#### РАЗДЕЛ 2

# ЭНЕРГЕТИКА И ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩИЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 519.876.5: 66.069.832

#### В.П. Бузовский, М.М. Кологривов

Одесская национальная академия пищевых технологий,

Учебно-научный институт холода, криотехнологий и экоэнергетики, ул. Дворянская, 1/3, Одесса, 65082

## РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ КАРТИНЫ В ЭЖЕКЦИОННОМ АППАРАТЕ

В статье представлены расчетные гидродинамические характеристики газожидкостного факела, который образуется в прямоточном контактном теплообменнике при горизонтальном распылении жидкости. Известные расчетные модели разработаны для вертикальных эжекционных аппаратов [5]. Представленная модель гидродинамики факела может быть использована в моделировании процессов тепломассообмена при конденсации паров нефтепродуктов из парогазовых смесей на каплях распыленной жидкости. Предложен алгоритм численного решения систем дифференциальных уравнений, составляющих модель.

**Ключевые слова:** Контактный теплообменник — Гидродинамика газожидкостного факела — Математическое моделирование.

#### В.П. Бузовський, М.М. Кологривов

Одеська національна академія харчових технологій,

Навчально-науковий інститут холоду, кріотехнологій та екоенергетики, вул. Дворянська 1/3, Одеса, 65082

#### РЕЗУЛЬТАТИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНОЇ КАРТИНИ В ЕЖЕК-ЦІЙНОМУ АПАРАТІ

В статті представлені розрахункові гідродинамічні характеристики газорідинного факелу, що утворюється в прямоточному контактному теплообміннику при горизонтальному розпиленні рідини. Відомі розрахункові моделі розроблені для вертикальних апаратів [5]. Представлена модель гідродинаміки факелу може бути використана в моделюванні процесів тепломасообміну при конденсації парів нафтопродуктів з парогазових сумішей на краплях розпиленої рідини. Запропонований алгоритм чисельного розв'язку систем диференційних рівнянь, що складають модель.

**Ключові слова:** Контактний теплообмінник — Гідродинаміка газорідинного факелу — Математичне моделювання.

#### V.P. Buzovskiy, M.M. Kologrivov

Odessa National Academy of Food Technologies,

The V.S. Martynovsky institute of refrigeration, cryogenic technologies, and ecological power energy, 1/3 Dvoryanskaya str., Odesa, 65082

## RESULTS OF HYDRODYNAMIC PICTURE MATHEMATICAL SIMULATION IN THE EJECTION APPARATUS

The paper presents the design of gas-liquid flow characteristics of the flambeau which is formed in a parallel-flow direct contact heat exchanger at horizontal liquid atomizing. All known earlier computational models were developed for vertical ejection apparatus [5]. Presented model of the flambeau hydrodynamics can be used in the heat and mass transfer processes during condensation of oil products vapor from the vapor-gas mixtures on the drops of atomized liquid simulation. An algorithm for numerical solution of differential equations systems that constitute the model is proposed.

**Keywords:** Direct contact heat exchanger – Hydrodynamics of gas-liquid flambeau – Mathematical simulation

#### І. ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается работа эжекционного аппарата с горизонтальным факелом рабочего потока. В частности, такой аппарат предлагается использовать для конденсации паров углеводородов из парогазовой смеси на каплях хладоносителя – каплях водного солевого раствора [3].

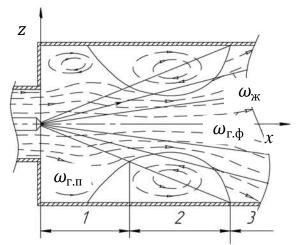
Предлагаемый эжекционный аппарат обладает рядом преимуществ перед аналогичными контактными аппаратами [2]. Основное из преимуществ - высокая пожаро-взрывобезопасность при работе с парами углеводородов. Конденсация пара из паровоздушной смеси (пвс) на каплях привлекает внимание ввиду большой площади поверхности контакта фаз и увеличения интенсивности процессов тепло и массообмена за счет уменьшения термического и диффузионного сопротивлений. Такие полые распылительные аппараты отличаются простой конструкцией и сравнительно низкой стоимостью. В отличие от простой конструкции гидродинамическая картина в аппарате сложная. Наблюдается движущаяся переменная поверхность контакта фаз. На траекторию движения капель и струй с изменяющейся массой влияют силы гравитации, инерции, вязкости, поверхностного натяжения.

В данной работе рассматривается математическая модель гидродинамического взаимодействия факела жидкости с парогазовой смесью в эжекционном аппарате. Известно, что эффективность технологического процесса с распыливанием жидкости, кроме дисперсности распыла, обусловлена распределениями концентрации и скоростей фаз по объему аппарата, т.е. гидродинамической картиной образующегося двухфазного дисперсного потока, называемого факелом распыла [4, 5]. Наличие адекватной математической модели гидродинамики факела является важным при выполнении тепломассообменных расчетов.

Гидродинамические характеристики факела предлагается определять с помощью феноменологического подхода. Данный подход на основе модели раздельного течения был использован в работе [5] при выводе математической модели гидродинамики в прямоточном аппарате с вертикальным направлением факела. Нами предложена измененная математическая модель с учетом конструктивных особенностей рассматриваемого аппарата, в котором газожидкостный факел направлен горизонтально. Направление факела имеет принципиальное значение, поскольку влияет как на содержание математического описания, так и на гидродинамические характеристики. В данной работе будут приведены лишь конечные результаты вывода математической модели, без подробных математических выкладок, поскольку аналогичные содержатся в [4, 5].

## **II. МАТЕМАТИЧЕСКА МОДЕЛЬ ГИДРОДИ- НАМИЧЕСКОЙ КАРТИНЫ**

Наличие ограничивающих стенок накладывает ряд особенностей на течение двухфазной газожидкостной смеси, в связи с чем, аппарат по длине следует разбивать на несколько зон: свободного факела, циркуляции и область ограниченного течения (рис. 1). Следует отметить, что диаметр форсунки в промышленном аппарате составляет десятые доли длины факела. Нами принимается с достаточной для практики точностью образование факела из точки, расположенной на оси форсунки на расстоянии  $\cos(\gamma) \cdot \alpha$  от среза ее сопла.



