}$, $c_{ст.1}$), водяной прослойкой (F_w, λ_w, ρ_w, V_w, c_w), внутренней стенкой упаковки ($F_{ст.2}$, $\lambda_{ст.2}$, $\rho_{ст.2}$, $V_{ст.2}$, $c_{ст.2}$). Отвод тепла осуществляется с наружной поверхности упаковки ($F_{пов.}$, $\alpha_{пов.}$) (рис. 8).

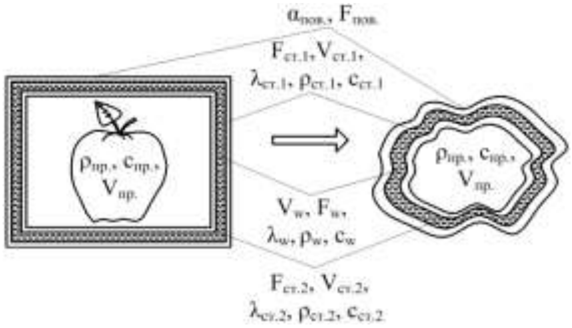

***Рисунок 8** – Расчетная схема для плодов в экспериментальной (с водяной прослойкой) упаковке*

Уравнение (36) для плодов в упаковке с водяной прослойкой:

$$\sum\rho_i\cdot c_i\cdot V_i\cdot\left(\frac{1}{\alpha_{пов}\cdot F_{пов}}+\sum\frac{1}{\lambda_i\cdot F_i}\right)\cdot\frac{dT}{d\tau}+$$

$$+T_{пр}(\tau)=T_{окр.\ ср.}(\tau) \qquad (39)$$

Закон изменения температуры плодов в упаковке с водяной прослойкой:

$$T_{пр}(\tau)=T_{окр.\ ср.\ средн.}+$$

$$+\sum_{1}^{n}\frac{a_k}{\sqrt{1+\left(\sum\rho_i\cdot c_i\cdot V_i\cdot\left(\frac{1}{\alpha_{пов}\cdot F_{пов}}+\sum\frac{1}{\lambda_i\cdot F_i}\right)\cdot\frac{2\cdot k\cdot\pi}{\tau_2}\right)^2}}\cdot$$

$$\cdot\cos\left(\frac{2\cdot k\cdot\pi}{\tau_2}\cdot\tau+\varphi\right)+$$

$$+\sum_{1}^{n}\frac{b_k}{\sqrt{1+\left(\sum\rho_i\cdot c_i\cdot V_i\cdot\left(\frac{1}{\alpha_{пов}\cdot F_{пов}}+\sum\frac{1}{\lambda_i\cdot F_i}\right)\cdot\frac{2\cdot k\cdot\pi}{\tau_2}\right)^2}}\cdot$$

$$\cdot\sin\left(\frac{2\cdot k\cdot\pi}{\tau_2}\cdot\tau+\varphi\right), \qquad (40)$$

где

$$\sum\rho_i\cdot c_i\cdot V_i=\left(\rho_{пр}\cdot c_{пр}\cdot V_{пр}+\rho_{ст1}\cdot c_{ст1}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot V_{ст1}+\rho_{ст2}\cdot c_{ст2}\cdot V_{ст2}+\rho_w\cdot c_w\cdot V_w\right).$$

Поскольку задача по определению изменения температуры тела за счет выделения тепла дыхания в условиях периодических колебаний температуры аналогична решению задачи для охлаждения конвективным путем кусочно-однородного шара, то для ее решения использовали модель из сфер с заданными теплофизическими и геометрическими параметрами (рис. 9). Радиусы сфер принимали по площадям поверхностей, участвующих в теплообмене.

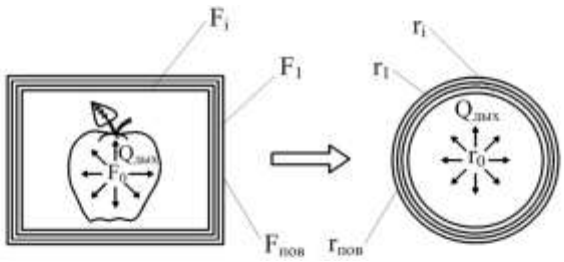

***Рисунок 9** – Расчетная схема к определению влияния теплоты дыхания*

Общее решение задачи теплопроводности в пределах i – той сферы:

$$T_i=-\frac{1}{\lambda_i}\cdot\frac{q_i r^2}{6}+\frac{A_i}{r}+B_i \qquad (41)$$

В центре шара (при r = 0) тепловой поток q равен нулю $\lambda\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=0}$, следовательно, $A_1=0$.