**Рисунок** 1 — Рабочая зона аппарата: 1 — область свободного факела, 2 — область циркуляционного потока, 3 — область ограниченного течения

Системы уравнений, составляющих математическую модель гидродинамики факела, требуется записать отдельно для каждой из зон. При этом будем исходить из следующих предположений: ограничивающие стенки и факел имеют аксиальную симметрию; градиент скорости газа и давления в поперечном сечении, как внутри факела, так и в периферийной зоне равен нулю. При записи уравнений примем следующий порядок обозначений: индексами «г», «ж» будем обозначать величины, относящиеся к пвс и жидкости соответственно; индексами «п», «ф» - величины, которые относятся к периферийному и факельному потоку соответственно; индексы «х», «z» относятся к величинам, спроецированные на оси х и z соответственно.

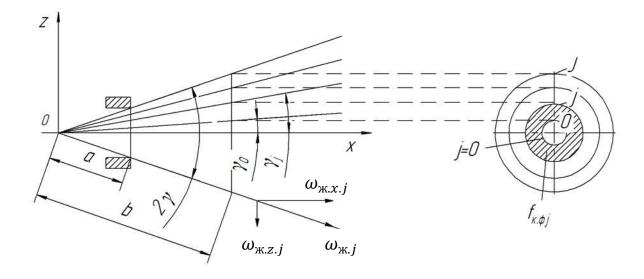
Зона свободного факела. В этой области, вследствие эжекционного эффекта, через боковую поверхность факела происходит интенсивное перетекание пвс из потока находящегося между факелом и стенками аппарата (периферийный поток). В области свободного факела расход жидкости в любом сечении факела постоянен, а расход газа, в

результате выше упомянутого эффекта, через поперечное сечение этого факела увеличивается по мере движения двухфазного потока. Скорость периферийного потока по мере приближения к сечению смачивания уменьшается.

Для учета неравномерности распределения плотности орошения по сечению факела, последний был разбит на ряд вложенных друг в друга конусов – конических струек с номером ј. Число конических струек обозначим Ј, а угол между осевой линией и образующей j-го конуса –  $\gamma_i$  (рис. 2).

Ось x совпадает с направлением факела.

Площадь сечения ј-й кольцевой струйки обозначим  $f_{\kappa,\phi j}$ , которая соответствует заштрихованной области (рисунок 2).



**Рисунок 2** – Схема представления факела спектром жидкостных струек

Будем считать, что в пределах площади сечения кольцевой струйки поле скоростей обеих фаз является однородным. Такое допущение, ввиду упрощения математического описания, является очень удобным, однако не вполне соответствующим реальному физическому представлению. Реальная гидродинамическая картина такова, что скорости фаз, расположенных ниже оси форсунки, будут увеличиваться ввиду однонаправленности проекции вектора скорости и силы тяжести. Скорости фаз, расположенных выше оси форсунки, напротив, будут уменьшаться по длине аппарата. Из сказанного выше следует, что предлагаемая математическая модель качественно верно описывает гидродинамику лишь верхней части факела.

Уравнение баланса площадей факела  $f_{\Phi}$ и периферийного потока  $f_{\Pi}$  выглядит следующим образом:

$$f = f_{\phi} + f_{\Pi} , \qquad (1)$$

где f – площадь сечения аппарата.

Площадь сечения факела  $f_{\Phi}$  будет равна сумме площадей ј-тых кольцевых струек:

$$f_{\Phi} = \sum_{j=0}^{J} f_{\kappa, \Phi, j} , \qquad (2)$$

Уравнение, учитывающее форму аппарата:

$$f = \varphi(x) . (3)$$

Следует различать площадь j-го факела $f_{\Phi i}$ , представляющей собой площадь сечения конуса, у которого угол между осью x и образующей равен  $\gamma_{j}$ , и площадь сечения j-той кольцевой конусной струйки  $f_{\kappa, \varphi j}$ , с углами между образующими и осью x равными  $\gamma_i$ и  $\gamma_{i-1}$ .

Уравнение изменения площади сечения ј-го факела:

$$\frac{df_{\Phi,j}}{dx} = 2 \cdot \sqrt{\pi \cdot f_{\Phi,j}} \cdot \frac{\omega_{\text{\tiny M.Z.}j}}{\omega_{\text{\tiny M.Z.}j}}, \tag{4}$$

где  $\omega_{xzj}$ ,  $\omega_{xxj}$  – проекция скорости жидкости j-той кольцевой струйки на координатные оси z и x соответственно.

Площадь сечения ј-й кольцевой конусной струйки  $(1 \le j \le J)$  рассчитывается по уравнению:

$$f_{\kappa \, \dot{\Phi} \, i} = f_{\dot{\Phi} \, i} - f_{\dot{\Phi} \, i-1}. \tag{5}$$

 $f_{\text{к.ф.}j} = f_{\phi.j} - f_{\phi.j-1}. \tag{5}$  В соответствии с континуальным подходом в описании процессов, жидкую фазу, как и газовую мы считаем квазисплошной.

Поэтому, для каждой из фаз уравнения сохранения расхода жидкости и газа запишутся следующим образом:

$$\frac{d}{dx} \sum_{j=0}^{J} G_{\text{xx},j} = 0 \; ; \tag{6}$$

$$\frac{d}{dx} \left( \sum_{j=0}^{J} G_{\Gamma, \phi, j} + G_{\Gamma, \Pi} \right) = 0 , \qquad (7)$$

где  $G_{\text{ж.}j}$  – массовый расход жидкости j-й кольцевой струйки на расстоянии х;

 $G_{\Gamma,\Phi,j}, G_{\Gamma,\Pi}$  – массовый расход пвс j-й кольцевой струйки и периферийного паровоздушного потока соответственно на расстоянии х.

$$G_{\Gamma,\Phi,j} = \rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma,\Phi} \cdot f_{K,\Phi,j} \cdot \varepsilon_{j} ; \qquad (8)$$

$$G_{\Gamma,\Pi} = \rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma,\Pi} \cdot f_{\Pi} , \qquad (9)$$

$$G_{\mathbf{r},\mathbf{n}} = \rho_{\mathbf{r}} \cdot \omega_{\mathbf{r},\mathbf{n}} \cdot f_{\mathbf{n}} \,, \tag{9}$$

где  $\rho_{\scriptscriptstyle \Gamma}$  – плотность пвс;

 $\omega_{\text{г.ф}}$  – среднее значение скорости паровоздушного потока в факеле;

 $\omega_{\rm r.n}$  - скорость периферийного паровоздушного потока;

 $\varepsilon_i$  – объемная доля пвс на расстоянии x.

Объемная доля пвс j-й кольцевой струйки  $\varepsilon_i$ связана с объемной долей капель  $\beta_i$  известным соотношением:

$$\varepsilon_i + \beta_i = 1. \tag{10}$$

 $arepsilon_j + eta_j = 1 \ .$  (10) Объемная концентрация капель j-й кольцевой струйки определяется по формуле:

$$\beta_{j} = \frac{G_{\text{ж},j}}{\rho_{\text{ж}} \cdot \omega_{\text{ж},x,j} \cdot f_{\text{к},\varphi,j}}, \tag{11}$$
 где  $\rho_{\text{ж}}$  – плотность жидкости

 $\omega_{\mathbf{x},x,j}$  – проекция скорости жидкости в j-ом сечении факела на расстоянии х.

Уравнения сохранения импульса в проекции на оси х и z:

$$\rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma,\Pi} \cdot f_{\Pi} \cdot \frac{d\omega_{\Gamma,\Pi}}{dx} + \rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma,\Phi} \cdot \sum_{j=0}^{J} (f_{\kappa,\Phi,j} \cdot \varepsilon_{j}) \times \frac{d\omega_{\Gamma,\Phi,x}}{dx} + \sum_{j=0}^{J} G_{\kappa,j} \cdot \frac{d\omega_{\kappa,x,j}}{dx} = -f \cdot \frac{dp}{dx} \quad (12)$$

$$\rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma,\Phi} \cdot \sum_{j=0}^{J} (f_{\kappa,\Phi,j} \cdot \varepsilon_{j}) \cdot \frac{d\omega_{\Gamma,\Phi,z}}{dx} + \sum_{j=0}^{J} G_{\kappa,j} \cdot \frac{d\omega_{\kappa,z,j}}{dx} = -g \cdot \sum_{j=0}^{J} \frac{G_{\kappa,j}}{\omega_{\kappa,x,j}} - \frac{-\rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma,\Phi}}{\omega_{\Gamma,\Phi}} \cdot \sum_{j=0}^{J} \frac{f_{\kappa,\Phi,j} \cdot \varepsilon_{j}}{\omega_{\kappa,x,j}} \cdot g - \frac{-\rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma,\Pi} \cdot f_{\Pi} \cdot g}{\omega_{\kappa,x}} ; \quad (13)$$

где  $\omega_{{\scriptscriptstyle \Gamma}.\varphi x}$  ,  $\omega_{{\scriptscriptstyle \Gamma}.\varphi.z}$  – среднее значение проекции скорости пвс в факеле на ось х и z соответственно;

р – статическое давление в рабочей зоне аппарата, Па;

 $\frac{g}{\omega_{\mathrm{m.x}}}$  — ускорение свободного падения; — среднее значение проекции скорости жидкости на ось x.

В традиционной записи уравнения сохранения импульса дифференцирование осуществляется по времени т. Ввиду очень малого времени пребывания капли в аппарате, исходя из соотношения  $\omega_{\mathrm{ж.}x.j} = dx/d au$  производная по времени d au была заменена на производную по горизонтальной ко-

Для периферийного потока пвс запишем уравнение Эйлера:

$$\omega_{\text{\tiny \Gamma,\Pi}} \cdot \frac{d\omega_{\text{\tiny \Gamma,\Pi}}}{dx} = -\frac{1}{\rho_{\text{\tiny \Gamma}}} \cdot \frac{dp}{dx} \,. \tag{14}$$

Уравнения движения дисперсной фазы в проекции на оси х и z запишем следующим образом:

$$\frac{d\omega_{\text{m.x.}j}}{dx} = -C_{\text{s.}j} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\rho_{\Gamma}}{\rho_{\text{m.v.}j}} \cdot \frac{\omega_{\text{m.x.}j} - \omega_{\Gamma,\varphi,x}}{\omega_{\text{m.x.}j}} \times \sqrt{\left(\omega_{\text{m.x.}j} - \omega_{\Gamma,\varphi,x}\right)^2 + \left(\omega_{\text{m.z.}j} - \omega_{\Gamma,\varphi,z}\right)^2}; \qquad (15)$$

$$\frac{d\omega_{\text{\tiny M.Z.}j}}{dx} = -C_{s.j} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\rho_{\text{\tiny \Gamma}}}{\rho_{\text{\tiny M}} \cdot d_{32}} \cdot \frac{\omega_{\text{\tiny M.Z.}j} - \omega_{\text{\tiny \Gamma.}\Phi.Z}}{\omega_{\text{\tiny M.Z.}j}} \times \\
\times \sqrt{\left(\omega_{\text{\tiny M.Z.}j} - \omega_{\text{\tiny \Gamma.}\Phi.X}\right)^2 + \left(\omega_{\text{\tiny M.Z.}j} - \omega_{\text{\tiny \Gamma.}\Phi.Z}\right)^2} - \\
- \frac{g \cdot (\rho_{\text{\tiny M}} - \rho_{\text{\tiny \Gamma}})}{\omega_{\text{\tiny M.Z.}j} \cdot \rho_{\text{\tiny M}}}; \tag{16}$$

где  $C_{s.j}$  – коэффициент сопротивления капли -той кольцевой конической струйки;

 $d_{32}$  - средний объемно-поверхностный (заутеровский) диаметр капель, м.