Из условия непрерывности теплового потока на границах раздела сфер

$$\lambda_i\frac{\partial T_i(r)}{\partial r}\Big|_{r=r_{i+1}}=\lambda_{i+1}\frac{\partial T_{i+1}(r)}{\partial r}\Big|_{r=r_{i+1}} \qquad (42)$$

находим:

$$A_i=-\frac{(q_i-q_{i-1})\cdot r_i^3}{3\lambda_i}+\frac{\lambda_{i+1}}{\lambda_i}\cdot A_{i-1} \qquad (43)$$

Тепло, выделяющееся в объеме шара:

$$Q_V=\sum_{i=1}^{n}q_i\cdot 4\pi\cdot\frac{r_i^3}{3} \qquad (44)$$

В соответствии с (41):

$$Q_V = \sum_{i=1}^{n} q_i \cdot 4\pi \cdot \frac{r_i^3}{3} = m \cdot q_i \qquad (45)$$

Тепло, отводимое с поверхности шара:

$$Q_F = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \alpha (T_r - T_{\text{окр. ср.}_{\text{средн.}}}) \qquad (46)$$

где T_r – температура на поверхности шара.

Из уравнения теплового баланса $Q_V = Q_F$ находим температуру на поверхности шара:

$$T_r = \frac{1}{3 \cdot r^2 \cdot \alpha} \cdot \sum_{i=1}^{n} q_i \cdot r_i^3 + T_{\text{окр. ср.}} \qquad (47)$$

С другой стороны, на поверхности шара:

$$T_r = -\frac{1}{\lambda_n} \cdot \frac{q_n \cdot r^2}{6} \cdot \frac{A_n}{r} + B_n \qquad (48)$$

Из условия непрерывности функции $T_{i-1}(r) = T_i(r)$:

$$B_n = T_r\ \frac{1}{\lambda_n} \cdot \frac{q_n \cdot r^2}{6} - \frac{A_n}{r} \qquad (49)$$

$$B_{i-1} = \frac{q_{i-1} \cdot r_i^3}{6 \cdot \lambda_{i-1}} - \frac{q_i \cdot r_i^3}{6 \cdot \lambda_i} + \frac{A_i}{r_i} - \frac{A_{i-1}}{r_i} + B_i \qquad (50)$$

Для плодов в упаковке без водной прослойки число сфер, равное количеству участвующих в теплообмене поверхностей – 2, для плодов в упаковке с водяной прослойкой – 4.

Результаты расчетов, проведенных в программе QBasic, и экспериментальные данные по изменению температуры плодов в объеме контрольных и опытных (δ_w = 7..27 мм) упаковках показаны на рисунках 10 и 11.