В работе [5] коэффициент сопротивления  $C_s$ , предложено определять по формуле

$$C_{s} = \frac{\mu_{\Gamma}}{\mu_{\kappa} + \mu_{\Gamma}} \cdot \left[ \frac{\mu_{\kappa}}{\mu_{\Gamma}} \cdot \left( \frac{24}{Re} + \frac{4}{Re^{0.33}} \right) + \frac{14.9}{Re^{0.73}} \right]; \quad (17)$$
 где  $\mu_{\Gamma}$ ,  $\mu_{\kappa}$ — коэффициент динамической вязкости пвс,  $\Pi a \cdot c$ ;

Re – число Рейнольдса.

Число Рейнольдса в ј-той кольцевой конической струйке рассчитывается по формуле [1, с.25]:

$$Re_{j}=rac{d_{32}\cdot(\omega_{\mathrm{ж}.j}-\omega_{\mathrm{r.}\varphi})}{
u_{\mathrm{r}j}}$$
 (18) где  $\omega_{\mathrm{ж}.j}=\sqrt{\omega_{\mathrm{ж}.x.j}^{2}+\omega_{\mathrm{ж}.z.j}^{2}};$ 

 $u_{{\scriptscriptstyle \Gamma},j}$  – коэффициент кинематической вязкости пвс -той кольцевой струйки.

Зона циркуляционного течения. Данная зона (рис.1) возникает в случае, если расход потока пвс ограничивается гидравлическим сопротивлением в подводящих трубопроводах. В этом случае пвс будет всасываться не через всю внешнюю боковую поверхность свободного факела, а лишь через ее часть. Зона циркуляции начинается в сечении, где скорость периферийного потока  $\omega_{\rm r,n}$ становится равной нулю, и заканчивается в сечении смачивания. В этой области присутствует циркуляционный поток, который возникает по причине того, что в сечении смачивания в факеле скачкообразно увеличивается давление. Это обуславливает разворот части периферийного потока пвс, который обладает наименьшей величиной количества движения.

Как показано на рис. 1 циркуляционный поток проникает внутрь факела и продолжается до сечения смачивания. Сечение факела можно представить суммой сечений основного  $f_0$  и циркулирующего  $f_{\rm II}$  газовых потоков:

$$f_{\Phi} = f_{\rm o} + f_{\rm u} \,. \tag{19}$$

Особенностью аналитического описания гидродинамики во второй зоне аппарата является учет выпадения струек в циркуляционный поток, который реализуется в виде условий сравнения:

при 
$$f_{\phi,j} \ge f_0$$
  $J_{max} = j - 1$ . (20)

Поскольку в зоне циркуляции  $\omega_{\rm rn}=0$  и p=const, уравнение (14) исключается, а уравнение (7) запишется несколько иначе:

$$\frac{d}{dx} \left( \sum_{j=0}^{J_{max}} \rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma, \phi} \cdot f_{\kappa, \phi, o, j} \cdot \varepsilon_j \right) = 0 , \quad (21)$$

где  $f_{\kappa,\varphi,oj}$  — площадь сечения j -й кольцевой конусной струйки, которая принадлежит  $0 \le j \le J_{max}$ , т.е. лежит в области основного потока факела.

Уравнения сохранения импульса в проекции на оси x и z для второй зоны:

$$\sum_{j=0}^{J_{max}} (\rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma, \Phi} \cdot f_{K, \Phi, 0, j} \cdot \varepsilon_{j}) \cdot \frac{d\omega_{\Gamma, \Phi, x}}{dx} +$$

$$+ \sum_{j=J_{max}}^{J} (\rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma, \Phi} \cdot f_{K, \Phi, \Pi, j} \cdot \varepsilon_{j}) \cdot \frac{d\omega_{\Gamma, \Phi, x}}{dx} +$$

$$+ \sum_{j=0}^{J_{max}} G_{\Re j} \cdot \frac{d\omega_{\Re X, j}}{dx} = 0 ;$$
(22)

$$\sum_{j=0}^{J_{max}} (\rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma, \phi} \cdot f_{K, \phi, 0, j} \cdot \varepsilon_{j}) \cdot \frac{d\omega_{\Gamma, \phi, z}}{dx} + \sum_{j=J_{max}} (\rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma, \phi} \cdot f_{K, \phi, I, I, j} \cdot \varepsilon_{j}) \cdot \frac{d\omega_{\Gamma, \phi, z}}{dx} + \sum_{j=0}^{J_{max}} G_{\mathcal{K}, j} \cdot \frac{d\omega_{\mathcal{K}, z, j}}{dx} = -g \cdot \sum_{j=0}^{J_{max}} \frac{G_{\mathcal{K}, j}}{\omega_{\mathcal{K}, x, j}} - \rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma, \phi} \times \sum_{j=0}^{J_{max}} \frac{f_{K, \phi, 0, j} \cdot \varepsilon_{j}}{\omega_{\mathcal{K}, x, j}} \cdot g - - G_{\mathcal{K}, \phi, \mathcal{K}, \phi} \cdot \sum_{j=0}^{J_{max}} \frac{f_{K, \phi, I, I, j} \cdot \varepsilon_{j}}{\omega_{\mathcal{K}, x, j}},$$

$$(23)$$

где  $f_{\kappa,\varphi,\mathrm{u},j}$  – площадь сечения j-й кольцевой конусной струйки, которая принадлежит  $J_{max} \leq j \leq J$ , т.е. лежит в области циркуляционного потока факела

Замыкают систему уравнений этой зоны уравнения (3), (4), (15), (16), которые остаются без изменений.

**Область ограниченного течения.** В области ограниченного течения расход газа постоянен. Часть жидкости на этом участке выпадает на стенки аппарата.

На границе перехода к третьей зоне течения вследствие резкого торможения потока скачкообразно изменяются давление и скорость газа, при этом справедлива зависимость

$$\Delta p = \rho_{\Gamma} \cdot \omega_2 \cdot (\omega_2 - \omega_3) , \qquad (24)$$

где  $\omega_2$  и  $\omega_3$  — скорости газа во второй и третьей зонах на границе этих зон, м/с.

Учет выпадения струек на стенки аппарата реализуется в виде условия сравнения:

при 
$$f_{\phi,j} \ge f$$
  $J_{max} = j - 1$ . (25)

Поскольку периферийное течение газа отсутствует, уравнения (1) и (7) несколько изменяются:

$$f = f_{\phi} ; \qquad (26)$$

$$\frac{dG_{r,\phi}}{dx} = 0. (27)$$

Уравнения сохранения импульса для третьей зоны в проекции на оси x и z:

$$\sum_{j=0}^{J_{max}} (\rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma, \varphi} \cdot f_{\kappa, \varphi, j} \cdot \varepsilon_{j}) \cdot \frac{d\omega_{\Gamma, \varphi, x}}{dx} +$$

$$+ \sum_{j=0}^{J_{max}} G_{\kappa, j} \cdot \frac{d\omega_{\kappa, x, j}}{dx} = -f \cdot \frac{dp}{dx}; \qquad (28)$$

$$\sum_{j=0}^{J_{max}} (\rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma, \varphi} \cdot f_{\kappa, \varphi, j} \cdot \varepsilon_{j}) \cdot \frac{d\omega_{\Gamma, \varphi, z}}{dx} +$$

$$+ \sum_{j=0}^{J_{max}} G_{\kappa, j} \cdot \frac{d\omega_{\kappa, z, j}}{dx} = -g \cdot \sum_{j=0}^{J_{max}} \frac{G_{\kappa, j}}{\omega_{\kappa, x, j}} -$$

$$-\rho_{\Gamma} \cdot \omega_{\Gamma, \varphi} \cdot \sum_{j=0}^{J_{max}} \frac{f_{\kappa, \varphi, j} \cdot \varepsilon_{j}}{\omega_{\kappa, x, j}} \cdot g . \qquad (29)$$

Уравнение (13) исключается. Дополняют систему уравнения (3), (4), (14), (15), которые остаются без изменений.

Приведенный алгоритм учета выпадения струек на стенки теплообменника справедлив лишь для аппарата имеющего аксиальную симметрию. Если факел и аппарат не имеют аксиальной симметрии, например при многофорсуночном орошении, учет выпадения струек предлагается выполнять по алгоритму, приведенном в [5].

**Начальные условия.** Начальные координаты струек определяются из допущения, что вершина факела помещена в начало координат (рис.2).

$$\begin{cases} x_0 = b \cdot \cos(\gamma_I) \\ z_{0,i} = x_0 \cdot tg(\gamma_i) \end{cases} , \tag{30}$$

где b- расстояние от начала координат вдоль образующей конуса, которая вместе с осевой линией образует угол  $\gamma_I$ ;

 $\gamma_j$  – угол между осевой линией и образующей j-й конусной струйки, на которые разбивается факел

На расстоянии b завершается формирование капельного потока (рис. 2). В [1] получено следующее выражения для определения b:

$$b = 0.79 \cdot \frac{d_c}{\sin(\gamma_I)} \quad , \tag{31}$$

где  $d_c$  – диаметр сопла.

Скорость жидкости на расстоянии  $x_0$  от начала координат согласно [4] рассчитывается по уравнению:

$$\omega_{\text{m0},j} = \omega_{0,j} \cdot \frac{\sin^2(\gamma_I)}{2 \cdot (1 - \cos(\gamma_I))}, \quad (32)$$

где  $\omega_{0,i}$  - скорость капель на срезе сопла.

Площадь сечения факела с углом раскрытия  $2\gamma_i$  на расстоянии  $x_0$  от начала координат определяется по формуле:

$$f_{\phi 0,j} = \pi \cdot z_0^2 \tag{33}$$

Начальное значение объемной концентрации капель в ј-й конусной струйке рассчитывается по формуле (11).

Начальное значение скорости периферийного паровоздушного потока:

$$\omega_{\Gamma,\Pi 0} = \frac{Q_{\Gamma}}{f - f_{\phi 0,J}}, \qquad (34)$$

где  $Q_{\Gamma}$  - объемный расход пвс.

Начальное значение скорости пвс в струйках:

$$\omega_{r,\phi 0,j} = \omega_{m0,j} \sqrt{\frac{d_c}{(b-a) \cdot \frac{\sin(\gamma_J)}{\sin(\gamma_J)} + d_c}},$$
(35)

где а - расстояние от начала координат до среза сопла вдоль образующей конуса (рис. 2).

$$a = \frac{d_c}{2 \cdot \sin(\gamma_I)} \tag{36}$$

Проекции начальной скорости жидкости и пвс в факеле на оси х и z соответственно:

$$\begin{cases}
\omega_{xx0,j} = \omega_{x0,j} \cdot \cos(\gamma_j) \\
\omega_{xz0,j} = \omega_{x0,j} \cdot \sin(\gamma_j)
\end{cases}$$

$$\int \omega_{r,\phi x0,j} = \omega_{r,\phi 0,j} \cdot \cos(\gamma_j)$$
(37)

$$\begin{cases}
\omega_{r,\phi x0,j} = \omega_{r,\phi 0,j} \cdot cos(\gamma_j) \\
\omega_{r,\phi z0,j} = \omega_{r,\phi 0,j} \cdot sin(\gamma_j)
\end{cases}$$
(38)

Скорость капель  $\omega_{0,j}$ , корневой угол факела  $2\gamma_I$ , диаметр капель  $d_{32}$  следует определять по эмпирическим уравнениям для каждого распылителя.