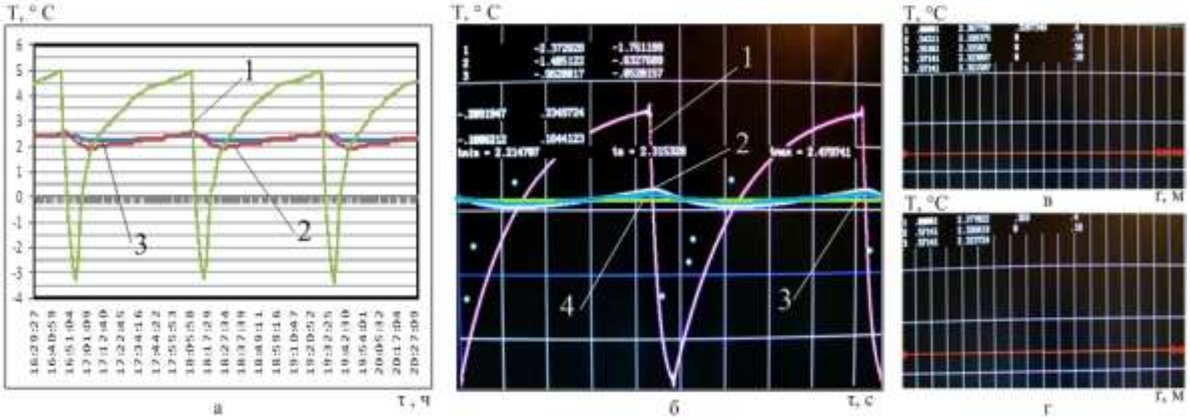

Рисунок 10 *– Изменение температуры плодов в объеме контрольных и экспериментальных (δ_w = 7 мм) упаковках: а – экспериментальные данные; б – за счет теплообмена с окружающей средой, расчет по модели; в – за счет тепла дыхания в опытной упаковке, расчет по модели; г – за счет тепла дыхания в контрольной упаковке, расчет по модели; 1 – температура в камере; 2 – температура плодов в контрольной упаковке; 3 – температура плодов в экспериментальной упаковке.4 – средняя температура в камере.*

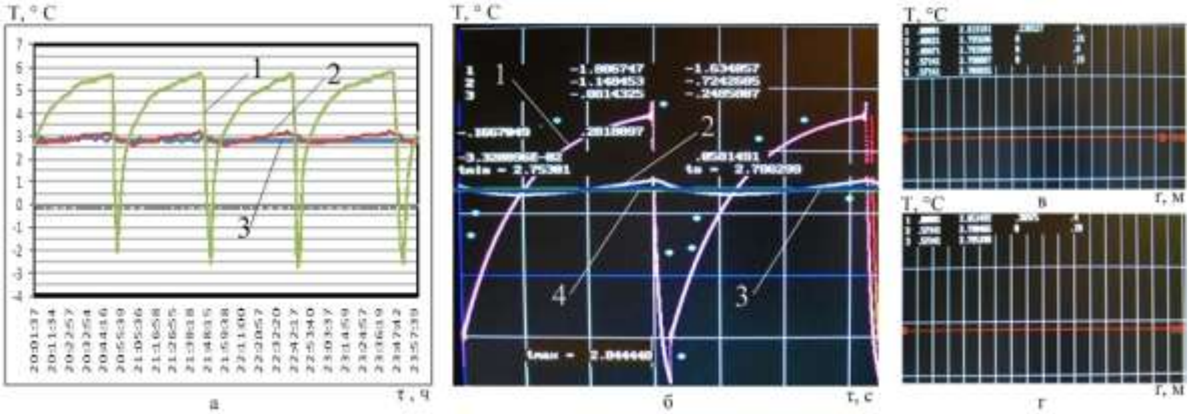

Рисунок 11 *– Изменение температуры плодов в объеме контрольных и экспериментальных (δ_w = 27 мм) упаковках: а – экспериментальные данные; б – за счет теплообмена с окружающей средой, расчет по модели; в – за счет тепла дыхания в опытной упаковке, расчет по модели; г – за счет тепла дыхания в контрольной упаковке, расчет по модели; 1 – температура в камере; 2 – температура плодов в контрольной упаковке; 3 – температура плодов в экспериментальной упаковке.4 – средняя температура в камере.*

Достоверность модели подтверждается сопоставлением данных, полученных при проведении исследований, и результатов расчетов (таблица 1).

В результате обработки данных по измерению температур установлено, что периодические колебания температуры воздуха в камере изменяются по закону, близкому к экспоненциальному. В общем случае, для приближенных расчетов, характер изменения температуры воздуха в камере может быть описан синусоидальным законом.

Таблица 1 – Колебания температуры плодов в объеме контрольных и экспериментальных упаковок, при изменении температуры камеры по экспоненциальному закону.

Температура, °C	Эксперимент №1				Эксперимент №2			
	Тип упаковки							
	Опытная (δ_w = 7 мм)		Контрольная		Опытная (δ_w = 27 мм)		Контрольная	
Средняя температура камеры, $T_{окр.\ ср.\ средн.}$, °C	опыт/расчет				опыт/расчет			
	≈ 2,3/2,3153				≈ 2,8/2,7863			
Изменение температуры плодов с учетом влияния тепла дыхания, °C	Опыт	Расчет	Опыт	Расчет	Опыт	Расчет	Опыт	Расчет
	$T_{пл.\ max} + \Delta T_{дых}$, °C							
	2,4	2,494	2,5..2,6	2,668	2,9	2,854	3,1..3,2	3,087
	$T_{пл.\ min} + \Delta T_{дых}$, °C							
	2,2	2,229	1,9..2	2,124	2,8	2,762	2,6..2,7	2,638
	$\Delta T = (T_{пл.\ max} - T_{пл.\ min}) + \Delta T_{дых}$, °C							
	0,2	0,265	0,6..0,7	0,544	0,1	0,092	0,5..0,6	0,449