#### **III. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ**

Ввиду отсутствия аналитического решения, приведенная система дифференциальных уравнений решалась численным методом. Наиболее простым является метод Эйлера. Разностная схема уравнений (4), (7), (12), (13), (14), (15), (16) для зоны свободного факела принимает вид соответ-

$$\begin{split} f_{\Phi,i+1,j} &= f_{\Phi,i,j} + \Delta x \cdot 2 \cdot \sqrt{\pi \cdot f_{\Phi,i,j}} \cdot \frac{\omega_{\text{m.x.}i,j}}{\omega_{\text{m.x.}i,j}} \,; \qquad (39) \\ & \sum_{j=0}^{J} \rho_{\text{r},i+1} \cdot \omega_{\text{r.}\Phi,i+1} \cdot f_{\text{r.}\Phi,i+1,j} \cdot \varepsilon_{i+1,j} + \\ & + \rho_{\text{r},i+1} \cdot \omega_{\text{r.}\Pi,i+1} \cdot f_{\Pi,i+1} = const \;, \qquad (40) \\ \text{где } \omega_{\text{r.}\Phi,i,i+1} &= \sqrt{\omega_{\text{r.}\Phi,x,i+1}}^2 + \omega_{\text{r.}\Phi,z,i+1}^2; \\ & const &= \sum_{j=0}^{J} \rho_{\text{r.}0} \cdot \omega_{\text{r.}\Phi,0} \cdot f_{\text{r.}\Phi,0,j} \cdot \varepsilon_{0,j} + \rho_{\text{r.}0} \cdot \\ \omega_{\text{r.}\Pi,0} \cdot f_{\Pi,0} \cdot \\ \rho_{\text{r.}i} \cdot \omega_{\text{r.}\Pi,i} \cdot f_{\Pi,i} \cdot \frac{\omega_{\text{r.}\Pi,i+1} - \omega_{\text{r.}\Pi,i}}{\Delta x} + \rho_{\text{r.}i} \cdot \omega_{\text{r.}\Phi,i} \times \\ \times \sum_{j=0}^{J} (f_{\text{r.}\Phi,i,j} \cdot \varepsilon_{i,j}) \cdot \frac{\omega_{\text{r.}\Phi,x,i+1} - \omega_{\text{r.}\Phi,x,i}}{\Delta x} + \end{split}$$

$$+\sum_{j=0}^{J} G_{xj} \cdot \frac{\omega_{xx,i+1,j} - \omega_{xx,i,j}}{\Delta x} =$$

$$= -f \cdot \frac{p_{i+1} - p_i}{\Delta x}; \qquad (41)$$

$$\rho_{\Gamma.i} \cdot \omega_{\Gamma.\phi.i} \cdot \sum_{j=0}^{J} (f_{\kappa.\phi.i,j} \cdot \varepsilon_{i,j}) \cdot \frac{\omega_{\Gamma.\phi z,i+1} - \omega_{\Gamma.\phi z,i}}{\Delta x} + \sum_{j=0}^{J} G_{\kappa.j} \cdot \frac{\omega_{\kappa z,i+1,j} - \omega_{\kappa z,i,j}}{\Delta x} =$$

$$= -g \cdot \sum_{j=0}^{J} \frac{G_{\kappa.j}}{\omega_{\kappa x.i,j}} - \rho_{\Gamma.i} \cdot \omega_{\Gamma.\phi.i} \cdot \sum_{j=0}^{J} \frac{f_{\kappa.\phi.i,j} \cdot \varepsilon_{i,j}}{\omega_{\kappa x.i,j}} \cdot g - \frac{\rho_{\Gamma.i} \cdot \omega_{\Gamma.\Pi.i} \cdot f_{\Pi.i} \cdot g}{\omega_{\kappa x.i}};$$

$$(42)$$

$$\omega_{\text{\tiny \Gamma\Pi},i} \cdot \frac{\omega_{\text{\tiny \Gamma},\Pi,i+1} - \omega_{\text{\tiny \Gamma},\Pi,i}}{\Delta x} = -\frac{1}{\rho_{\text{\tiny r}i}} \cdot \frac{p_{i+1} - p_i}{\Delta x}; \tag{43}$$

$$\omega_{\text{жx},i+1,j} = \omega_{\text{жx},i,j} - \Delta x \cdot C_{s,i,j} \cdot \frac{3}{4} \times \frac{\rho_{\text{r},i}}{\rho_{\text{x}} \cdot d_{32}} \cdot \frac{\omega_{\text{xx},i,j} - \omega_{\text{r},\phi x,i}}{\omega_{\text{xx},i,j}} \cdot \omega_{\text{oth},i,j} ; \quad (44)$$

$$\omega_{\text{жz},i+1,j} = \omega_{\text{жz},i,j} + \Delta x \cdot C_{s.i,j} \cdot \frac{-3}{4} \times \frac{\rho_{\text{\Gamma},i,j}}{\rho_{\text{ж}} \cdot d_{32}} \cdot \frac{\omega_{\text{жz},i,j} - \omega_{\text{\Gamma},\varphi,z,i}}{\omega_{\text{жx},i,j}} \omega_{\text{отн.}i,j} - \frac{g \cdot (\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{\Gamma},i}) \cdot \Delta x}{\omega_{\text{жx},i,j} \cdot \rho_{\text{ж}}},$$
(45)

где  $\omega_{{
m отн.}i,j}$  – относительная скорость в -й кольцевой струйке.

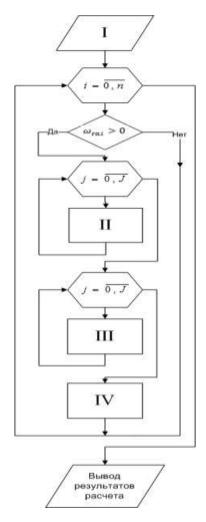
$$\omega_{\text{oth},i,j}^2 = \left(\omega_{\text{xx},i,j} - \omega_{\text{r},\phi\text{x},i}\right)^2 + + \left(\omega_{\text{xz},i,j} - \omega_{\text{r},\phi\text{z},i}\right)^2. \tag{46}$$

В приведенных уравнениях  $\Delta x$  это шаг по пространству вдоль оси x.

Блок-схема алгоритма решения системы уравнений, описывающих гидродинамическую картину газожидкостного факела в зоне свободного течения, представлена на рис. 3.

На этапе І осуществляется ввод следующих данных: угол раскрытия факела  $\gamma_I$ ; число струек J + 1; диаметр сопла  $d_c$ ; функция распределения плотности орошения q(z); начальное давление пвс  $p_0$ ; теплофизические свойства жидкости и газа при начальной температуре; функция изменения площади сечения аппарата по его длине  $f = \varphi(x)$ ; количество узлов задачи Коши п.

На этапе *II* рассчитываются начальные условия: угол наклона каждой струйки  $\gamma_i$ ; начальные координаты  $x_0, z_{0,j}$ , расход в каждой струйке  $Q_j$ ; начальная площадь сечения факела  $f_{\phi,0,j}$ ; начальная площадь сечения кольцевых конусных струек  $f_{\kappa, \Phi, 0, j}$ ; начальная объемная концентрация капель  $\beta_{0,i}$ ; начальное значение проекции скорости капель на оси x и z соответственно  $\omega_{xx,0,i}$ ,  $\omega_{xz,0,i}$ ; начальное значение концентрации пвс  $\varepsilon_{0,j}$ ; начальное значение скорости периферийного потока пвс  $\omega_{\Gamma,\Pi,0}$ , скорости пвс в факеле  $\omega_{\Gamma,\Phi,0}$  и проекция этой скорости на оси x и z соответственно  $\omega_{\Gamma,\Phi,x,0,j}$ ,  $\omega_{\Gamma,\Phi,z,0,j}$ ; среднее значение скорости капель в проекции на ось x  $\omega_{\mathsf{K}x,0,j}$ ; среднее значение скорости пвс в факеле в проекции на оси x и z соответственно  $\omega_{\Gamma,\Phi,x,0}$ ,  $\omega_{\Gamma,\Phi,z,0}$ ; среднее значение концентрации капель  $\varepsilon_0$ ; начальное значение площади периферийного потока  $f_{\Pi,0}$ .



**Рисунок 3** — Блок-схема к алгоритму решения системы уравнений для зоны свободного факела: римскими цифрами обозначены этапы расчета

На III этапе рассчитываются значения величин в точках i+1: площадь факела  $f_{\Phi,i+1,j}$ , конусных струек  $f_{\kappa,\Phi,i+1,j}$ , периферийной зоны  $f_{n,i+1}$  по формулам (39), (5), (1) соответственно; скорость капель  $\omega_{жx,i+1,j}$ ,  $\omega_{жz,i+1,j}$  по формулам (44), (45) соответственно; концентрация капель  $\varepsilon_{i+1,j}$ .

На *IV* этапе решается система уравнений (40), (41), (42), (43), результатом решения которой является скорость периферийного паровоздушного потока  $\omega_{\text{г.п.}i+1}$ , скорость пвс в факеле в проекции на оси x и z соответственно  $\omega_{\text{г.}\phi x.i+1}$ ,  $\omega_{\text{г.}\phi z.i+1}$ , давление  $p_{i+1}$ .

Когда условие  $\omega_{\text{г.п.}i} > 0$  перестанет выполняться, расчет прекращается.

Расход жидкости в кольцевой струйке j+1 определяется по формуле:

$$Q_{j+1} = \int_{z_j}^{z_{j+1}} 2 \cdot \pi \cdot z \cdot q(z) dz , \qquad (47)$$

где  $z_{j+1}, z_j$  - вертикальная координата струйки j+1, j соответственно;

q(z) - плотность орошения для данной форсунки.

#### IV. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ПО МОДЕЛИ

По приведенной модели были рассчитаны гидродинамические параметры газожидкостного факела, в котором дисперсной средой являлся водный раствор соли, а дисперсионной — воздух. Предполагалось, что теплообмен между средами отсутствует. Это предположение сделано с целью упростить решение, иначе дополнительно пришлось бы вводить и рассматривать уравнения математической модели тепломассообмена в факеле, что выходит за рамки данной статьи.

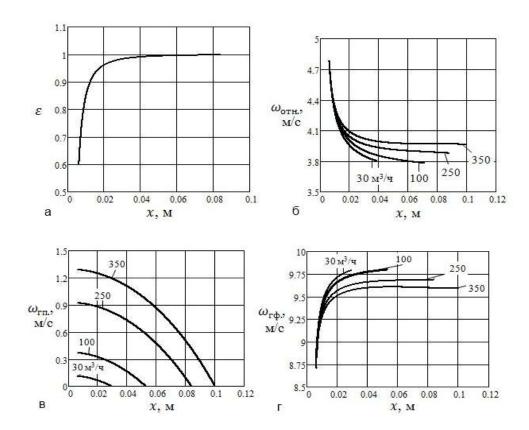
На рисунке 4 представлена гидродинамическая картина в эжекционном аппарате при различных расходах воздуха. Моделирование осуществлялось при следующих параметрах: угол раскрытия факела 60°; аппарат имеет цилиндрическую форму с диаметром 31 см и длиной 0.7 м; производительность форсунки 0.7 м<sup>3</sup>/ч; избыточное давление перед форсункой 0.3 МПа; диаметр сопла 4.55 мм.

Как показано на рисунке 5, а с увеличением давления перед форсункой относительная скорость увеличивается.

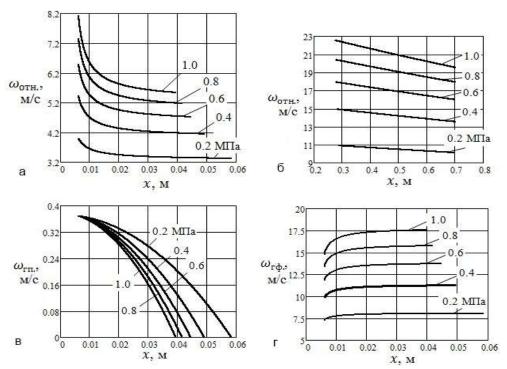
Особенностью гидродинамической картины в зоне свободного факела является то, что практически весь воздушный поток всасывается через его боковую поверхность. На рисунке 4, г видно, что скорость воздушного потока в этой зоне до определенного расстояния от форсунки быстро возрастает. Объясняется это тем, что на данном промежутке капли передают свою энергию воздушному потоку, тогда как факел жидкости, имея большую концентрацию капель, еще не достаточно сформировался.