IV. ВЫВОД

Предлагаемая математическая модель теплообмена для определения влияния конструктивных особенностей упаковки на колебания температуры плодов, позволяет определить характер изменений и величину колебаний температуры плодов в объеме упаковок, и оценить влияние жидкостных прослоек различной толщины на эти колебания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пат. 41517 Україна, B 65 D 81/24, F 25 D 29/00. Пластикова тара для зберігання плодоовочевої продукції / Томчик О. М. (Україна) – № u200814732; заявл. 22.12.08; опубл. 25.05.2009, бюл. № 10/2009. – 2 с.
2. Пат. 44897 Україна, A 01 F 25/00, B 65 D 85/34. Контейнер для зберігання плодоовочевої продукції / Томчик О. М. (Україна) – № u200900999; заявл. 09.02.09; опубл. 26.10.2009, бюл. № 20/2009. – 3 с.
3. Пат. 48587 Україна, B 65 D 81/24, F 25 D 29/00. Пластикова тара для зберігання плодоовочевої продукції / Томчик О. М. (Україна) – № u200909923; заявл. 29.09.09; опубл. 25.03.2010, бюл. № 6/2010. – 2 с.
4. **Томчик, Е. Н.** Результаты применения новых типов упаковок с повышенной тепловой инерционностью для хранения растительной продукции / Е. Н. Томчик, В. П. Кочетов // Холодильная техника и технология. – №4 (144) – 2013 – С. 67-80.
5. **Пискунов, Н. С.** Дифференциальное и интегральное исчисления. В 2 кн. Кн. 2./Н. С. Пискунов. –13-е изд. – М.: Наука, 1985. – 560 с.
6. **Марчук, Г. И.** Методы вычислительной математики / Г. И. Марчук. – М.: Наука, 1977. – 456 с.
7. **Бахвалов, Н. С.** Численные методы. / Н. С. Бахвалов – М.: Наука, 1975 г.– 632 с.

REFERENCES

1. Pat. 41517 Ukraina, B 65 D 81/24, F 25 D 29/00. Plastirova tara dlya zberigannya plodoovochevoi produktcii / Tomchyk O. M. (Ukraina) – № u200814732; zayavl. 22.12.08; opubl. 25.05.2009, bul. № 10/2009. – 2 s.
2. Pat. 44897 Ukraina, A 01 F 25/00, B 65 D 85/34. Konteiner dlya zberigannya plodoovochevoi produktcii / Tomchyk O. M. (Ukraina) – № u200900999; zayavl. 09.02.09; opubl. 26.10.2009, bul. № 20/2009. – 3 s.
3. Pat. 48587 Ukraina, B 65 D 81/24, F 25 D 29/00. Plastirova tara dlya zberigannya plodoovochevoi produktcii / Tomchyk O. M. (Ukraina) – № u200909923; zayavl. 29.09.09; opubl. 25.03.2010, bul. № 6/2010. – 2 s.
4. **Tomchyk, E. N.** Rezultatyi primeneniya novyih tipov upakovok s povyishennoy teplovoy inertsionnostyu dlya hraneniya rastitelnoy produktsii / E. N. Tomchyk, V. P. Kochetov // Holodilnaya tehnika i tehnologiya – 2013 – №4 (144) – S. 67-70.
5. **Piskunov, N. S.** Differentsialnie i integralnie ischisleniya. V 2 kn. Kn. 2 / N. S. Piskunov. – 13 izd. – M.: Nauka, 1985. – 560 s.
6. **Marchuk, G. I.** Metodi vichislitelnoi matematiki /G.I. Marchuk – M.: Nauka, 1977. – 456 s.
7. **Bakhvalov, N. S.** Chislrnnie metodi / N. S. Bakhvalov. – M.: Nauka, 1975. – 632 s.

Получена в редакции 19.09.2013, принята к печати 14.10.2013