Далее, с увеличением расстояния от форсунки, вследствие раскрытия факела, увеличение скорости воздуха замедляется или вообще останавливается (при больших расходах воздуха). Длина зоны свободного факела с увеличением расхода воздуха также увеличивается (рис. 4, в).

Известно, что с уменьшением диаметра капель суммарная их площадь поверхности, контактирующая с газом, увеличивается. Диаметр капель уменьшается с увеличением давления перед форсункой. По представленной модели были произведены расчеты гидродинамических параметров факела, при различных давлениях перед форсункой. Результаты расчета для зоны свободного факела представлены на рисунке 5.



**Рисунок 4** — Результаты численного моделирования при изменении расхода воздуха: а — изменение удельного объема воздуха с расходом 250 м³/ч по длине зоны свободного течения; б — изменение относительной скорости по длине зоны свободного течения; в — изменение скорости периферийного воздушного потока; г — изменение скорости воздуха в факеле по длине зоны свободного течения.



**Рисунок 5** — Результаты численного моделирования при изменении расхода воздуха: а, б — изменение относительной скорости по длине зоны свободного факела и циркуляционного течения соответственно; в — изменение скорости периферийного потока по длине зоны свободного факела; г — изменение скорости воздуха в факеле по длине зоны свободного факела.

Расчеты производились при расходе воздуха  $100~{\rm M}^3/{\rm H}$ . Диаметр сопла форсунки и размеры аппарата те же, что и в предыдущем случае. В таблице 1 представлены избыточные давления, при которых проводился численный эксперимент и соответствующие им значения расхода жидкости и диаметры капель  $d_{32}$ 

Таблица 1 – Параметры работы форсунки

Давление,	Производительность	Диаметр
МПа	форсунки, м <sup>3</sup> /ч	капель, мм
0.2	0.586	0.443
0.4	0.794	0.327
0.6	0.950	0.273
0.8	1.078	0.241
1.0	1.189	0.218

Известно, что основной теплообмен осуществляется в зоне ограниченного течения. На рисунке 4, б показано, что изменение относительной скорости по длине этой зоны носит линейный характер. Чем меньше давление перед форсункой, тем меньшую энергию имеют капли, и тем длиннее будет зона свободного факела. Эта закономерность отражена на рисунке 4, в.

#### VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе выполнено решение задачи математического описания гидродинамики в горизонтальном эжекционном аппарате. Эта задача решалась с использованием систем дифференциальных уравнений, включающих уравнение сохранения импульса и уравнение движения, и с учетом следующих допущений: капли распыла монодисперсны и движутся в пределах двухмерного пространства, эффекты дробления и коалесценсии капель не учитывались, поле скоростей пвс в выбранном сечении является однородным. Ввиду громоздкости и сложности математического описания, было сделано существенное допущение, связанное с представлением факела распыла как тела вращения с осью, совпадающей с осью форсунки.

Приведена блок-схема алгоритма вычислений по модели для зоны свободного факела.

Выполнен расчет по модели для случая эжекции воздуха водным раствором соли. При этом тепломассообмен между каплями и газом не учитывался. Установлен характер изменения различных гидродинамических параметров.

Представленная модель гидродинамики, является основой, которая позволит осуществить дальнейшие теоретические исследования работы эжекционного аппарата как составляющей технологии конденсационного улавливания паров нефтепродуктов. Результаты расчетов по модели могут быть использованы при разработке опытного аппарата.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. **Барилович В.А.** Основы термогазодинамики двухфазных потоков и их численное решение: Учебное пособие. СПб.: Изд. Политехнического университета, 2009. 425 с.
- 2. Патент 15134 А Украина, МКИ F 28 С 1/00. Ежекційна градирня та способ ії роботи / Кологривов М.М., Грандов А.А., Угольникова Н.П., Нянкина Е.Е., Серебрянский П.В. Одеська держ. акад. холоду Заявл. 26.10.93, Опубл. 30.06.97, Бюл. № 3, видан 04.12. 96 .на 3стр.
- 3. Свидетельство 0555542 Ассоциационного комитета изобретений "Привилегия". Абсорбционноконденсационный метод и устройство для очистки потока и выделения из него компонентов / Кологривов М.М., Котенко С.В. Приоритет 19.02.1993, Бюл. № 2, Москва, 1993.
- 4. **Галустов В.С.** Прямоточные распылительные аппараты в теплоэнергетике. М.: Энергоатомиздат, 1989. 240 с.
- 5. **Пажи Д. Г., Галустов В. С.** Основы техники распыливания жидкости. М.: Химия, 1984. 253 с.

#### REFERENCES

- 1. **Barilovich V.A.** Osnovy termogazodinamiki dvukhfaznykh potokov i ikh chislennoye resheniye: Uchebnoye posobiye. SPb.: Izd. Politekhnicheskogo universiteta, 2009. 425 s.
- 2. Patent 15134 A Ukraina, MKI F 28 S 1/00. Yezhektsiyna gradirnya ta sposob íí roboti / Kologri-vov M.M., Grandov A.A., Ugol'nikova N.P., Nyan-kina Ye.Ye., Serebryanskiy P.V. Odes'ka derzh. akad. kholodu − Zayavl. 26.10.93, Opubl. 30.06.97, Byul. № 3, vidan 04.12. 96. na 3str.
- 3. **Svidetel'stvo** 0555542 Assotsiatsionnogo ko-miteta izobreteniy "Privilegiya". Absorbtsionno-kondensatsionnyy metod i ustroystvo dlya ochistki potoka i vydeleniya iz nego komponentov / Kologrivov M.M., Kotenko S.V. Prioritet 19.02.1993, Byul. № 2, Moskva, 1993.
- 4. **Galustov V.S.** Pryamotochnyye raspylitel'nyye apparaty v teploenergetike. M.: Energoatomizdat, 1989. 240 s.
- 5. **Pazhi D. G., Galustov V. S.** Osnovy tekhniki raspylivaniya zhidkosti. M.: Khimiya, 1984. 253 s.

Получена в редакции 10.10.2013, принята к печати 03.12.2013